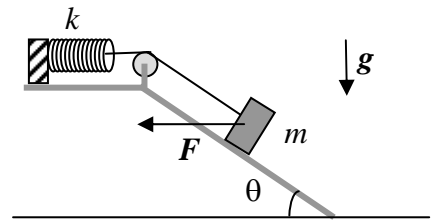


Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un blocco di massa  $m = 5.0$  kg, che si trova sopra un piano inclinato di angolo  $\theta = \pi/6$ , è attaccato, tramite una corda inestensibile di massa trascurabile, ad una molla di costante elastica  $k = 49$  N/m, il cui altro estremo è vincolato ad una parete rigida ed indeformabile. La figura rappresenta schematicamente il sistema considerato (la piccola puleggia all'inizio del piano inclinato ha massa trascurabile e non partecipa alla dinamica del sistema). Supponete trascurabile ogni forma di attrito; per i calcoli numerici, usate il valore  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per l'accelerazione di gravità e ricordate che  $\sin(\pi/6) = 1/2$  e  $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2 \sim 0.87$ .



a) Inizialmente una forza esterna  $F$  di direzione orizzontale, verso come in figura e modulo incognito, è applicata al centro di massa del blocco. In queste condizioni il sistema è in **equilibrio** e la molla è alla propria **lunghezza di riposo** (cioè l'elongazione della molla è nulla). Quanto vale il modulo  $F$  della forza esterna?

$F = \dots \dots \dots \sim \dots \dots \dots$  N      $mg\sin\theta \sim 28$  N [per l'equilibrio lungo il piano inclinato deve essere  $mg\sin\theta = F\cos\theta$ , da cui la soluzione; notate che, nelle condizioni specificate (molla a lunghezza di riposo), non ci sono altre forze attive lungo la direzione considerata]

b) Supponete ora che la forza esterna  $F$  venga rimossa in modo istantaneo: in queste condizioni si osserva che il blocco scende verso il basso del piano inclinato (si supponga che il piano sia sufficientemente lungo in modo che il blocco non ne raggiunga la base). Quanto vale la distanza  $d$  che esso percorre sul piano inclinato prima di fermarsi (momentaneamente)?

$d = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$  m      $2mg\sin\theta/k = 1.0$  m [viene dal bilancio energetico:  $0 = \Delta U_{ELA} + \Delta U_G = (k/2)d^2 - mgd\sin\theta$ ]

c) Considerando un riferimento lineare disposto lungo il piano inclinato ed orientato **verso il basso**, quanto vale l'accelerazione  $a$  del blocco quando questo si ferma (avendo percorso la distanza  $d$ )? [Indicate anche il segno!]

$a = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$  m/s<sup>2</sup>      $g\sin\theta - (k/m)d = -g\sin\theta = -4.9$  m/s<sup>2</sup> [notate che il blocco **non** si ferma in una posizione di equilibrio, ma subito dopo essersi fermato risale verso l'alto!]

2. In un esperimento di fisica atomica vengono creati due ioni, di carica e massa rispettivamente  $Q_1 = q$ ,  $M_1 = m$ ,  $Q_2 = -q$ ,  $M_2 = 3m$ , con  $q$  ed  $m$  valori di carica e massa **noti**. I due ioni si muovono lungo l'asse  $X$  di un sistema di riferimento: inizialmente essi si trovano ad enorme distanza l'un l'altro e sono dotati di velocità  $v_1 = v_0$  e  $v_2 = -v_0$ , con  $v_0$  velocità **nota**. In sostanza, quindi, essi si muovono l'uno contro l'altro con velocità uguali in modulo ed opposte in segno; pertanto si verifica un urto in seguito al quale si forma un composto neutro (stabile) di massa  $M = M_1 + M_2 = 4m$ . [Trascurate ogni forma di attrito nella dinamica del sistema]

a) Quanto vale la velocità  $V$  del composto dopo l'urto? [Esprimete il risultato in funzione dei dati **noti** del problema]

$V = \dots \dots \dots$       $v_0(M_1 - M_2)/M = -v_0/2$  [dalla conservazione della quantità di moto, che vale essendo il sistema isolato]

b) Quanto vale la variazione di energia cinetica  $\Delta E$  del sistema calcolata fra l'istante immediatamente successivo all'urto e l'istante iniziale? [Per intendersi, è  $\Delta E = E_{dopo\ l'urto} - E_{iniziale}$ ; anche in questo caso dovete esprimere il risultato in funzione dei dati **noti** del problema]

$\Delta E = \dots \dots \dots$       $(M/2)V^2 - (m_1/2)v_1^2 - (m_2/2)v_2^2 = -(3/2)mv_0^2$  [dal bilancio energetico]

c) Sapendo che le posizioni iniziali dei due ioni sono  $x_1 = -d$  e  $x_2 = d$ , con  $d$  molto grande (in pratica si sta affermando che inizialmente i due ioni si trovano in posizioni "simmetriche" rispetto all'origine del sistema di riferimento), la coordinata  $X'$  in cui si verifica l'urto sarà:

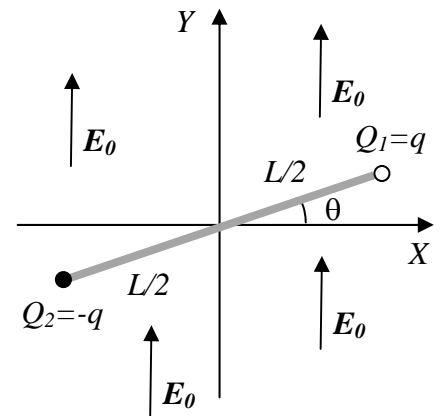
$$\square X' = 0$$

$$\mathbf{X} \square X' < 0$$

$$\square X' > 0$$

**Spiegazione della risposta (obbligatoria):** ..... essendo il sistema isolato, la velocità del centro di massa  $v_{CM}$  resta costante durante tutto il processo. Si ha quindi  $v_{CM} = (m_1v_1 + m_2v_2)/(m_1 + m_2) = V < 0$ . D'altra parte la posizione iniziale del centro di massa è  $x_{CM0} = 0$ , per la simmetria del problema, ed il centro di massa si muove evidentemente di moto rettilineo uniforme. Essendo la sua velocità negativa, dopo l'urto esso si troverà in  $x < 0$  ed altrettanto succederà per il composto neutro, la cui posizione corrisponde con quella del centro di massa]

3. Una molecola polare (lineare) può essere schematizzata come una bacchettina **omogenea ed indeformabile** di materiale dielettrico con massa  $m$  e lunghezza  $L$  alle cui estremità si trovano due cariche puntiformi opposte,  $Q_1 = q$  e  $Q_2 = -q$  (nel modello considerato, a queste cariche non viene associata una massa, che si suppone invece distribuita in modo uniforme sulla bacchetta). Inizialmente il sistema è **fermo** e poggia su un piano **orizzontale XY** nella configurazione rappresentata in figura (l'asse della bacchetta forma un angolo  $\theta_0$  rispetto all'asse  $X$  e il punto di mezzo della bacchetta si trova nell'origine del sistema). All'istante  $t_0 = 0$  viene istantaneamente acceso un campo elettrico **uniforme e costante** di modulo  $E_0$  diretto nel verso positivo dell'asse  $Y$ , come mostrato in figura. Supponete che la bacchetta possa muoversi sul piano con attrito trascurabile ed esprimete i risultati in funzione dei dati **noti** del problema, cioè  $q, m, L, \theta_0, E_0$ .



a) Quanto vale l'accelerazione  $a_{CM}$  del centro di massa del sistema subito dopo l'accensione del campo elettrico? [Esprimetene le componenti lungo  $X$  e lungo  $Y$ ]

$a_{CMX} = \dots\dots\dots 0$

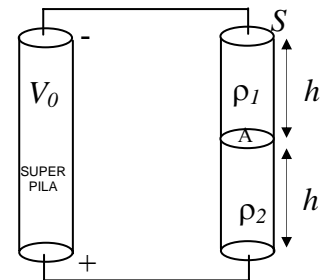
$a_{CMY} = \dots\dots\dots 0$  [l'equazione del moto del centro di massa recita  $a_{CM} = \Sigma F / \Sigma m$ . Eseguendo la sommatoria vettoriale sulle forze si ottiene zero essendo le cariche di segno opposte. Da qui la risposta]

b) Quanto vale, in **modulo**, l'accelerazione angolare  $\alpha$  a cui il sistema è sottoposto **subito dopo** l'accensione del campo elettrico?

$\alpha = \dots\dots\dots 2qE_0(L/2)\cos\theta_0/(mL^2/12) = 12qE_0\cos\theta_0/(mL)$

[l'equazione del moto rotazionale del sistema recita  $\alpha = \Sigma \tau / I$ , con  $\tau$  momenti delle forze esterne e  $I$  momento di inerzia del sistema. Le forze che fanno momento sono le forze elettriche che agiscono sulle cariche; i momenti risultanti hanno lo stesso verso (tutti e due tendono a far ruotare in verso antiorario la bacchetta attorno ad un asse passante per il centro di massa, ovvero l'origine del sistema, ed ortogonale al piano  $XY$ ). Dunque occorre sommare il modulo dei due momenti. Per il calcolo di questo modulo si deve notare che il braccio delle forze è  $(L/2)\cos\theta_0$  mentre il **modulo** della forza vale  $qE_0$ . Per la risposta occorre poi calcolare il momento di inerzia della bacchetta (omogenea) in rotazione attorno al centro di massa, che vale  $I = (m/12)L^2$ . Si noti che, ovviamente, l'accelerazione angolare cambia nel corso dell'evoluzione temporale del sistema, cambiando l'angolo tra asse della bacchetta e campo elettrico]

4. Un circuito elettrico è formato da una pila (un generatore ideale di differenza di potenziale  $V_0 = 28$  V) collegata ad un resistore elettrico. Il resistore è costituito da una coppia di elettrodi perfettamente conduttori ("armature") che racchiudono una serie di due bacchette cilindriche omogenee con la stessa area di base  $S = 10$  mm<sup>2</sup> e altezza  $h = 2.0$  cm, formate da due diversi materiali **debolmente conduttori** con resistività rispettivamente  $\rho_1 = 2.0 \times 10^{-3}$  ohm m e  $\rho_2 = 5.0 \times 10^{-3}$  ohm m. Le bacchette sono unite "testa a testa", come rappresentato in figura. I fili elettrici che collegano la pila al resistore hanno resistenza trascurabile. Per le risposte, considerate il sistema in **condizioni stazionarie**.



a) Quanto vale la corrente  $I$  che fluisce nel circuito?

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots$  A  $V/R_{TOT} = 2.0$  A, con  $R_{TOT} = (\rho_1 + \rho_2) h/S$

b) Quanto valgono, in modulo, i campi elettrici  $E_1$  ed  $E_2$  all'interno dei due materiali? [Per il calcolo immaginate di poter "trascurare gli effetti ai bordi", cioè che i due campi siano uniformi all'interno dei due materiali e che siano diretti lungo l'asse delle bacchette]

$E_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots$  V/m  $V_0/(h(I + \rho_2/\rho_1)) = 4.0 \times 10^2$  V/m

$E_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots$  V/m  $V_0/(h(I + \rho_1/\rho_2)) = 1.0 \times 10^3$  V/m [per la continuità

della corrente deve essere  $J_1 = E_1/\rho_1 = J_2 = E_2/\rho_2$ . D'altra parte è anche  $J_1 = J_2 = I/S$ , a causa della geometria del sistema (la corrente si suppone uniforme su tutta la sezione delle bacchette). Mettendo a sistema le due equazioni ed usando il risultato del quesito precedente si ottiene la soluzione ]

c) Quanto vale la densità superficiale di carica elettrica  $\sigma$  che si accumula sulla superficie di interfaccia tra i due conduttori (marcata con A in figura)? [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  F/m per la costante dielettrica in entrambi i materiali]

$\sigma = \dots\dots\dots = \dots\dots$  C/m<sup>2</sup>       $\epsilon_0(E_1 - E_2) = -5.3 \times 10^{-9}$  C      [si applica il teorema di Gauss ad un cilindretto che attraversa l'interfaccia e che ha asse parallelo all'asse delle bacchette e basi all'interno delle zone 1 e 2.]

d) Disegnate nello schema il verso della corrente, del campo elettrico e del vettore  $\mathbf{ExB}$  nel resistore e nella pila, e giustificate (**obbligatoriamente**) le vostre deduzioni qui di seguito o, meglio, in brutta copia :

$\dots\dots\dots$  la corrente va sempre dal polo positivo al negativo; il campo elettrico è diretto assialmente verso l'alto nel resistore (come in un condensatore) e verso il basso nella pila (per avere una circuitazione del campo pari a zero, secondo le leggi dell'elettrostatica). Il vettore  $\mathbf{ExB}$  (assomiglia al vettore di Poynting) è radiale uscente per la pila, entrante per il resistore. Verificalo!

---

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 16/9/2008

Firma: