

Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

----- PARTE 1

1. In un esperimento di ionizzazione di vapori, uno ione positivo di massa  $m = 60$  u.m.a. e carica  $Z = 1$  si muove sotto l'azione di un campo elettrico (esterno, cioè creato da chissà chi e in che modo!) **disomogeneo** diretto nel verso positivo dell'asse  $X$  di un sistema di riferimento. Tale campo presenta un'intensità dipendente dalla coordinata  $x$  secondo la legge:  $E(x) = E_0(1+x/d)$ , con  $d = 3.0$  cm ed  $E_0$  costante (incognita). Si sa che all'istante  $t_0 = 0$  lo ione si trova a passare per l'origine del sistema di riferimento avendo una velocità  $v_0 = 4.0 \times 10^3$  m/s orientata nel verso positivo dell'asse  $X$ . [Supponete trascurabili gli effetti della forza peso e ogni forma di attrito; ricordate che 1 u.m.a. =  $1.6 \times 10^{-27}$  kg e che la carica unitaria vale  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C]

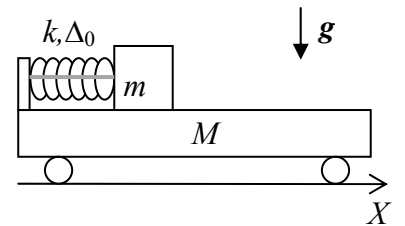
a) Come si scrive l'equazione del moto dello ione nel campo elettrico citato? [Dovete limitarvi a scrivere la **funzione**  $a(x)$  che descrive l'accelerazione dello ione in funzione della coordinata  $x$  da lui occupata; **non** usate valori numerici per questa risposta, che va espressa usando i parametri letterali noti del problema]

$a(x) = \dots\dots\dots$

b) Supponete ora che un'osservazione sperimentale suggerisca che, raggiunta la posizione  $x' = d$  (con  $d$  introdotto precedentemente!), la velocità dello ione valga  $v' = 5.0 \times 10^3$  m/s. Quanto deve valere la costante  $E_0$  che compare nell'espressione del campo elettrico? [Suggerimento: rispondete senza risolvere l'equazione del moto! Può farvi comodo ricordare che, per una variabile generica  $\xi$ , si ha  $\int \xi^m d\xi = \xi^{m+1}/(m+1)$ , valida per  $m \neq -1$ ]

$E_0 = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  V/m

2. Un sistema è costituito da un carrello di massa  $M = 25$  kg che può muoversi con attrito trascurabile nella direzione (**orizzontale**)  $X$  e da un blocco di massa  $m = M/5 = 5.0$  kg che può scorrere con attrito trascurabile sul piano del carrello stesso. Una molla di massa trascurabile e costante elastica  $k = 24$  N/m collega il blocco con una "sponda" del carrello; inizialmente carrello e blocco sono fermi e la molla è mantenuta compressa per un tratto  $\Delta_0 = 50$  cm da un filo inestensibile (di massa trascurabile), come rappresentato in figura. All'istante  $t_0=0$  il filo viene tagliato e si osserva che sia il blocco che il carrello si mettono in movimento. [Considerate il problema come unidimensionale, cioè tale che tutti gli spostamenti avvengano in direzione  $X$  ed usate l'asse indicato in figura]



a) Quanto valgono le velocità  $v'$  e  $V'$  rispettivamente del blocco e del carrello che si misurano (rispetto al suolo) quando la molla assume la propria lunghezza di riposo? [Notate che alla lunghezza di riposo la molla non ha energia potenziale elastica]

$v' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m/s

$V' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m/s

b) Quanto vale lo spostamento  $\Delta X'$  del carrello misurato rispetto alla posizione iniziale nell'istante in cui la molla assume la lunghezza di riposo? [Per il segno, fate riferimento all'asse indicato in figura]

$\Delta X = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m

c) Quanto vale l'istante  $t'$  in cui si verifica la situazione considerata sopra, cioè la molla assume la sua lunghezza di riposo? [Considerate il primo istante in cui ciò si verifica: infatti il moto è **periodico** ed esistono infiniti istanti in cui la molla passa per la sua lunghezza di riposo!]

$t' := \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  s

----- PARTE 2

3. Avete una sottile sbarretta cilindrica **omogenea** di sezione  $S = 1.0$  cm<sup>2</sup> e lunghezza  $L = 10$  cm realizzata con un materiale che ha densità di massa **uniforme**  $\rho_M = 6.0 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Un estremo della sbarretta è solidale all'asse di un motorino elettrico che, una volta messo in moto, permette alla sbarretta di compiere un movimento di rotazione su un piano **orizzontale**. Inizialmente tutto (motorino e sbarretta) è fermo; all'istante  $t_0=0$  il motorino viene azionato ed inizia a fornire una potenza **costante**  $P = 10$  W alla rotazione della sbarretta. [Considerate **trascurabile** ogni forma di attrito e gli effetti della forza peso, che sono annullati dall'asse del motorino]

- a) Quanto vale la velocità angolare  $\omega'$  della sbarretta all'istante  $t' = 10$  s? [Per il calcolo può farvi comodo ricordare che, per una variabile generica  $\xi$ , si ha  $\int \xi^m d\xi = \xi^{m+1}/(m+1)$ , valida per  $m \neq -1$ ]  
 $\omega' = \dots\dots\dots = \dots\dots$  rad/s
- b) Immaginate ora che il materiale di cui è costituita la sbarretta sia un buon conduttore elettrico e che nella regione in cui si trova la sbarretta in rotazione sia presente un campo magnetico esterno **costante ed uniforme** diretto perpendicolarmente al piano di rotazione (cioè diretto verticalmente) e di modulo  $B_0 = 1.0 \times 10^{-2}$  T. In queste condizioni si misura una differenza di potenziale  $V'$  tra gli estremi della sbarretta. Quanto vale  $V'$ ? [Eseguite il calcolo riferendovi all'istante  $t'$ , quando la sbarretta ha velocità angolare  $\omega'$  determinata al punto precedente; esprimete il **modulo** della differenza di potenziale richiesta]  
 $V' = \dots\dots\dots = \dots\dots$  V

4. Un lungo solenoide è realizzato con un numero  $N = 1000$  di spire di sottile filo elettrico di **resistività trascurabile** avvolte in modo da formare una superficie cilindrica di raggio  $a = 1.0$  cm ed altezza  $h = 50$  cm ( $h \gg a$ ). Il solenoide è collegato ad un generatore di corrente la cui intensità  $I(t)$  è variabile nel tempo secondo la legge  $I(t) = I_0(1 - t/\tau)$ , con  $I_0 = 20$  A e  $\tau = 0.10$  s. [Usate il valore  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto]

- a) Come si esprime l'intensità del campo magnetico  $B(t)$  all'interno del solenoide in funzione del tempo  $t$ ? [Sfruttate il fatto che il solenoide è molto lungo e **non** usate valori numerici per questa risposta, limitandovi ad esprimere in modo letterale i parametri noti del problema]  
 $B(t) = \dots\dots\dots$
- b) Come si esprime la differenza di potenziale  $V(t)$  misurata ai capi del solenoide? Qual è il suo valore  $V'$  all'istante  $t' = \tau$ ? [Per la prima risposta **non** dovete usare valori numerici; per la seconda sì]  
 $V(t) = \dots\dots\dots$   
 $V' = \dots\dots\dots = \dots\dots$  V
- c) Commentate su direzione, verso e intensità del vettore di Poynting che "interessa" il solenoide. [Ricordate che il vettore di Poynting è definito come  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B} / \mu_0$ ]  
 Commento:  $\dots\dots\dots$

---

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
 Pisa, 9/7/2008 Firma: