

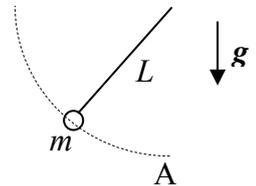
Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

----- PARTE 1

1. Un piccolo sasso di massa $m = 200$ g è attaccato all'estremità di una fune inestensibile e di massa trascurabile, la cui lunghezza è $L = 1.00$ m. L'altro estremo della fune è vincolato ad un perno conficcato in una parete rigida verticale: in questo modo il sasso può compiere un movimento, con **attrito trascurabile**, su un piano verticale, come rappresentato in figura. In particolare, in opportune condizioni la traiettoria compiuta dal sasso è circolare; infatti si osserva che quando il sasso passa per la posizione A indicata in figura (il punto "più basso" della traiettoria) con una velocità angolare $\omega_A \geq \omega_{\text{MIN}}$, esso percorre una traiettoria circolare completa (cioè fa un "giro della morte"). [Usate il valore $g = 9.80$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità che è, ovviamente, diretta verticalmente verso il basso]



a) Quanto vale ω_{MIN} ?

$\omega_{\text{MIN}} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ rad/s

b) Supponendo ora che il sasso passi per la posizione A con una velocità angolare $\Omega = (4/5)\omega_{\text{MIN}}$, con ω_{MIN} determinato nella risposta precedente, si osserva che esso non percorre più per intero una traiettoria circolare. quanto vale l'altezza massima h , misurata rispetto alla quota del punto A, raggiunta dal sasso? Per semplicità, rispondete al quesito supponendo che, nel punto di massima altezza, il sasso sia completamente **fermo**. Spiegate poi, in modo breve ma chiaro, se ritenete ragionevole questa approssimazione.

$h = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m

Spiegazione:

2. Due piccoli oggetti di massa $m_A = m$ ed $m_B = 3m$, con m nota, sono uniti da una molla di massa trascurabile, costante elastica k (nota) e lunghezza di riposo L_0 (incognita). I due oggetti possono muoversi con **attrito trascurabile** lungo un asse X **orizzontale** X . All'istante $t_0 = 0$ si osserva che entrambi gli oggetti si muovono con la stessa velocità v_0 (la velocità è la stessa sia in modulo che in verso!), mentre le loro posizioni sono; $x_{0A} = 0$; $x_{0B} = d_0$, con d_0 nota. Si osserva poi che ad un certo istante t_1 (incognito) le posizioni dei due oggetti sono tali che la loro distanza è $x_{1B} - x_{1A} = d_0$, valore di distanza iniziale (nota!). [Nessuna forza esterna è applicata al sistema dei due oggetti in direzione orizzontale; inoltre l'istante t_1 è il **primo** di una (infinita) serie di istanti in cui si verifica la condizione considerata]

a) Come si esprime, in funzione dei parametri letterali noti del problema, l'istante t_1 ?

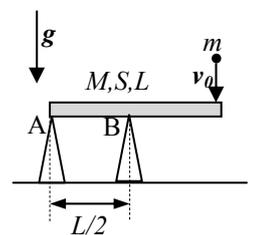
$t_1 = \dots\dots\dots$

b) Come si esprime la posizione x_{1A} occupata dall'oggetto di massa m_A all'istante t_1 ? [Spiegate **bene** in brutta il procedimento impiegato!]

$x_{1A} = \dots\dots\dots$

----- PARTE 2

3. Una sottile trave **omogenea** di massa $M = 10$ kg, sezione di area $S = 50$ cm² e lunghezza $L = 2.0$ m si trova in equilibrio sopra due supporti "puntiformi" (denominati A e B) solidali ad un pavimento rigido e indeformabili; tali supporti sono in grado di generare sulla trave forze di reazione che hanno solo componenti verticali. I due supporti contattano la trave ad una sua estremità ed al punto di mezzo, come rappresentato in figura. Nelle condizioni di equilibrio considerate, la trave ha direzione **orizzontale**. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto valgono, in modulo, le forze F_A ed F_B che i due supporti esercitano sulla trave?

Spiegate brevemente su quali considerazioni basate il procedimento per la determinazione di queste forze

$F_A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ N

$F_B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ N

Spiegazione:

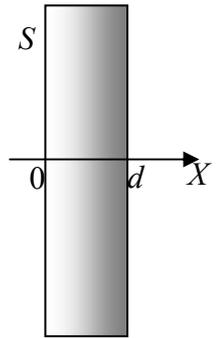
b) Immaginate ora che un chiodo, di massa $m = 100$ g, venga sparato in direzione verticale sull'estremo "di destra" della trave (vedi figura); sapendo che la velocità del chiodo, subito prima dell'impatto, è diretta verticalmente ed



ha modulo $v_0 = 50$ m/s e che il chiodo rimane conficcato nella trave, quanto vale la velocità angolare ω con cui il sistema trave+chiodo comincia a ruotare **subito dopo** l'arrivo del chiodo?

$\omega = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ rad/s

4. Una lastra molto estesa e sottile di materiale non conduttore porta al suo interno una distribuzione di carica volumica **disomogenea**. Come indicato in figura, in cui la lastra è vista “di profilo”, le superfici (facce) “di base” della lastra, che hanno area $S = 0.10$ m², sono ortogonali rispetto all’asse X . Lo spessore della lastra è $d = 1.0$ mm (si ha evidentemente $d \ll S$) e la carica complessiva contenuta nella lastra vale $Q = 1.0 \times 10^{-5}$ C. Si sa che la densità di carica dipende dalla sola coordinata x , in particolare aumentando linearmente da 0 fino al valore ρ_0 (incognito) quando si passa dalla faccia “di sinistra” in figura, collocata ad $x = 0$, alla faccia “di destra”, che si trova ad $x = d$. Si sa anche che $E(x) = 0$ per $x \leq 0$. [Considerate $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m la costante dielettrica sia all’interno che al di fuori della lastra; supponete **trascurabili gli “effetti ai bordi”**]



Disegno non in scala!

a) Come si scrive l’espressione del campo elettrico $E(x)$ nelle regioni $0 < x < d$ e $x > d$ (cioè dentro la lastra e “alla destra” della lastra stessa)? [Non usate alcun valore numerico per questa risposta, che va espressa in funzione dei parametri letterali noti del problema; indicate in brutta direzione e verso del campo, nell’ipotesi che si possano trascurare gli effetti ai bordi]

$E(x) = \dots\dots\dots$ per $0 < x < d$

$E(x) = \dots\dots\dots$ per $x > d$

b) Quanto vale la differenza di potenziale ΔV tra la faccia “di sinistra” e quella “di destra” in figura? [Per azzeccare il segno giusto, che è richiesto per la soluzione, tenete presente che si intende $\Delta V = V(x=0) - V(x=d)$]

$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots$ V

Nota: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 18/7/2008

Firma: