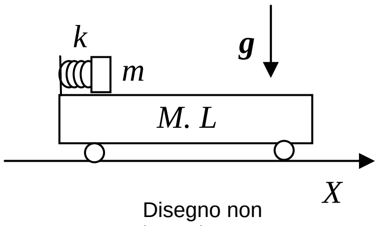
ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 13/07

1. Un piccolo carrello di massa M = 10 kg e lunghezza L = 1.0 m può scorrere senza attrito su un piano orizzontale e si trova inizialmente fermo in una certa posizione. Ad un'estremità del carrello si trova una molla di costante elastica $k = 1.1\mathrm{x}10^4$ N/m, un estremo della quale è solidale col carrello stesso. La molla, che è disposta con il suo asse in direzione orizzontale, è inizialmente compressa per un tratto Δ_0 = 2.0 cm (per una causa esterna); un corpo puntiforme di massa $m = M/10$ = 1.0 kg è appoggiato sull'estremo libero della molla. Ad un dato istante la causa esterna che manteneva compressa la molla viene rimossa: la molla si estende ed il corpo di massa m si mette in movimento sul piano del carrello fino a raggiungerne l'estremità e a lasciarlo. [Supponete trascurabile anche l'attrito tra corpo e superficie del carrello]



   a) Quanto vale lo spostamento ΔX del carrello quando il corpo di massa m ne raggiunge l'estremità e lo lascia? [Considerate un asse X orizzontale orientato verso destra rispetto alla figura; inoltre **supponete nulla la lunghezza** complessiva del complesso corpo + molla, cioè considerate che il corpo percorre una distanza pari ad L **rispetto al piano del carrello** prima di raggiungerne l'estremità]
   ΔX = ... = ... m $-mL/(m+M) = -9.1\mathrm{x}10^{-2}$ m [essendo il sistema isolato lungo l'asse X e fermo all'inizio, il centro di massa del sistema non cambia la sua posizione (lungo X). Ricordando che $x_{CM} = (mx + MX)/(m+M)$, dove x ed X sono le posizioni (dei centri di massa) dei due corpi in considerazione, si ha $0 = \Delta x_{CM} = (m\Delta x + M\Delta X)/(m+M)$, da cui $\Delta X = -m\Delta x/M$. A questo punto occorre notare che la massa m esegue nel processo uno spostamento pari ad L **nel riferimento del carrello**, cioè rispetto a queso. Lo spostamento "assoluto", che compare nella precedente equazione, si ottiene, ricordando le regole di somma di vettori, come $\Delta x = L + \Delta X$, da cui la soluzione]

   b) Quanto vale, in modulo, la velocità V' del carrello quando il corpo raggiunge l'estremità del carrello stesso, cioè nelle condizioni della domanda precedente?
   V' = ... = ... m/s $(\Delta_0^2\, k\, m/(M(m+M)))^{1/2} = 2.0\mathrm{x}10^{-1}$ m/s [per la conservazione della quantità di moto dovuta al fatto che il sistema è isolato (lungo X) si ha $0 = MV' + mv'$, con v' velocità della massa m quando questa raggiunge l'estremità del carrello. Per il bilancio energetico deve anche essere $-\Delta U_{ela} = (k/2)\Delta_0^{1} = \Delta E_K = (m/2)v'^2 + (M/2)V'^2$. Combinando le due equazioni si ottiene il risultato]

1. In una partita di biliardo, la palla numero 1, che ha massa m = 100 g, si trova ferma sul panno. Essa viene colpita dalla palla numero 2, che ha la stessa massa m, e, subito prima dell'urto, ha velocità v_2 = 1.0 m/s.
   a) Supponendo che l'urto tra le due palle sia **totalmente elastico**, quali grandezze si conservano nel processo? (segnate **tutte** quelle che si conservano)

□ Energia cinetica della palla 1	□ Energia cinetica della palla 2
×□ Energia cinetica totale	□ Quantità di moto della palla 1
□ Quantità di moto della palla 2	×□ Quantità di moto totale

   b) Sapendo che, dopo l'urto, la direzione di moto delle due palle è la stessa della palla numero 1 prima dell'urto (l'urto si dice **centrale** ed il problema diventa, di fatto, unidimensionale), quanto valgono la quantità di moto totale P e l'energia cinetica totale E del sistema subito dopo l'urto?
   P = ... = ... Kg m/s $m\, v_2$ = 0.1 Kg m/s
   E = ... = ... J $(m/2)\, v^2_2$ = 0.05 J

   c) Dette V_1 e V_2 le velocità (incognite) delle due palle subito dopo l'urto, come si scrivono le due equazioni necessarie per determinarne il valore?
   Prima equazione: .... $v_2 = V_1 + V_2$ [dalla cons. della quantità di moto totale]
   Seconda equazione: ....$v^2_2 = V^2_1 + V^2_2$ [dalla cons. dell'energia cinetica totale]

   d) E quanto valgono, allora, le velocità delle due palle, V_1 e V_2 subito dopo l'urto?
   V_1 = ...= .... m/s v_2 =1.0 m/s
   V_2 = ...= .... m/s   0   [le palle si "scambiano" le velocità!]

e) Supponendo che la **durata** dell'urto sia $\Delta t = 10^{-3}$ s, quanto valgono le forze impulsive $F_{1,2}$ ed $F_{2,1}$ esercitate dalla palla 2 sulla palla 1 e viceversa?
$F_{1,2}$ = ...= .... N $mV_1\Delta t$ = 100 N
$F_{2,1}$ = ...= .... N $- mv_2\Delta t$ = - 100 N [i segni sono riferiti ad un sistema che ha il verso positivo nel verso della velocità iniziale della palla numero 2]

f) Supponete, ora, che l'urto **non sia centrale**, cioè che, ad esempio, la velocità $\boldsymbol{V_1}$ formi un angolo θ_1 = 45 gradi rispetto alla direzione della velocità iniziale $\boldsymbol{v_2}$ (notate che ora il problema è diventato bidimensionale, ed occorre usare dei vettori). Come si scrivono le equazioni di conservazione in questo caso? (chiamate asse X la direzione della velocità iniziale $\boldsymbol{v_1}$ e notate che, ora, potete scrivere tre equazioni invece che due!)
Prima equazione: .... $v_2 = V_{1,X} + V_{2,X} = V_1 \cos(\pi/4) + V_{2,X}$ [dalla cons. della quantità di moto totale **lungo *X***]
Seconda equazione: .... $0 = V_{1,Y} + V_{2,Y} = V_1 \sin(\pi/4) + V_{2,Y}$ [dalla cons. della quantità di moto totale **lungo *Y***]
Terza equazione: ....$v^2_2 = V^2_1 + V^2_2$ [dalla cons. dell'energia cinetica totale, come prima!]

g) In simili condizioni, siete in grado di determinare **completamente** le velocità $\boldsymbol{V_1}$ e $\boldsymbol{V_2}$?
□ Sì ×□ No
Spiegazione sintetica della risposta:................................ ci sono quattro incognite e tre equazioni! [però, sapendo che la velocità del centro di massa si conserva…]

3. Un atomo di massa m (che fa parte di un gas contenuto in un recipiente a temperatura assoluta diversa da zero, ed è quindi dotato di un moto casuale con velocità di modulo v) urta contro una parete rigida (la parete del recipiente). Considerate il problema bidimensionale, usate un sistema di riferimento XY con l'origine nel punto di impatto tra atomo e parete, asse X diretto ortogonalmente alla parete ed asse Y parallelo alla parete (supposta piana).
a) Supponendo che l'urto sia perfettamente elastico, e chiamando v_X e v_Y le componenti della velocità, quanto vale in **valore assoluto** la variazione della componente X (cioè ortogonale alla parete) della quantità di moto Δp dell'atomo in seguito alla collisione?
Δp = ... $| m (v_X + v_X) | = 2 m|v_X|$ [infatti il segno della componente ortogonale della velocità si inverte nell'urto, se questo è elastico]

b) Supponete ora che ci sia un'altra parete di fronte alla precedente e parallela a questa, posta ad una distanza l. Dopo l'urto con la prima parete, l'atomo viaggerà contro la parete di fronte, la urterà e tornerà di nuovo verso la prima parete: supponendo che il moto dell'atomo sia rettilineo ed uniforme, quanto vale il tempo T necessario perché l'atomo ritorni sulla prima parete?
T = ... $2 l/|v_X|$

c) Quanto vale il numero n di urti compiuti dall'atomo sulla prima parete nell'unità di tempo (un secondo, nel sistema mKs) e quanto il **valore assoluto** della variazione della quantità di moto ΔP per unità di tempo per l'atomo in seguito agli urti con questa parete?
n = ... $1/T = |v_X|/(2l)$
ΔP = ... $\Delta p/T = m|v_X|^2/l = 2 E_K/l$, essendo E_K l'energia cinetica dell'atomo

d) Potete commentare sulle dimensioni e sul significato della ΔP appena determinata? (si tratta di un'anticipazione di un argomento di termodinamica!)
.... le dimensioni sono quelle di una forza mediata nel tempo e il significato fisico è quello delle forze (medie) di pressione che il gas esercita sulle pareti del recipiente; notate che queste forze di pressione sono direttamente proporzionali all'energia cinetica (media) dell'atomo