Corso di Laurea STC Chim Curr Appl – ESAME DI FISICA GENERALE – 11/6/2007

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

--- **PARTE 1**

1. In un esperimento di collisioni fra particelle cariche, un protone (massa $m = m_A$ e carica $q = e$) viene inviato contro una particella alfa (massa $M = 4m_A$ e carica $Q = 2e$). Le due particelle **inizialmente** si trovano a **distanza relativa così grande** che l'interazione elettrica può essere considerata **trascurabile**, e si muovono lungo l'asse X di un sistema di riferimento essendo dotate di velocità rispettivamente $v = v_0$ e $V = - v_0$. Ogni forma di attrito o dissipazione ed ogni forza diversa dall'interazione elettrica (interna al sistema!) sono **trascurabili** ed il processo può essere considerato unidimensionale (la dinamica si svolge solo lungo l'asse X). Le particelle si avvicinano quindi l'un l'altra fino a trovarsi alla distanza relativa minima d_{MIN} per poi successivamente riallontanarsi. [I valori numerici rilevanti per il problema sono: $m_A = 1.6\times10^{-27}$ kg, $e = 1.6\times10^{-19}$ C, $v_0 = 2.0\times10^2$ m/s; la costante della forza elettrica è $\kappa_E = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9.0\times10^9$ N m^2/C^2]

   a) Quanto vale la velocità v_{CM} del **centro di massa del sistema** nell'istante in cui viene raggiunta la minima distanza relativa?

   v_{CM} = …………………………………… = ……….. m/s $(mv+MV)/(m+M) = -(3/5)v_0 = -1.2\times10^2$ m/s [il processo è un urto (centrale) fra due particelle; non essendoci forze esterne si conserva la quantità di moto totale del sistema e la velocità del centro di massa del sistema è costante durante tutto il processo. In particolare, essa rimane sempre al valore iniziale, da cui la soluzione]

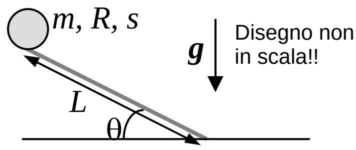
   b) Come si esprime il lavoro L che la forza elettrica di interazione esegue dall'istante iniziale a quello in cui viene raggiunta la minima distanza relativa? [Non dovete dare una risposta numerica, ma solo esprimere L in funzione dei dati del problema e della distanza minima d_{MIN}]

   L = …………………………………… $-\Delta U_{ELE} = -\kappa_E qQ/d_{MIN} = -\kappa_E 2e^2/d_{MIN}$ [si è tenuto conto che inizialmente la distanza tra le cariche è praticamente infinita, e quindi l'energia elettrica è praticamente nulla]

   c) Quanto vale, in modulo, la distanza minima relativa d_{MIN} fra le due particelle? [Suggerimento: attenti a considerare le risposte dei punti precedenti!]

   d_{MIN} = …………………………………… = ……….. m $5\kappa_E e^2/(4m_A v_0^2) = 4.5\times10^{-6}$ m [non essendoci cause dissipative, si ha: $L = \Delta E_K = (m/2+M/2)v_{CM}^2 - (m/2)v^2 - (M/2)V^2 = (5/2)m_A v_{CM}^2 - (5/2)m_A v_0^2 = -(5/2)m_A v_0^2(1-9/25) = -(5/2)m_A v_0^2(16/25) = -(8/5)m_A v_0^2$. Attenzione a considerare il fatto che alla distanza relativa minima le particelle non sono ferme, ma si muovono entrambi alla velocità del centro di massa del sistema, essendo nulla la loro velocità relativa Il risultato si ottiene usando l'espressione di L ed il valore di v_{CM} determinati prima]

2. Un cilindro **omogeneo** di massa $m = 1.0$ kg e raggio $R = 9.0$ cm si trova sulla sommità di un piano inclinato di lunghezza $L = 6.0$ m ed angolo $\theta = 30$ gradi rispetto all'orizzontale, come descritto in figura. Supponete che le condizioni siano tali che il cilindro possa muoversi sul piano inclinato con un moto di **rotolamento puro** (senza strisciamento).



   a) Quanto vale la velocità angolare di rotazione ω del cilindro nell'istante in cui esso, **partendo da fermo**, raggiunge la base del piano inclinato? [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

   ω = …………………………………… ~ ……….. rad/s $(2mgL\sin\theta)/(mR^2 + I))^{1/2} = (4gL\sin\theta/(3R^2))^{1/2} \sim 70$ rad/s [in condizioni di rotolamento puro la forza di attrito fra cilindro e piano non compie lavoro e quindi si conserva l'energia meccanica, per cui $0 = \Delta U + \Delta E_K = - mgL\sin\theta + (m/2)v^2 + (I/2)\omega^2$; notate che $L\sin\theta$ è la variazione di quota del centro di massa del cilindro; inoltre, dato che il rotolamento è puro, la relazione tra le velocità è $v = \omega R$. Infine è facile verificare che il momento di inerzia per il cilindro (omogeneo) che ruota attorno al suo asse è $I = (m/2)R^2$]

   b) Quanto deve valere il modulo della forza di attrito statico F_A tra piano e cilindro quando questo si trova in condizioni di rotolamento puro? [Suggerimento: considerate le equazioni del moto traslazionale del centro di massa e rotazionale del cilindro!]

   F_A =....……………………………….… = ……….. N $mg\sin\theta/(1+mR^2/I) = mg\sin\theta/3 = 1.6$ N [l'equazione del moto del centro di massa scritta rispetto ad un asse parallelo al piano inclinato è: $ma = mg\sin\theta - F_A$. L'equazione del moto rotazionale è: $I\alpha = F_A R$. Poiché nel moto di rotolamento puro è $a = \alpha/R$, le due equazioni si possono mettere a sistema ottenendo la soluzione]

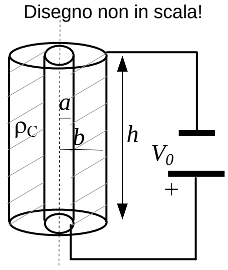
   c) Quanto vale il tempo Δt necessario affinché il cilindro raggiunga, partendo da fermo dalla sommità e muovendosi di rotolamento puro, la base del piano?

   Δt……………………………….… ~ ……….. s $(2L/a)^{1/2} = (2L/(g\sin\theta - F_A/m))^{1/2} = (2L/(g\sin\theta(1-1/3))^{1/2} = (3L/(g\sin\theta))^{1/2} \sim 1.9$ s [dalla soluzione alla domanda precedente si capisce che il moto del centro di massa del cilindro è uniformemente accelerato con accelerazione $a = g\sin\theta - F_A/m$. Ricordando che, per moto uniformemente accelerato, si ha $L = (a/2)\Delta t^2$ si ottiene la soluzione]

--- **PARTE 2**

3. Una sottile bacchetta cilindrica di materiale **perfettamente conduttore** ha raggio a = 1.0 mm ed altezza h = 2.0 cm. La bacchetta è circondata da un sottile guscio cilindrico di materiale **perfettamente conduttore**, coassiale alla bacchetta e della stessa altezza di questa; il raggio del guscio è b = 5.0 mm. Lo spazio tra i due conduttori è riempito da un materiale **omogeneo debolmente conduttore**, dotato di resistività ρ_C = 1.0x10^3 ohm m. La bacchetta ed il guscio conduttore esterno sono collegati ai poli di un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 1.0x10^3 V come rappresentato in figura. [Usate il valore ε_0 = 8.8x10^{-12} F/m per la costante dielettrica del materiale]

Disegno non in scala!



a) Quanto vale, in condizioni stazionarie, la carica Q_0 che si accumula sulla bacchetta cilindrica? [Può farvi comodo sapere che, numericamente, $ln(5) \sim 1.6$]

Q_0 = …………………………………… ~ …….. C $V_0 2\pi\varepsilon_0 h/ln(b/a) \sim$ 6.9x10^{-10} C [il sistema ha simmetria cilindrica e si comporta, di fatto, come un condensatore cilindrico. Il campo elettrico tra bacchetta e guscio esterno ha direzione radiale e dipende solo dal raggio a causa della simmetria. L'espressione del campo $E(r)$ si trova usando Gauss su un cilindro di raggio generico $a<r<b$: $2\pi rhE(r) = Q_0/\varepsilon_0$. D'altra parte deve anche essere $\Delta V = - V_0 = - \int_a^b E(r)dr = Q_0 ln(b/a)/(2\pi\varepsilon_0 h)$, da cui la soluzione]

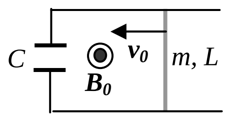
b) Per il sistema considerato si osserva in condizioni stazionarie passaggio di corrente dalla bacchetta al guscio esterno. Quanto vale l'intensità I di questa corrente? [Suggerimento: la corrente ha la stessa direzione del campo elettrico che si instaura tra bacchetta e conduttore esterno!]

I = …………………………………… ~ …….. A $\int_S \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{n}\, dS = (\int_S \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{n}\, dS)/\rho_C = E(r)2\pi rh = (Q/(2\pi rh\varepsilon_0\rho_C))2\pi rh = Q_0/(\varepsilon_0\rho_C) = (V_0 2\pi\varepsilon_0 h/ln(b/a))/\varepsilon_0\rho_C = 2\pi h\, V_0/(\rho_C ln(b/a)) \sim$ 7.85x10^{-2} A [l'intensità di corrente si ottiene come flusso della densità di corrente $\boldsymbol{j}=\boldsymbol{E}/\rho_C$ .Dato che il campo è radiale e dipende solo dal raggio, la densità di corrente è orientata anche in direzione radiale ed è uniforme su un guscio cilindrico di raggio generico $a<r<b$. L'integrale che determina il flusso si può quindi calcolare in modo immediato, ottenendo il risultato]

c) Supponete ora che all'istante t_0 = 0 il generatore venga scollegato: come si scrive la legge che regola l'andamento temporale della carica $Q(t)$ sulla bacchetta interna ad un istante generico t?

$Q(t)$ = ……………………………… $Q_0 e^{-t/\tau}$, con $\tau = RC = (V_0/I)(Q_0/V_0) = Q_0/I = \varepsilon_0\rho_C$ = 8.8x10^{-9} s [è la scarica di un condensatore attraverso una resistenza: la capacità ed il valore della resistenza sono praticamente già stati determinati nelle risposte alle domande precedenti]

4. Una barretta perfettamente conduttrice di lunghezza L e massa m scorre senza attrito in direzione **orizzontale** sotto l'azione di un operatore esterno, che la mantiene a velocità costante $\boldsymbol{v_0}$ diretta nel verso indicato in figura. Un campo magnetico esterno $\boldsymbol{B_0}$ omogeneo attraversa il piano su cui giace il sistema. La barretta è collegata elettricamente ad un circuito ("spira") che comprende un condensatore di capacità C; come indicato in figura. All'istante t_0=0 la barretta, inizialmente ferma in una certa posizione, viene messa in moto **istantaneamente**.



a) Qual è, rispetto alla figura, il verso della corrente che il campo magnetico induce nel circuito?

☐ Orario X ☐ Antiorario ☐ Indeterminato

Commento alla scelta: ……………………………………. La legge di Lenz stabilisce che la corrente indotta tende a "contrastare" la variazione di flusso magnetico attraverso la "spira". Stabilendo come positivo il flusso generato dal campo esterno, si vede che esso tende a diminuire con il tempo a causa della riduzione dell'area della spira. Il campo indotto deve tendere a mantenere costante il flusso e quindi ha **lo stesso verso** della corrente che creerebbe il campo esterno; la regola della mano destra stabilisce che questo verso è quello antiorario. Alla stessa conclusione si giunge anche considerando il verso della forza magnetica che agisce sulle cariche della barretta. Notate che una vera e propria corrente si ha solo all'inizio, nel transiente durante il quale la barretta viene messa in movimento

b) Come si esprime la carica Q accumulata sul condensatore in condizioni stazionarie?

Q = …………………………………... $CV = CB_0Lv_0$ [il campo "impresso" nella barretta produce una differenza di potenziale B_0Lv_0 che è **costante** nel tempo; questa differenza di potenziale è anche quella che si trova ai capi del condensatore, da cui la risposta]

c) Come si scrive il lavoro meccanico L che compie l'operatore esterno per mettere in movimento la barretta? [State attenti a considerare a cosa serve questo lavoro!]

L = …………………………………... $(m/2)v_0^2+CV^2/2 = (m/2)v_0^2+C(B_0Lv_0)^2/2$ [per il bilancio energetico applicato in condizioni di assenza di forze dissipative: il lavoro dell'operatore serve a fornire energia cinetica alla barretta ma anche a creare energia elettrostatica nel condensatore]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 11/6/2007 Firma: