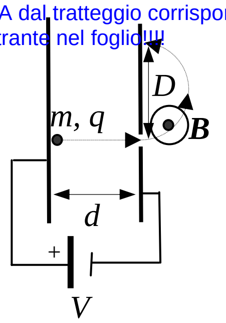
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 16/9/2005

Nome e cognome: ……………………………………………………..   Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

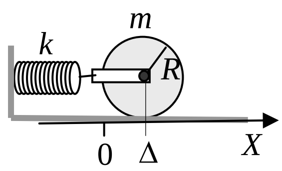
1. All'istante $t_0 = 0$ uno ione positivo di massa $m = 8.0\text{x}10^{-24}$ Kg viene creato con velocità iniziale nulla in prossimità dell'armatura positiva di un condensatore ad armature piane e parallele. Supponete trascurabile la distanza tra la posizione iniziale dello ione e l'armatura. Il condensatore è collegato ad un generatore di differenza di potenziale continua $V = 1.0\text{x}10^2$ V, e la distanza tra le armature vale $d = 10$ mm. Lo ione comincia quindi a muoversi verso l'armatura negativa; trascurate gli effetti della gravità ed ogni forma di attrito nel moto dello ione ed usate il valore $q = 1.6\text{x}10^{-19}$ C per la sua carica.
   a) A quale istante t_1 lo ione arriva sull'armatura negativa?
   t_1 = …………………………………… = ... s $(2d^2m/(qV))^{1/2} = 1.0\text{x}10^{-5}$ s   [il campo all'interno del condensatore è uniforme e vale *V/d;* il moto è quindi uniformemente accelerato]

Nota: la traiettoria indicatA dal tratteggio corrisponde in realtà ad un campo ***B*** entrante nel foglio!!!!



   b) Supponete ora che l'armatura negativa presenti un piccolo forellino all'interno del quale lo ione può passare (le dimensioni del forellino sono tali da **non perturbare** il campo del condensatore) e che, dopo aver attraversato il forellino, lo ione incontri una regione di campo magnetico uniforme ***B*** diretto come in figura (uscente dal foglio). Il campo magnetico modifica la traiettoria, facendo in modo che lo ione finisca per incidere sulla superficie esterna dell'armatura negativa. Quanto vale l'energia cinetica E_K dello ione quando questo incide su tale superficie?
   E_K = …………………………………… = ... J $qV = 1.6\text{x}10^{-17}$ J   [il campo magnetico non compie lavoro e l'energia dello ione si mantiene costante nella regione di campo elettrico nullo al di fuori del condensatore. Pertanto l'energia cinetica dello ione è quella acquisita all'interno del condensatore, che vale *qV*]

   c) Sapendo che il modulo del campo magnetico vale $B = 1.0\text{x}10^{-1}$ T, a quale distanza D rispetto al forellino lo ione incide sulla superficie esterna dell'armatura (vedi figura)? [T sta per Tesla, unità di misura del campo magnetico nel sistema mKs – SI]
   D = …………………………………… = ... m $2mv/(qB) = (8mV/(qB^2))^{1/2} = 2.0$ m   [il campo magnetico fa compiere allo ione un moto circolare uniforme; uguagliando la forza di Lorentz qvB con la forza centripeta mv^2/R si ottiene il raggio R dell'orbita; la distanza D è pari a $2R$. Rimaneggiando ed usando la relazione $v = (2qV/m)^{1/2}$ che viene dal bilancio energetico per lo ione nel condensatore si ottiene il risultato]



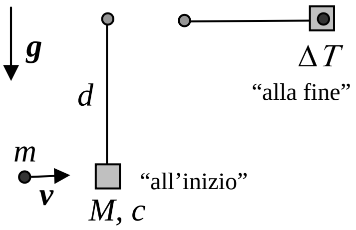
2. Un cilindro omogeneo di raggio $R = 50$ cm e massa $m = 5.0$ Kg è libero di ruotare **senza attrito** attorno al suo asse, che è collegato come in figura ad una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 30$ N/m il cui altro estremo è vincolato ad una parete rigida. Il cilindro è poggiato su un piano orizzontale dotato di un coefficiente di attrito tale che il cilindro stesso **rotola senza strisciare**.
   a) Inizialmente la molla si trova estesa per un tratto $\Delta = 40$ cm, e quindi all'istante $t_0 = 0$ il sistema viene lasciato libero di evolvere. Quanto vale in modulo la velocità del centro di massa del cilindro, v, quando questa si trova a passare per la posizione di equilibrio, cioè quella in cui la molla non è né compressa né estesa? [Il momento di inerzia del cilindro per rotazioni attorno al suo asse è $I = (m/2)R^2$]
   v = …………………………………… = ………… m/s $\Delta\,(2k/(3m))^{1/2} = 0.80$ m/s   [viene dalla condizione di puro rotolamento, $\omega = v/R$, con ω velocità angolare del cilindro, e dal bilancio energetico: $(k/2)\Delta^2 = (m/2)v^2 + (I/2)\omega^2 = (m/2)(3/2)v^2$]

   b) Considerando l'asse X di figura e chiamando x la coordinata del centro di massa del cilindro ed α la sua accelerazione angolare per la rotazione attorno all'asse, come si scrivono le equazioni per il moto traslazionale e per il moto rotazionale? [Considerate l'origine del riferimento tale che $x = 0$ coincida con la posizione di equilibrio del sistema – molla non compressa né estesa - ed indicate con F_A la forza di attrito che dà luogo al rotolamento]
   d^2x/dt^2 = ……………………………………………… $-(k/m)x + F_A/m$
   α = ……………………………………………… $-F_AR/I = -2F_A/(mR)$ [la forza di attrito determina il momento delle forze che permettono al cilindro di rotolare senza strisciare; notate che per il puro rotolamento è: $\alpha R = d^2x/dt^2$]

c) A quale istante t il cilindro si trova a passare (per la prima volta) per la posizione di equilibrio? [Considerate con attenzione il tipo di moto del sistema come risulta dalle equazioni di cui al quesito b)]

t = …………………………………… = ……….. s $(\pi/2)(3m/(2k))^{1/2} = 0.78$ s [combinando le equazioni per la traslazione e la rotazione si ottiene un'unica equazione differenziale, tipica di un moto armonico con pulsazione $(2k/(3m))^{1/2}$, cioè periodo pari a $2\pi(3m/(2k))^{1/2}$; il tempo necessario a ripassare per la posizione di equilibrio è pari ad un quarto di periodo, da cui la soluzione]

3. Un "pendolo balistico" è realizzato con una massa M = 5.0 Kg di metallo appesa ad un perno tramite un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza d = 20 cm. Il pendolo, che si trova inizialmente fermo nella sua posizione di equilibrio, viene colpito da un proiettile di massa m = 10 g che viaggia in direzione orizzontale; il proiettile resta conficcato nel pendolo che, per effetto dell'arrivo del proiettile, si mette in movimento. Trascurate nella soluzione ogni forma di attrito nel moto del pendolo e considerate tutti gli oggetti (compresa la massa che csotituisce il pendolo) come puntiformi.



a) Sapendo che il proiettile colpisce il pendolo alla velocità v = 200 m/s, quanto vale la velocità angolare ω del pendolo **subito dopo** l'urto?

ω = ……………………………………= ……… rad/s $mv/((M+m)d) = 2.0$ rad/s [per la conservazione del momento angolare – il sistema è isolato rispetto ai momenti delle forze – si ha : $mvd = I\omega = (m+M)d^2\omega$, ovvero per la conservazione della quantità di moto, $mv = (M+m)v_{fin}$, da cui la soluzione]

b) Si osserva che, in seguito all'arrivo del proiettile, il pendolo si arresta quando ha raggiunto esattamente la posizione orizzontale (vedi figura "alla fine"). Sapendo che il metallo di cui la massa del pendolo è costituita ha calore specifico c = 190 J/(Kg ^{0}C), quanto vale la sua variazione di temperatura ΔT rispetto al valore iniziale? [Supponete che ci sia scambio di calore solo tra proiettile in penetrazione e massa del pendolo – tutte le altre forme di dissipazione vanno considerate trascurabili; considerate anche trascurabile la capacità termica del proiettile]

ΔT = …………………………………… = ... ^{0}C $((m/2)v^2 - (m+M)gd)/(Mc) = 1.0$ ^{0}C [si ottiene osservando che la quota del sistema massa+proiettile raggiunta alla fine è più alta di un valore d rispetto a quella iniziale e ragionando in temnini di bilancio energetico: l'energia cinetica iniziale del sistema, $(m/2)v^2$, è pari all'energia potenziale gravitazionale acquistata al termine del processo, $(m+M)gd$, sommata all'aumento di calore, $Mc\Delta T$, da cui la soluzione]

4. Un'onda elettromagnetica monocromatica piana di lunghezza d'onda $\lambda = 1.0\times10^{-6}$ m si propaga nel vuoto lungo il verso positivo dell'asse X. L'onda è polarizzata linearmente lungo Y (cioè il suo campo elettrico oscilla lungo Y) ed è tale da avere ampiezza nulla sul piano x = 0 all'istante t = 0 (questa considerazione serve per aggiustare la fase costante della funzione d'onda).

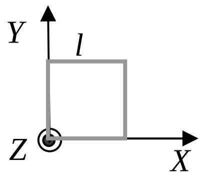
a) Scrivete la funzione d'onda per il campo elettrico $\boldsymbol{E}$ in termini dell'ampiezza E_0, del vettore d'onda $\boldsymbol{k}$ e della pulsazione ω. [Ricordate che si tratta di un vettore!]

$\boldsymbol{E}$ = ………………………………………......... $E_0 cos(kx-\omega t + \pi/2)\boldsymbol{y} = E_0 sin(kx-\omega t)\boldsymbol{y}$

b) Quanto vale la frequenza ν dell'onda? [Ricordate che la velocità della luce vale $c = 3.0\times10^8$ m/s]

ν = …………………………………… = ... Hz $c/\lambda = 3\times10^{14}$ Hz

c) Sul piano YZ è posta una spira conduttrice quadrata di lato $l = 1.5\times10^{-6}$ m con un lato disposto lungo l'asse Y (vedi figura) e resistenza R = 1.0 ohm. All'interno della spira scorre una corrente elettrica periodica che, al massimo, vale I_{MAX} = 3.0 mA. Quanto vale l'ampiezza E_0 dell'onda? [Date la risposta numerica usando l'unità di misura V/m]



E_0 = …………………………………… = …....... V/m $RI_{MAX}/(2l) = 1.0\times10^3$ V/m [facendo la circuitazione del campo elettrico sulla spira, che ha lato pari a $3\lambda/2$, si ottiene che la differenza di potenziale vale $2E_0 \sin(\omega t)\, l$, la corrente $(2E_0 \sin(\omega t)\, l)/R$ ed il valore massimo di questa funzione è proprio $2E_0 l/R$, da cui la risposta]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 16/9/2005 Firma: