Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 21/7/2005

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

-- **PARTE 1**

1. Un razzo di segnalazione di massa m = 600 g viene sparato dall'origine di un sistema di riferimento XY con una velocità iniziale che forma un angolo θ = 30 gradi rispetto all'asse X (orizzontale), ed ha modulo v = 196 m/s. Se non indicato diversamente, considerate gli oggetti in moto come puntiformi, **trascurate ogni attrito** e considerate perfettamente pianeggiante la regione in cui viene sparato il razzo (trascurate la curvatura terrestre). [Nei calcoli usate il valore g = 9.80 m/s^2 per l'accelerazione di gravità]

   a) Quanto vale l'altezza massima h a cui arriva il razzo?

   h = …………………………………… = ……….. m $(v \sin\theta)^2/(2g)$ = 490 m

   b) Arrivato al punto di massima altezza, il razzo si frammenta con un'esplosione in due pezzi di massa, rispettivamente, m_1 = 360 g e m_2 = 240 g. Sapendo che il frammento m_1 cade nel punto x_1 = 3.00x10^3 m, dove vi aspettate che cada il frammento m_2? [Per il calcolo può farvi comodo considerare il valore numerico $3^{1/2}$ = 1.73]

   x_2 = …………………………………… = ……….. m $(m/m_2)(2v^2\sin\theta\cos\theta/g) - (m_1/m_2)x_1$ = 3977 m ~ 4.0x10^3 m [dato che le forze che agiscono per frammentare il razzo sono interne, il sistema è isolato lungo X e il centro di massa del sistema deve muoversi come una massa puntiforme, e quindi deve cadere nel punto $(2v^2\sin\theta\cos\theta/g)$; usando la definizione di centro di massa si ottiene il risultato]

   c) Sapendo che al momento della frammentazione i due pezzi acquisiscono velocità rispettivamente $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$ dirette entrambi **orizzontalmente**, e che v_1 = 228 m/s, quanto vale l'energia E liberata nell'esplosione? [Suggerimento: ricordate che l'esplosione avviene quando il razzo si trova nel punto di massima altezza!]

   E = …………………………………… = ……….. J $(m_1/2)v_1^2 + (m_2/2)((m/m_2)v\cos\theta - (m_1/m_2)v_1)^2 - (m/2)(v\sin\theta)^2$ = 557 J [si applica il bilancio energetico e, per trovare la velcoità v_2, la conservazione della quantità di moto orizzontale; notate che, subito prima dell'esplosione, nel punto di massima altezza, la velocità del razzo è solo orizzontale e vale $v\sin\theta$]

2. Un "sistema legato" (una specie di atomo di idrogeno pre-quantistico) è costituito da una coppia di cariche di modulo uguale q e segno opposto. La massa della carica positiva è M, mentre quella della carica negativa vale $m = M/1000$; la carica negativa si trova in moto **circolare uniforme** attorno alla cairca positiva (che, vista la differenza di massa, potete supporre **fissa nello spazio**, nell'origine del sistema di riferimento che impiegate).

   a) Sapendo che il raggio dell'orbita vale r, quanto vale il tempo T necessario affinché la carica negativa compia un giro completo dell'orbita?

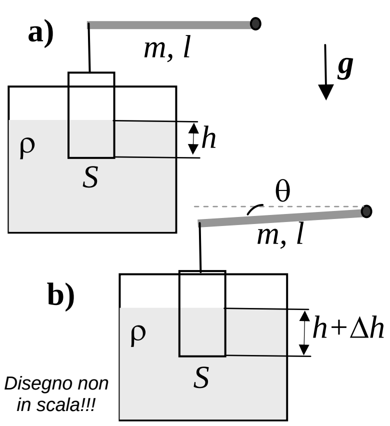
   T = ……………………………………$2\pi(4\pi\varepsilon_0 mr^3/q^2)^{1/2}$ [si ottiene uguegliando in modulo la forza elettrica, $q^2/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$, con la forza centripeta, $m\omega^2 r$]

   b) Quanto vale il (minimo) lavoro L che deve essere compiuto sul sistema affinché esso si "sleghi"? [Suggerimento: notate che rendere il sistema non legato significa allontanare "moltissimo" la carica negativa!]

   L = ……………………………………$E_{inf} - E_r = -(m/2)v^2 + q^2/(4\pi\varepsilon_0 r) = (m/2)(2\pi/T)^2 r^2 - q^2/(4\pi\varepsilon_0 r) = -q^2/(8\pi\varepsilon_0 r)$ dove E_{inf} e E_r sono l'energia della carica negativa quando si trova all'infinito (ferma se si cerca il lavoro minimo!) e all'orbita r; quest'ultima è composta da energia cinetica e potenziale elettrica; sostituendo viene il risultato, che è giustamente positivo

-- **PARTE 2**

3. Una sottile sbarra cilindrica di lunghezza l, sezione trascurabile e massa m = 200 g costituita da un materiale **omogeneo** può ruotare senza attriti in un piano verticale essendo imperniata ad un suo estremo. All'altro estremo è collegato un cilindro (vuoto) di massa **trascurabile** e sezione S = 100 cm^2 come in figura. Il collegamento tra sbarra e cilindro è realizzato con un'asta **rigida** di massa trascurabile dotata di un sistema di snodi senza attrito che la mantengono sempre in direzione **verticale**. Il cilindro viene immerso in una bacinella contenente acqua (densità ρ = 1.0x10^3 Kg/m^3) ed il sistema si trova in equilibrio quando il cilindro è parzialmente immerso nell'acqua e la sbarra è orizzontale, come in figura a).



a) Quanto vale l'altezza h della parte immersa del cilindro quando il sistema si trova in equilibrio?

h = ... = ... m $m/(2\rho S)=1.0\text{x}10^{-2}$ m [si ottiene uguagliando i momenti della forza peso della sbarra, applicata al centro di massa, del cilindro, applicata all'estremità, e della forza di Archimede $\rho g S h$, anch'essa verticale ed applicata all'estremità della sbarra]

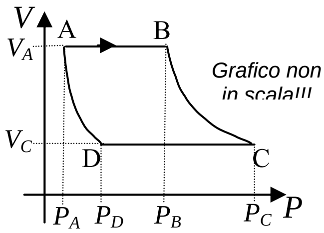
b) A questo punto "perturbate" la posizione di equilibrio, cioè poggiate il vostro dito sull'estremità della sbarra e la premete leggerement verso il basso per uina quantità Δh = 2.0 mm in modo che l'angolo θ mostrato in figura sia **molto piccolo** ($\theta \sim 0$) per poi rilasciarla. La sbarra inizierà allora un moto di oscillazione angolare. Come si scrive l'equazione del moto angolare per la sbarra? [Ricordate che $\theta \sim 0$ implica $sin\theta \sim \theta$ e $cos\theta \sim 1$]

$d^2\theta(t) / dt^2$ = ... $(mg(l/2)-\rho Sgl\Delta h(\theta))/I = 3g/(2l) - (3\rho Sg/m)\theta$ [dove si è usata l'equazione cardinale del moto rotatorio della sbarra, ponendo $I=(m/3)l^2$ e si è espresso lo spostamento verticale del cilindro in funzione dello spostamento angolare, cioè si è posto $\Delta h = l\theta$; inoltre si è sfruttata ovunque possibile la condizione di piccola perturbazione, come si fa per le piccole oscillazioni di un pendolo]

c) Detto t_0 = 0 l'istante in cui rilasciate la sbarra, e supponendo che nell'operazione non le sia impartita alcuna velocità angolare iniziale, a quale istante t' essa ripassa per la posizione di equilibrio (θ = 0)?

t' = ... = ... s $(\pi/2)(m/(3\rho Sg))^{1/2} = 4.1\text{x}10^{-2}$ s [occorre un quarto di periodo di oscillazione per ripassare alla posizione di equilibrio, e l'oscillazione avviene alla pulsazione $\omega = (3\rho Sg/m)^{1/2}$]

4. Una macchina termica lavora con n = 1.0 moli di gas perfetto eseguendo il ciclo reversibile rappresentato in figura. Tale ciclo è composto da un'isocora AB, un'adiabatica BC, un'isocora CD, un'adiabatica DA. I dati del problema sono T_A = 100 K, $P_A = 1.0\text{x}10^5$ Pa, $P_B = 3P_A$, $P_C = 24P_A$, $P_D = 2P_A$.



a) Quanto valgono le temperature T_B, T_C, T_D? [Ricordate che per un'adiabatica reversibile si ha PV^γ = costante; assumete che per il gas perfetto in questione si abbia $\gamma = 3/2$]

T_B = ...= .... K T_C = ...= .... K T_D = ...= .... K

$T_A(P_B/P_A)$ = 300 K $T_B(V_B/V_C)^{\gamma-1} = T_B(P_B/P_C)^{(1-\gamma)/\gamma}$ = 600 K $T_C(P_D/P_C)$ = 50 K

b) Quanto vale il lavoro L fatto dal gas in un intero ciclo? [Assumete $c_V = 2R$ come calore specifico molare a volume costante per questo gas perfetto, con R = 8.3 J/(K mole)]

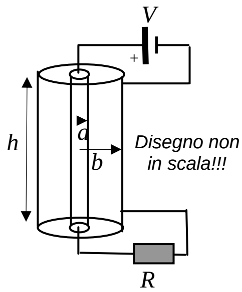
L = ... = ... J $L_{BC}+L_{DA} = -(\Delta U_{BC}+\Delta U_{DA}) = -nc_V(T_C-T_B+T_A-T_D) = -700R$ $2.0\text{x}10^2$ s[le isocore non fanno lavoro e, applicando il primo principio alle adiabatiche (Q = 0), si ha $L = -\Delta U$; il lavoro negativo indica che la macchina è un frigorifero!]

c) Quanto vale il rapporto η tra lavoro L fatto e calore Q **ceduto** dal gas in un intero ciclo?

η = ... = ... $L/Q_{CD} = L/\Delta U_{CD} = L/(nc_V(T_D-T_C)) = 0.64$ [il calore viene ceduto nell'isocora CD, e per il rpimo principio si ha $Q_{CD} = \Delta U_{CD}$; η rappresenta l'efficienza della macchina frigorifera considerata, minore di quella di un frigorifero di Carnot che lavora tra T_C e T_D]

-- **PARTE 3**

5. Un cavo coassiale è un sistema che può essere approssimato come un lungo filo cilindrico (altezza h = 1.0 m) di raggio a = 1.0 mm perfettamente conduttore, circondato da un sottile guscio cilindrico coassiale, anche'esso perfettamente conduttore, di raggio b = 2.8 mm; Un generatore ideale di differenza di potenziale V = 10 V è collegato ad un estremo del cavo ai due conduttori, mentre all'altro estremo del cavo i due conduttori sono chiusi su un resistore di resistenza R = 10 ohm. La figura rappresenta schematicamente la situazione: al solito, visto che $h >> a,b$, potete trascurare gli "effetti ai bordi".



a) Quanto vale, in modulo, il campo magnetico $B(r)$ in funzione della distanza r dall'asse nella regione fra i conduttori (cioè per $a<r<b$) e ed al di fuori del guscio cilindrico (cioè per $r>b$)? [Suggerimento: fate attenzione a dove scorrono correnti nei vari componenti del cavo!

$B(r)$ = ... per $a<r<b$ $\mu_0 I/(2\pi r)=\mu_0(V/R)/(2\pi r)$ [il campo è quello di un filo e si ottiene applicando Ampere ad una circonferenza di raggio r notando che la corrente concatenata è $I=V/R$]

$B(r)$ = ... per $r>b$ 0 [come sopra, ma stavolta la corrente concatenata è nulla, dato che sul guscio esterno passa una corrente I diretta in senso opposto a quella che scorre nel filo]

b) Quanto vale la capacità C del cavo coassiale? [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m per la costante elettrica del vuoto, che "riempie" lo spazio fra i due conduttori: come al solito, supponete trascurabili gli "effetti ai bordi"]

C = ……………………………………...... = ... F $2\pi\varepsilon_0 h/ln(b/a) = 1.1\text{x}10^{-10}$ F [è la capacità di un condensatore cilindrico! Si trova trovando la dipendenza funzionale di E dal raggio r tramite Gauss ed imponendo che la differenza di potenziale tra $r=a$ ed $r=b$ sia pari a V]

c) Quanto vale, in modulo, il campo elettrico $E(r)$ nella regione tra i due conduttori in funzione della distanza r dall'asse?

$E(r)$ = …………………………………… $CV/(2\pi\varepsilon_0 hr) = (V/ ln(b/a))/ r$ [viene appunto applicando Gauss ad una superficie cilindrica di raggio $a<r<b$ ed esprimendo la carica che si trova sul filo in funzione della capacità del sistema]

d) Quanto vale, in funzione di r, il modulo $S(r)$ del vettore (di Poynting) $\mathbf{S} = \mathbf{E}\text{x}\mathbf{B}/\mu_0$ nella regione fra i conduttori? Quali sono la sua direzione ed il suo verso?

$S(r)$ = …………………………………… $E(r)B(r)/\mu_0 = (V^2/R)/(2\pi r^2 \ ln(b/a)))$

Direzione e verso: .... lungo l'asse e nello stesso verso della corrente del filo, cioè "dal generatore al resistore" [si trova con la regola della mano destra notando che $\mathbf{E}$ è radiale e $\mathbf{B}$ è "tangenziale"]

e) Tenedo conto del significato fisico del vettore di Poynting, che rappresenta un flusso di potenza, quanto deve valere P, cioè il flusso di $\mathbf{S}$ sull'intera superficie compresa tra i conduttori? Date una spiegazione del risultato e, se potete, verificate mediante integrazione diretta.

P = …………………………………… = ... V^2/R = 10 W

Spiegazione sintetica: .... il cavo trasporta potenza dal generatore all'utenza, che la dissipa in quantità pari a V^2/R per effetto Jouile. La verifica si fa eseguendo l'integrazione su tanti gusci cilindrici di superficie di base infinitesima pari a $dS=2\pi r dr$: $\int_{SUP} \mathbf{S}\cdot\mathbf{n}\ dS = \int_a^b S(r)\ 2\pi r\ dr = (V^2/(R\ ln(b/a))) \int_a^b (1/r)\ dr = V^2/R$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 21/7/2005 Firma: