

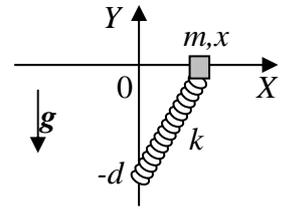
Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

----- PARTE 1

1. Un sottile tondino di metallo rigido e indeformabile si trova lungo l'asse  $X$  (orizzontale) di un sistema di riferimento. Un manicotto di massa  $m$ , che ha la forma di un piccolo cilindro cavo, può scorrere senza attrito lungo tale tondino; come rappresentato in figura, il manicotto, che può essere considerato **puntiforme**, è attaccato ad una molla il cui altro estremo è rigidamente fissato nel punto di coordinate  $x = 0, y = -d$  dello stesso sistema di riferimento. La molla ha costante elastica  $k$  (nota) mentre la sua massa ed anche la sua lunghezza di riposo possono essere considerate **trascurabili**.



a) Come si scrive l'equazione del moto del manicotto  $a(x)$ , ovvero la sua accelerazione **lungo l'asse X** in funzione della posizione  $x$  (generica)? Come si scrive la reazione vincolare  $N(x)$  che il tondino esercita sul manicotto quando questo si trova in posizione  $x$  (generica)? Notate che la reazione vincolare ha **solo componente lungo Y**. [Non usate valori numerici per questa risposta! Suggerimento: considerate attentamente la geometria e usate in modo opportuno le regole fondamentali della trigonometria per le proiezioni di vettori]

$a(x) = \dots\dots\dots$   
 $N(x) = \dots\dots\dots$

b) Supponete che inizialmente il manicotto, la cui massa è  $m = 50$  g, sia trattenuto nella posizione  $x_0 = 40$  cm da una forza esterna e che all'istante  $t_0 = 0$  questa forza venga rimossa, in modo che il manicotto cominci a muoversi partendo da fermo. Sapendo che  $k = 20$  N/m e  $d = 30$  cm, quanto vale la velocità  $v$  del manicotto quando questo passa per la posizione  $x = 0$  (cioè per l'origine del riferimento)?

$v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s

2. Due ioni positivi di carica  $q$  si avvicinano l'un l'altro muovendosi entrambi lungo l'asse  $X$  di un sistema di riferimento. I due ioni hanno masse rispettivamente  $m_1 = m$  e  $m_2 = 3m$  e le loro velocità iniziali, misurate quando la loro distanza è così grande da poter essere considerata "infinita", hanno lo stesso **modulo**, cioè  $v_{01} = v_0$  e  $v_{02} = v_0$  (fate attenzione al fatto che gli ioni si muovono l'uno contro l'altro, cioè il verso delle due velocità è opposto!). [Trascurate ogni forma di attrito e ogni effetto della forza peso sul moto degli ioni; per la soluzione non usate valori numerici, che in questo problema non ci sono, ma impiegate i valori letterali noti, in particolare  $q, m$  e  $v_0$ ]

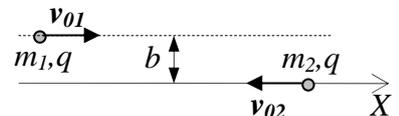
a) Si osserva che gli ioni si avvicinano l'un l'altro fino a raggiungere una distanza minima, per poi riallontanarsi. Come si esprimono le velocità  $v_1$  e  $v_2$  degli ioni quando nell'istante in cui essi si trovano alla distanza minima tra di loro?

$v_1 = \dots\dots\dots$   
 $v_2 = \dots\dots\dots$

b) Come si esprime il valore della distanza minima  $D$ ? [Usate il simbolo  $\kappa$  per la costante della forza elettrica]

$D = \dots\dots\dots$

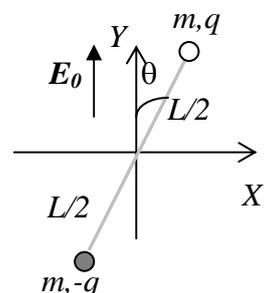
c) Commentate brevemente su come cambierebbero il problema e le sue soluzioni nel caso in cui lo ione 1 si muovesse inizialmente lungo un asse parallelo all'asse  $X$  ma collocato a distanza  $b$  da questo (supponete che nulla cambi nel moto iniziale dello ione 1), come rappresentato schematicamente in figura.



Commento: .....

----- PARTE 2

3. Una molecola polare lineare può essere schematizzata come un sistema di due cariche di segno opposto ( $q$  e  $-q$ ) entrambe di massa  $m$ , tenute insieme da un'asta rigida di massa trascurabile e lunghezza  $L$ . Supponete che una tale molecola si trovi su un sistema di riferimento in modo che, all'istante  $t_0=0$ , il suo asse formi un angolo  $\theta=\theta_0$  rispetto all'asse  $Y$ , come rappresentato in figura; inoltre l'origine del riferimento è scelta in modo da trovarsi a metà dell'asta. In questo stesso istante  $t_0=0$  viene acceso un campo elettrico **uniforme** di modulo  $E_0$  e direzione dell'asse  $Y$  (positiva, come in figura) che agisce in modo omogeneo su tutto lo spazio di interesse. [Non usate valori numerici, che non ci sono in questo problema, in



cui dovete esprimere le soluzioni in funzione dei dati letterali noti; trascurate ogni forma di attrito ed ogni effetto della forza peso!]

- a) Come si scrivono l'accelerazione traslazionale del centro di massa,  $a_0$ , e l'accelerazione angolare per una rotazione attorno al centro di massa,  $\alpha_0$ , subito dopo l'accensione del campo elettrico?

$$a_0 = \dots\dots\dots$$

$$\alpha_0 = \dots\dots\dots$$

- b) In seguito all'accensione del campo elettrico si osserva che l'asse della molecola prende ad oscillare attorno alla posizione di equilibrio  $\theta = 0$ . Supponendo che l'angolo iniziale  $\theta_0$  sia molto piccolo (al punto che  $\sin\theta_0 \sim \theta_0$ ), come si esprime il periodo  $T$  di questa oscillazione? [Suggerimento: ricordate altri sistemi oscillanti ed il loro trattamento matematico!]

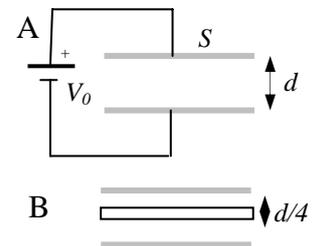
$$T = \dots\dots\dots$$

- c) Come si scrive la funzione  $U(\theta)$  che rappresenta l'**energia potenziale** (di natura elettrostatica) del dipolo elettrico quando questo forma un angolo  $\theta$  generico rispetto alla direzione del campo (cioè all'asse  $Y$ )? Commentate con chiarezza sul procedimento adottato e sulle sue implicazioni.

$$U(\theta) = \dots\dots\dots$$

Commento:  $\dots\dots\dots$

4. Un condensatore è costituito da due sottili armature piane di materiale conduttore che hanno sezione di area  $S = 2.0 \times 10^2 \text{ cm}^2$  e sono disposte parallelamente fra loro a distanza reciproca  $d = 1.0 \text{ cm}$  come in figura A. Inizialmente il condensatore è collegato a un generatore di differenza di potenziale  $V_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ V}$  per un tempo sufficiente a raggiungere condizioni stazionarie. Quindi **il generatore viene scollegato** e tra le armature viene inserita una lastra di materiale conduttore (globalmente neutro), di spessore  $d/4$  ed area  $S$  (la lastra viene infilata in modo da "coincidere" perfettamente con le armature e da essere parallela a queste, come rappresentato in figura B; la distanza tra le facce della lastra e le armature non è nota, se necessario fate delle ipotesi ragionevoli). [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  per la costante dielettrica del vuoto, che è il "mezzo" compreso tra le armature; tenete conto che le armature e la piastra sono molto estese, e quindi trascurate gli "effetti ai bordi"]



- a) Quanto vale la differenza di potenziale  $V'$  tra l'armatura superiore e quella inferiore dopo che è stata inserita la lastra? [Supponete che si sia raggiunta una nuova condizione di equilibrio]

$$V' = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ V}$$

- b) Quanto vale la differenza di energia elettrostatica  $\Delta U_E$  tra la configurazione finale (quella con la lastra inserita) e quella iniziale (senza lastra)? [State attenti ad esprimere anche il segno giusto]

$$\Delta U_E = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ J}$$

- c) Supponete ora che un resistore elettrico di resistenza  $R = 3.0 \text{ Mohm}$  venga collegato tra le armature. Quanto vale il "tempo caratteristico di scarica"  $\tau$  del sistema così realizzato?

$$\tau = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ s}$$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 18/6/2008

Firma: