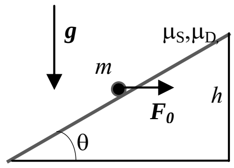
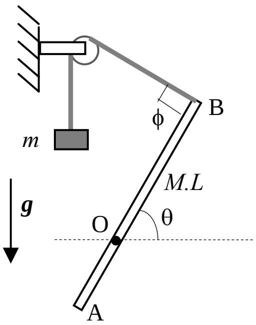
Corso di Laurea STC □ Chimica C.A. □ – ESAME DI FISICA GENERALE – 13/7/2009

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*



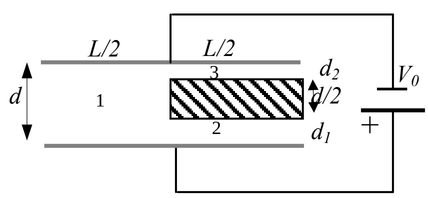
1. Una massa **puntiforme** m = 0.40 kg si trova su un piano inclinato fisso, rigido e indeformabile, di altezza h = 2.0 m e angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. La superficie del piano è **scabra** e presenta attrito statico e dinamico, rispettivamente con coefficienti μ_S = 0.90 e μ_D = 0.50. Sulla massa agisce una forza esterna costante e uniforme, diretta orizzontalmente nel verso indicato in figura e di modulo F_0 = 6.0 N. **In queste condizioni la massa puntiforme è in equilibrio**. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/6)$ = ½ e $cos(\pi/6)$ = $3^{1/2}/2$, con $3^{1/2}$ ~ 1.7]
   a) Quanto vale, **nelle condizioni sopra descritte**, il modulo della forza di attrito F_A che agisce sulla massa per garantirne l'equilibrio statico? Verificate, discutendo per benino in brutta, che la condizione di equilibrio proposta nel testo sia effettivamente compatibile con i dati numerici del problema.
   F_A = …………………………………… ~ .... N $-mg\sin\theta + F_0\cos\theta$ ~ 3.2 N [all'equilibrio la sommatoria delle forze agenti sulla massa deve essere nulla. Notando che il movimento, se ci fosse, avrebbe la direzione del piano inclinato, conviene usare un riferimento parallelo a questo, ad esempio diretto verso la sommità del piano. Rispetto a tale asse, proiettando opportunamente le varie forze, deve essere: $0 = -mg\sin\theta + F_0\cos\theta - F_A$, da cui la soluzione.]
   Discussione: …………………………………… Occorre a questo punto verificare che tale forza di attrito possa essere effettivamente generata dal contatto tra piano e massa. Si sa che $F_{A,S} \le N\mu_S$, dove la reazione vincolare vale, in modulo, $N = mg\cos\theta + F_0\sin\theta$ ~ 6.4 N; dunque $\mu_S N > F_A$, per cui la condizione di equilibrio è effettivamente possibile



2. Una sottile sbarra **omogenea** di lunghezza L = 1.0 m e massa M = 2.0 kg è imperniata in modo da poter ruotare con attrito trascurabile attorno a un perno che la attraversa a tre quarti della sua lunghezza: facendo riferimento alla figura, questo significa che le lunghezze dei segmenti indicati sono OA = $L/4$ e OB = $3L/4$. All'estremo B della sbarra è legata una fune inestensibile di massa trascurabile che, dopo essere passata per la gola di una puleggia **di massa trascurabile**, termina con un peso di massa m (incognita). Tutto il sistema è **in equilibrio** con gli angoli rappresentati in figura che valgono $\theta = \pi/3$ e $\phi = \pi/2$. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/3)$ = ½ e $sin(\pi/3)$ = $3^{1/2}/2$, con $3^{1/2}$ ~ 1.7]
   a) Quanto valgono, **in modulo**, la tensione T della fune e la forza F che il perno esercita sull'asta nel punto O?
   T = …………………………………… = ………… N $mg = Mg\cos\theta/3$ = 3.3 N [la tensione della fune deve essere uguale a mg per grantire l'equilibrio traslazionale del peso di massa m. Inoltre per l'equilibrio rotazionale della sbarra deve essere, calcolando i momenti rispetto ad O, $T3L/4 = Mg(L/4)\cos\theta$, da cui la soluzione]
   F = …………………………………… ~ ………… N $((Mg\sin\theta\cos\theta/3)^2+((-Mg\cos\theta/3+Mg)^2)^{1/2}=Mg(31/12)^{1/2}$ ~ 31 N [per l'equilibrio traslazionale della sbarra il perno deve esercitare forze che bilanciano la forza peso $\boldsymbol{Mg}$ e la tensione della fune $\boldsymbol{T}$. La componente orizzontale della forza $\boldsymbol{F}$ è uguale e opposta alla componente orizzontale della tensione della fune, che vale, per la geometria del sistema, $T\sin\theta = Mg\sin\theta\cos\theta/3$. La componente verticale è invece data dalla somma algebrica della componente verticale di $\boldsymbol{T}$, che vale $T\cos\theta = Mg\cos^2\theta/3$, e della forza peso Mg, che punta in direzione opposta e quindi avrà un segno opposto. Ricordando che il modulo di di un vettore si trova come radice quadrata della somma dei quadrati delle sue componenti si ha la soluzione]

   b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata; subito dopo il taglio si osserva che la sbarra comincia a ruotare attorno all'asse passante per il perno. Quanto vale la velocità angolare ω della sbarra nell'istante in cui essa si trova a passare per l'orizzontale, ovvero quando l'angolo θ di figura diventa zero? [Trascurate ogni forma di attrito nel moto della sbarra; può farvi comodo ricordare il "teorema degli assi paralleli", che recita $I=I_{CM}+Md^2$, con d distanza tra il centro di massa e l'asse considerato e I_{CM} momento di inerzia rispetto al centro di massa]
   ω = …………………………………… ~ ………… rad/s $(2Mg(L/4)\sin\theta/I)^{1/2} = (96Mg(L/4)\sin\theta/(7ML^2))^{1/2} = (24g\sin\theta/(7L))^{1/2}$ ~ 5.8 rad/s [nella rotazione della sbarra non intervengono forze dissipative e dunque l'energia meccanica si conserva: $0 = \Delta E_K+\Delta U_G$. La variazione di energia cinetica, supponendo ragionevolmente nulla la velocità iniziale, è $\Delta E_K=(I/2)\omega^2$, mentre la variazione di energia potenziale gravitazionale è dovuta alla variazione di quota del centro di massa della sbarra, e quindi è $\Delta U_G=Mg(L/4)\sin\theta$ (la sbarra è omogenea e quindi il centro di massa i trova a metà della sua lunghezza). Per la soluzione, occorre calcolare il momento di inerzia I: si può o eseguire il calcolo diretto (per integrazione) oppure sfruttare il teorema degli assi paralleli. Essendo, per una sbarra sottile omogenea, $I_{CM}=ML^2/12$ ed avendosi $d=L/4$, è $I=ML^2(1/12+1/16)=(ML^2/48)(4+3)=(7/48)ML^2$, da cui la soluzione]

   c) Quanto vale l'accelerazione angolare α della sbarra nell'istante considerato sopra, cioè quando la sbarra passa per l'orizzontale?
   α = …………………………………… ~ ………… rad/s^2 $Mg(L/4)/I = 12g/(7L)$ = 17 rad/s^2 [l'equazione del moto rotazionale recita $\alpha = \tau/I$. L'unica forza che fa momento rispetto al polo considerato (il perno) è la forza peso, il cui braccio è, nell'isytante considerato, pari a $(L/4)$ (la sbarra è orizzontale e la forza peso è verticale!). Da qui la soluzione, in cui si sfrutta anche il momento di inerzia trovato nella risposta al quesito precedente]



Vista da davanti
(in sezione)

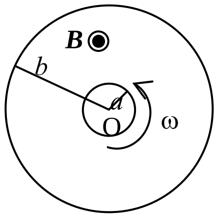
3. Lo spazio tra le armature di un condensatore ad armature piane e parallele è parzialmente occupato da una lastra spessa di materiale ottimo conduttore. Si sa che le armature del condensatore sono lastre **sottili** (spessore trascurabile) quadrate con lato L e che la loro distanza è d (con $d<<L$). Si sa inoltre che la lastra di conduttore, globalmente **neutra**, ha la forma di un parallelepipedo di altezza $d/2$ e base di lati rispettivamente L e $L/2$. La configurazione geometrica è rappresentata in figura, che mostra una vista "dal davanti" (in sezione) del sistema. Notate che le distanze d_1 e d_2 di figura non sono note, ma è ovviamente $d = d_1+d_2+d/2$. Evidentemente la presenza della lastra divide lo spazio vuoto tra le armature in tre regioni, marcate come 1, 2, 3 in figura. Il condensatore è collegato a un generatore di differenza di potenziale nota V_0 e si suppone che siano state raggiunte condizioni stazionarie. [Rispondete supponendo che il sistema goda di una perfetta simmetria piana e trascurate gli "effetti ai bordi"; pertanto assumete che il campo elettrico sia nullo fuori dal condensatore. Notate che non ci sono valori numerici in questo esercizio, per cui dovete esprimere i risultati in funzione delle espressioni letterali dei parametri noti, quelli che "si sanno"]
   a) Quanto valgono, in modulo, i campi elettrici E_1, E_2, E_3 che si misurano nelle tre regioni di spazio sopra definite?
   E_1 = …………………………………… V_0/d
   E_2 = …………………………………… $2V_0/d$
   E_3 = …………………………………… $E_2=2V_0/d$ [in tutte e tre le regioni il campo elettrico è verticale e diretto verso l'alto, vista la configurazione del generatore e il fatto che possiamo trascurare gli effetti ai bordi. Inoltre i campi sono omogenei ed uniformi all'interno delle varie zone, sempre perché stiamo supponendo di essere in simmetria piana. Il campo E_1 si calcola facilmente dalla differenza di potenziale: si trova $E_1 = V_0/d$. I campi elettrici E_2 ed E_3 sono uguali, come può essere facilmente dimostrato applicando il teorema di Gauss ad una scatola che ha le sue basi nelle regioni 2 e 3 rispettivamente (ad esempio una scatola cilindrica con il suo asse in direzione verticale): la carica interna a questa scatola è nulla, essendo la lastra neutra. Dunque il flusso del campo elettrico è anche nullo, cioè i campi (supposti verticali e omogenei nelle varie regioni di spazio

considerate) sono uguali. A causa della presenza del generatore, è inoltre $E_2d_1+E_3d_2=V_0=E_2(d_1+d_2)=E_2(d-d/2)=E_2d/2$ (il campo è ovviamente nullo dentro la lastra, trattandosi di un conduttore all'equilibrio) da cui la soluzione]

b) Quanto vale la capacità C del condensatore? [Indicate con ε_0 la costante dielettrica del vuoto]

C = …………………………………… $(3/2)\varepsilon_0L^2/d$ [per definizione è $C = Q/V_0$. La carica elettrica è evidentemente distribuita sulle armature in modo **non uniforme**. Questo si può vedere facilmente usando ancora il teorema di Gauss con una scatola che ha una sua base all'interno e l'altra all'esterno del condensatore (dove si suppone che il campo sia nullo): si trova che il campo è legato alla densità di carica superficiale attraverso la relazione $E = \sigma/\varepsilon_0$. Quindi $\sigma_1 = \varepsilon_0E_1$, ma $\sigma_2 = \varepsilon_0E_2$. Vista la geometria del sistema, si ha $Q = (L^2/2)(\sigma_1+\sigma_2)=\varepsilon_0(L^2/2)(V_0/d+2V_0/d)=\varepsilon_0(L^2/2)(3/d)V_0$, da cui la soluzione. Notate che alla soluzione si arriva anche trattando il sistema come composto da un parallelo tra un condensatore piano parallelo con armature distanti d e di superficie $L^2/2$ con una serie di due condensatori piani paralleli con armature di superficie $L^2/2$ e separazione d_1 e d_2]

4. Un disco cavo omogeneo di materiale conduttore globalmente neutro, che ha raggio interno a = 50 cm, raggio esterno b = 1.0 m e spessore h = 10 cm, viene mantenuto in rotazione attorno al suo asse (indicato con O in figura) con velocità angolare costante ω = 10 rad/s da un operatore esterno. Nella regione in cui si trova il disco è presente un campo magnetico esterno uniforme e costante, diretto ortogonalmente alla superficie del disco e di modulo B_0 = 2.0×10^{-2} T (il verso del campo si deduce dalla figura, che riporta una vista "dall'alto" del sistema: rispetto a questa figura il campo "esce dal foglio" e la rotazione avviene in verso antiorario). Supponete che le condizioni a cui si fa riferimento nelle domande siano di equilibrio (cioè la rotazione del disco ha avuto inizio molto tempo prima di quando il sistema viene considerato).



a) Quanto vale, in modulo, la differenza di potenziale elettrico ΔV_{ab} che si instaura, se si instaura, tra la superficie laterale "interna" ($r = a$) e la superficie laterale "esterna" del disco? [Per azzeccare i segni giusti, notate che si intende $\Delta V_{ab} = V(r=b) - V(r=a)$, con ovvio significato dei simboli]

ΔV_{ab} = ……………………………………= ……… V $\omega B_0(b^2-a^2)/2$ = 0.075 V [la rotazione del disco fornisce alle cariche che esso contiene (di ambo i segni, in ugual numero essendo il disco neutro) una velocità tangenziale di verso antiorario, come la rotazione, e di modulo pari a ωr , con r generico compreso tra a e b (si noti che la velocità non è omogenea su tutto il disco!). Per la forza di Lorentz, le cariche positive vengono spinte verso la superficie laterale "esterna" e quelle negative verso la superficie laterale "interna", come si verifica facilmente usando la regola della mano destra. Il processo di spostamento prosegue finché, all'equilibrio, le forze dovute al campo elettrico generato da questa separazione di cariche uguagliano la forza di Lorentz. In altri termini, all'interno del disco si crea un campo elettrico **impresso** $\boldsymbol{E^*} = -\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B_0}$. Questo campo è radiale, diretto verso l'interno (come indicato anche dalla separazione delle cariche, che vede quelle negative andare sulla superficie laterale interna), e disomogeneo, valendo il suo **modulo** $E(r) = \omega B_0 r$. E' facile a questo punto calcolare la differenza di potenziale, che vale $\Delta V_{ab} = -\int_a^b \boldsymbol{E^*}\bullet \boldsymbol{dl} = \int_a^b \omega B_0 r dr$, da cui la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 13/7/2009 Firma: