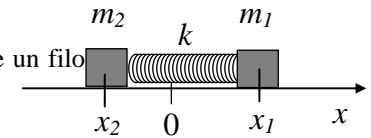


Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Due blocchetti di alluminio, di massa $m_1 = 100$ g e $m_2 = 200$ g e dimensioni trascurabili, sono poggiati su un piano orizzontale privo di attrito. Essi sono uniti da una molla di massa trascurabile e costante elastica $k=13$ N/m, che inizialmente è tenuta **compressa** per un tratto $|\Delta_0| = 10.0$ cm tramite un filo. Rispetto al riferimento di figura, le posizioni dei due blocchetti, inizialmente **fermi**, sono $x_1 = 100$ mm ed $x_2 = -50.0$ mm. [Il problema è ovviamente unidimensionale]



- a) All'istante $t_0 = 0$ il filo viene tagliato istantaneamente ed i blocchetti cominciano ad allontanarsi l'un l'altro. Quanto vale, **subito dopo** il taglio del filo, l'accelerazione **relativa** (di un blocchetto rispetto all'altro) $a_{rel} = a_2 - a_1$?

$a_{rel} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m/s² $F_{int}/\mu = k\Delta_0(1/m_1 + 1/m_2) = 20.0$ m/s² [l'equazione del moto relativo recita $a_{rel} = F_{int}/\mu$, dove $F_{int} = k\Delta_0$ è la forza “interna” al sistema (cioè quella che agisce sul blocchetto 2 per effetto della molla collegata al blocchetto 1) e μ è la massa ridotta del sistema. Ricordando che $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$ si ottiene la soluzione]

- b) Durante l'allontanamento dei due blocchetti, la molla si estende fino a raggiungere un valore massimo di estensione $|\Delta_{max}|$; quanto vale la velocità v_2 del blocchetto di massa m_2 nell'istante di massima estensione?

$v_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m/s 0 [nell'istante di massima estensione le velocità dei due blocchetti devono essere uguali, cioè $v_2 = v_1$. D'altra parte, essendo il sistema isolato in direzione X, la quantità di moto del sistema deve conservarsi, quindi deve essere sempre nulla (essendo nulla all'inizio), cioè $0 = m_1v_1 + m_2v_2$. Questa equazione può essere soddisfatta solo se $v_1 = v_2 = 0$, da cui la soluzione]

- c) Quanto vale la massima estensione $|\Delta_{max}|$ della molla?

$|\Delta_{max}| = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m $|\Delta_0| = 10.0 \times 10^{-2}$ m [dovendosi conservare l'energia (il sistema è in presenza di attrito trascurabile), deve essere $\Delta E_k + \Delta U_{ela} = 0$. D'altra parte l'energia cinetica totale è nulla sia all'inizio che alla fine, e quindi l'energia elastica non può variare. Poiché essa dipende dal quadrato dell'estensione (o della compressione), si ottiene la soluzione]

- d) Quanto valgono le coordinate x_1' e x_2' dei due blocchetti quando la molla raggiunge la massima estensione $|\Delta_{max}|$?

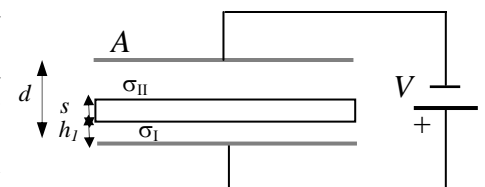
$x_1' = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m $x + 2|\Delta_0|/(1 + m_1/m_2) = 23.3 \times 10^{-2}$ m [essendo il sistema isolato lungo l'asse X, la posizione del centro di massa rimane inalterata, cioè: $m_1x_1 + m_2x_2 = m_1x_1' + m_2x_2'$ (abbiamo moltiplicato per $(m_1 + m_2)$ sia il primo che il secondo membro dell'equazione in cui compare la definizione di posizione del centro di massa). Inoltre, per ragioni geometriche, deve essere: $x_1' - x_2' = (x_1 - x_2) + 2|\Delta_0|$ (infatti la distanza tra le masse aumenta per due volte la compressione iniziale). Mettendo a sistema le due equazioni si ottiene la soluzione]
 $x_2' = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m $x_1' - x_2' + 2|\Delta_0| = -9.78 \times 10^{-2}$ m [vedi sopra]

2. Due piastre di materiale conduttore, che hanno spessore **trascurabile** ed area $A = 1.0$ m² sono poste parallelamente l'una di fronte all'altra ad una distanza pari a $d = 10$ cm. Ad un dato istante, le due piastre, inizialmente **scariche**, vengono collegate ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 100$ V. [Usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto e supponete che le dimensioni del sistema siano tali da poter trascurare gli effetti ai bordi]

- a. Quanto vale il lavoro L fatto dal generatore per portare il sistema all'equilibrio (cioè perché le cariche elettriche si distribuiscano in modo opportuno sulle due piastre)?

$L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J $CV_0^2/2 = (\epsilon_0 A/d) V_0^2/2 = 4.4 \times 10^{-7}$ J [il lavoro è pari alla energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore, che vale, all'equilibrio, $CV_0^2/2$; la capacità C si esprime come $\epsilon_0 A/d$, da cui la soluzione]

- b. Supponete ora che nello spazio (vuoto) tra le piastre venga si trovi una lastra conduttrice **scarica**, di area A identica a quella delle piastre e spessore $s = 2.0$ cm. La configurazione è descritta schematicamente in figura, da cui si vede che la lastra si trova ad una distanza $h_1 = 1.0$ cm dalla lamina “inferiore”. Quanto valgono, all'equilibrio, le densità di carica superficiale σ_I e σ_{II} sulle due facce della lastra indicate in figura (rispettivamente quella inferiore e superiore, nel disegno)?



$\sigma_I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C/m² $-\epsilon_0 V_0/(d-s) = -1.1 \times 10^{-10}$ C/m²
 $\sigma_{II} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C/m² $-\sigma_I = 1.1 \times 10^{-10}$ C/m² [detti E_1 ed E_2 i campi nella regioni

compresa tra lamina inferiore e lastra e tra lastra e lamina superiore, per Gauss deve essere $\sigma_I = -E_1\epsilon_0$ (il segno negativo viene dal fatto che il vettore rilevante è antiparallelo al campo!); per la neutralità della lastra deve essere $\sigma_{II} = -\sigma_I$; d'altra parte per Gauss deve anche essere $E_2 = \sigma_B/\epsilon_0 = E_1$. Sfruttando la definizione di differenza di potenziale, detta $h_2 = d - s - h_1$ la distanza tra faccia superiore della lastra e lamina superiore, deve allora essere $V_0 = E_1h_1 + E_2h_2 = E_1(d-s)$, da cui la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
 Pisa, 13/5/2008

Firma: