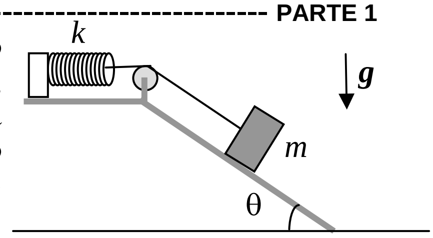
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 30/6/2005

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

-- **PARTE 1**

1. Un blocco di massa m = 9.8 Kg, che si trova sopra un piano inclinato di angolo θ = 30 gradi, è attaccato, tramite una corda inestensibile di massa trascurabile, ad una molla di costante elastica k = 98 N/m. La figura rappresenta schematicamente il sistema considerato (la piccola puleggia all'inizio del piano inclinato ha massa ed attrito trascurabili). [Nei calcoli usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità]



a) Supponete che il piano inclinato sia liscio, cioè presenti un **attrito trascurabile**. Sapendo che il blocco si trova inizialmente fermo quando la molla ha lunghezza pari a quella di riposo, e quindi viene lasciato scendere partendo con velocità nulla, quanto vale la distanza d che esso percorre sul piano inclinato prima di fermarsi?

d = …………………………………… = ………… m $2\,mg\sin\theta/k$ = 9.8x10^{-1} m [viene dal bilancio energetico: $0=\Delta U_{ELA} + \Delta U_G = (k/2)d^2 - mgd\sin\theta$]

b) Considerando un riferimento lineare disposto lungo il piano inclinato ed orientato **verso il basso,** quanto vale l'accelerazione a del blocco quando questo si ferma avendo percorso la distanza d? [Indicate anche il segno!]

a = …………………………………… = ………… m/s^2 $g\sin\theta - (k/m)\,d = -\,g\sin\theta$ = - 4.9 m/s^2

[notate che il blocco **non** si ferma in una posizione di equilibrio, ma dopo essersi fermato risale verso l'alto!]

c) Detto t_0 = 0 l'istante in cui il blocco viene lasciato partire, a quale istante t_1 esso avrà percorso la distanza d? [Suggerimento: considerate attentamente il tipo di moto a cui il blocco è sottoposto!]

t_1 = …………………………………… = ………… s $\pi/\omega = \pi\,(m/k)^{1/2}$ = 3.1 s [il blocco compie delle oscillazioni di periodo $T = 2\pi/\omega$, con $\omega = (k/m)^{1/2}$, attorno alla posizione "di equilibrio" $x = (mg/k)\sin\theta$, ed il tempo necessario a compiere il tratto d , cioè per annullare la sua velocità, vale proprio $T/2$]

2. Su un piano con attrito trascurabile dotato di un sistema di riferimento XY una biglia di massa M si muove con velocità rettilinea uniforme $\boldsymbol{V_0}$ diretta lungo l'asse X. Ad un dato istante, essa urta contro una seconda biglia, di massa m = $M/2$, che inizialmente è ferma sul piano. **L'urto non è "centrale"** e a priori non si sa se esso è elastico o no.

a) Sapendo che dopo l'urto la velocità $\boldsymbol{V}$ della biglia di massa M si è ridotta, in modulo, a una frazione pari a 1/√3 del valore iniziale [cioè $V = V_0(3^{-1/2})$] e che essa forma un angolo Θ = 30 gradi rispetto all'asse X, quanto vale l'angolo θ formato rispetto allo stesso asse dalla velocità $\boldsymbol{v}$ della biglia m dopo l'urto?

θ = …………………………………… = ... gradi $\arctan(v_Y/v_X)=\arctan((-(M/m)V\sin\Theta)/((M/m)V_0-(M/m)V\cos\Theta))$ = - 30 gradi [il segno negativo indica che le componenti Y delle velocità hanno verso opposto, come deve essere]

b) L'urto è completamente elastico o no? Motivate quantitativamente la vostra risposta.

□ Non completamente elastico ✘□ Completamente elastico □ Non si può dire

Spiegazione sintetica della risposta: .... si verifica che $v = (M/m)V$, da cui, eseguendo i debiti calcoli, si ha conservazione dell'energia cinetica per cui l'urto è elastico per definizione

-- **PARTE 2**

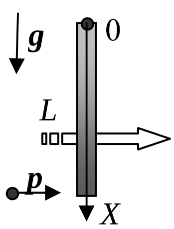
3. Una sottile sbarra cilindrica di lunghezza L = 30 cm, sezione s = 1.0 cm^2 e massa m = 2.0 Kg è costituita da un materiale la cui densità di massa è non omogenea e varia secondo la legge $\rho(x) = \rho_0 x/L$, x essendo la distanza da un suo estremo.

a) Quanto valgono la distanza x_{CM} del centro di massa dall'estremo x = 0 della sbarra ed il momento di inerzia I per una rotazione attorno ad un asse che passa per x = 0 ed è ortogonale rispetto all'asse geometrico della sbarra?

x_{CM} = …………………………………… = ... m $(\int_{SBARRA}\rho_0(x/L)x\, s\, dx)/(\int_{SBARRA}\rho_0(x/L)\, s\, dx) = (\int_0^L x^2 dx)/(\int_0^L x\, dx) = (2/3)L$ = 0.20 m

I = ………………………………….... = ... Kg m^2 $\int_{SBARRA}\rho_0(x/L)x^2\, s\, dx = \rho_0(1/L)\, s \int_0^L x^3 dx = \underline{2(m/L^2)(L^4/4) = mL^2/2 =}$ 7.5x10^{-2} Kg m^2 [il valore di ρ_0, non dato nel testo, si trova imponendo che $\int_{SBARRA}\rho_0(x/L)s\,dx = m$]

b) La sbarra viene posta su un piano verticale, libera di ruotare senza attrito attorno ad un perno passante per il suo estremo x=0 (vedi figura). Quando la sbarra si trova **ferma** in equilibrio (il suo asse geometrico è verticale), un proiettile puntiforme, di **massa trascurabile** e quantità di moto diretta orizzontalmente di modulo p = 7.5x10^{-1} Kg m/s, colpisce l'estremo della sbarra ad



$x=L$ e **vi rimane conficcato**. In conseguenza, la sbarra inizia una rotazione attorno al perno con una velocità angolare ω_0. Quanto vale ω_0? [Ricordate le conservazioni!]

ω_0 = ……………………………………… = ... rad/s pL/I = 3.0 rad/s [cons. Mom. Angolare]

c) Quanto vale l'angolo massimo di rotazione θ_{MAX} raggiunto dalla sbarra prima di arrestarsi? [Notate : potete rispondere a questo quesito anche senza aver risposto al precedente, esprimendo il valore cercato in funzione di ω_0; usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità]

θ_{MAX} = …………………………………… = ... gradi $\arccos(1 - ((I/2)\omega_0^2/(2mgx_{CM})))$ = 28 gradi

[bilancio energetico notando che l'energia cinetica iniziale è $(I/2)\omega^2$ e che la forza peso è applicata al centro di massa]

4. Una quantità n = 2.0 moli di gas perfetto monoatomico è contenuta all'interno di un recipiente **indeformabile** di volume V = 8.3 l, le cui pareti resistono fino ad una pressione massima "netta" P_{MAX} = 5.0x10^5 Pa. Inizialmente il gas si trova alla temperatura T_0 = 100 K.

a) Quanto vale la pressione iniziale P_0 del gas? [Usate il valore R = 8.3 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

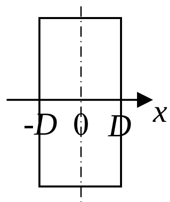
P_0 = ……………………………………= ……… Pa nRT_0/V = 2.0x10^5 Pa

b) Il gas viene riscaldato da un riscaldatore elettrico che gli fornisce una potenza **costante** W = 50 W. Supponendo di accendere il riscaldatore all'istante t_0 = 0, a quale istante t si verifica che le pareti del recipiente cedono? [Tenete conto della pressione atmosferica P_{ATM} = 1.0x10^5 Pa, che agisce uniformemente sull'esterno delle pareti del recipiente, e ricordate che il calore specifico molare a volume costante vale $(3/2)R$ per un gas perfetto monoatomico]

t = …………………………………… = ... s $nc_VT_0(-P_{ATM}+P_{MAX}-P_0)/(WP_0)$= 2.0x10^2 s [si ottiene tenendo conto che, per una isocora, si ha $Q = Wt = \Delta U = nc_V\Delta T$ ed utilizzando la legge dei gas perfetti, cercando la temperatura a cui si ha $P = P_{MAX}-P_A$, dove si è tenuto conto della pressione atmosferica]

-- **PARTE 3**

5. Una lastra di superficie molto estesa s (da potersi considerare infinita) e spessore $2D$ ha al suo interno una distribuzione volumica di carica **non uniforme**. In particolare, detto X un asse ortogonale alle superfici della lastra con l'origine sul piano mediano della lastra stessa (vedi figura), la densità volumica di carica elettrica dipende da x secondo la legge $\rho(x) = \rho_0(x/D)$, per $-D<x<D$, e $\rho(x)=0$ per x al di fuori di questo intervallo (cioè al di fuori della lastra).



a) Quanto vale la carica totale Q portata dalla lastra al suo interno?

Q = ……………………………………$\int_{LASTRA} \rho(x)dx = \rho_0(1/D)\, s \int_{-D}^{D} x\, dx = 0$ [ovvio per considerazioni di simmetria e parità!]

b) Tenendo conto del fatto che la lastra è molto estesa e che la densità di carica ha l'andamento specificato, quale di queste affermazioni sul campo elettrico ***E*** all'interno dellastra è corretta?

□ ***E*** parallelo ad X ed uniforme □ ***E*** ortogonale ad X ×□ ***E*** parallelo ad X e non uniforme

Spiegazione sintetica della risposta: .... la direzione discende dalla geometria (piana praticamente infinita), mentre la disuniformità è dovuta al fatto che c'è una densità di carica nella lastra]

c) Quanto vale la differenza di potenziale V tra la superficie ad $x=D/2$ e quella ad $x =-D/2$? [Può esservi utile considerare che il campo è nullo fuori dalla lastra; suggerimento: servitevi, nel modo opportuno, del teorema di Gauss!]

V = …………………………………… $-\int_{-D}^{D}E(x)dx = -\int_{-D}^{D}(\rho_0/(\varepsilon_0 D))s\int_{-0}^{x}\xi d\xi dx = -(\rho_0/(\varepsilon_0 D))s \int_{-D}^{D} (x^2/2)\, dx = -(\rho_0/(\varepsilon_0 D))s\, (D^3/3) = -\rho_0\, s(D^2/3)$ [il campo elettrico $E(x)$ nella lastra si ottiene applicando il teorema di Gauss ad una superficie chiusa di tipo prisma, con una superficie di base coincidente con la superficie $x = -D$ della lastra (il campo è nullo per ipotesi su questa superficie) e l'altra passante per la coordinata x generica]

6. Un condensatore elettrico collegato ad un generatore di differenza di potenziale V = 10 V ha una capacità C = 8.8 pF ed è costituito da una coppia di armature piane e parallele di superficie A = 100 cm^2 con del vuoto al loro interno. Il sistema si trova inizialmente all'equilibrio.

a) Quanto valgono la distanza d tra le armature e la densità di carica superficiale σ della lastra collegata al polo positivo? [Usate il valore ε_0 = 8.8x10^{-12} F/m per la costante dielettrica del vuoto]

d = …………………………………… = ... m $\varepsilon_0 A/C$ = 1.0x10^{-2} m

σ = …………………………………… = ... C/m^2 $\varepsilon_0 V/d = CV/A$ = 8.8x10^{-9} C/m^2

b) Ad un dato istante il generatore viene scollegato e al suo posto viene collegato tra le armature del condensatore un resistore di resistenza R. Quanto vale l'energia E dissipata dal resistore nell'**intero** processo di scarica del condensatore? [Supponete di aspettare un tempo molto lungo!]

E = …………………………………… = ... J $CV^2/2$ = 8.8x10^{-10} J [dal bilancio di energia: l'energia elettrostatica conservata nel condensatore viene completamente dissipata dalla resistenza; notate che la scarica è un processo asintotico, e quindi la risposta ha senso solo se si aspetta un tempo che tende all'infinito!