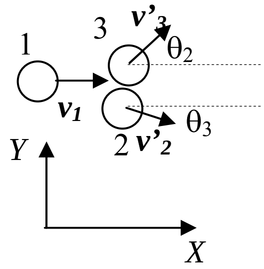
# ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 14/07

1. Su un tavolo ad aria disposto su un piano **orizzontale** possono scivolare senza attrito dei dischi di massa $m_1 = m$ e **raggio trascurabile** (sono puntiformi ai fini dell'esercizio). Il disco 1, che si muove con velocità $v_1$ nella direzione $X$ del riferimento di figura, urta contemporaneamente i dischi 2 e 3, di massa rispettivamente $m_2 = m$ ed $m_3 = 2m$, precedentemente fermi. L'urto è, evidentemente, **non centrale** e infatti dopo l'urto i dischi 2 e 3 si mettono in movimento formando angoli di valore rispettivamente $\theta_2$ e $\theta_3$ rispetto all'asse $X$ (vedi figura). Si osserva inoltre che la direzione del moto del disco 1 **non cambia** dopo l'urto.




a) Quanto valgono le componenti $V_X$ e $V_Y$ della velocità del centro di massa del sistema dopo l'urto?

$V_X$ = ........................................ $m_1v_1/(m_1+m_2+m_3) = v_1/4$

$V_Y$ = ........................................ 0 [essendo il sistema dei tre dischi isolato nelle direzioni $X$ ed $Y$, la velocità del CM resta costantemente pari a quella prima dell'urto]

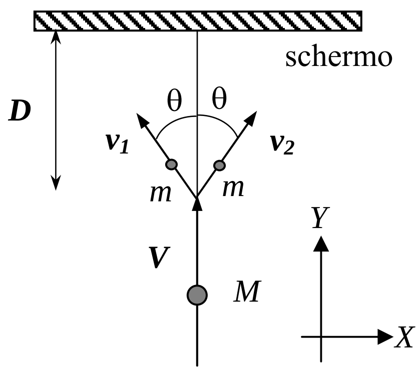
b) Sapendo che i **moduli** delle velocità dei dischi 2 e 3 dopo l'urto valgono $v_2' = 2v'$ e $v_3' = v'$, quale relazione deve esistere tra i valori degli angoli $\theta_2$ e $\theta_3$? Commentate:

........................................... $\sin\theta_2 + \sin\theta_3 = 0$ [per la conservazione della quantità di moto in direzione $Y$ , ovvero affinché il CM si muova solo lungo $X$ (vedi sopra), occorre che $0 = m_2v_2'\sin\theta_2 + m_3v_3'\sin\theta_3$ , da cui, per i dati del problema, esce il risultato; in pratica, a parte i due angoli sono uguali, a parte che indicano direzioni simmetricamente opposte rispetto all'ass $X$]

c) Supponendo ora di sapere che $\theta_2 = \pi/3$ rad, quanto deve valere $v'$ affinché l'urto risulti elastico? [Esprimete il valore di $v'$ in funzione di $v_1$]

$v'$ = ........................................ $2v_1/5$ [viene dalla condizione di conservazione dell'energia cinetica: $(m_1/2)v_1^2 = (m_1/2)v'^2_1 + (m_2/2)v'^2_2 + (m_3/2)v'^2_3$, che, sostituendo con i dati noti del problema e semplificando opportunamente, dà: $v_1^2 = v'^2_1 + 6v'^2$ . In questa espressione il modulo della velocità del disco 1 dopo l'urto, $v'_1$, è incognito, ma tale valore si può determinare dalla conservazione della quantità di moto lungo $X$: $m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2v'_2\cos\theta_2 + m_3v'_3\cos\theta_3$ , cioè, sfruttando quanto noto e semplificando: $v_1 = v'_1 + 2v'$. Affinché le due condizioni di conservazione dell'energia cinetica e della quantità di moto lungo $X$ siano entrambe valide, deve sussistere la relazione data in risposta]

2. In un esperimento di fisica molecolare si ha un fascio di molecole metastabili (cioè complessi molecolari non stabili a tempi lunghi) di massa $M$ che viaggiano lungo la direzione $Y$ con velocità uniforme $V$. Ad un dato istante, una molecola che appartiene a questo fascio si dissocia in due frammenti, ognuno di massa $m = M/2$. I vettori velocità dei due frammenti formano **lo stesso angolo** $\theta$ (diverso da zero) rispetto alla direzione del fascio molecolare, cioè rispetto all'asse $Y$, come rappresentato in figura; sulla base di semplici ragioni di simmetria (i due frammenti hanno la stessa massa, e sono "identici") si ha, per i moduli, $v_1 = v_2 = v$. Notate che nel processo non è detto che si conservi l'energia cinetica.




a) Che relazione deve esistere tra $V$, $v$ e l'angolo $\theta$?

$v$ = ........................................ $V/\cos\theta$ [viene dalla cons. della quantità di moto totale lungo $Y$]

b) Quanto vale la variazione di energia $\Delta E$ nel processo in funzione dei dati del problema?

$\Delta E$ = ........................................ $m(v^2 - V^2) = mV^2 tg^2\theta$ [viene dal bilancio energetico e dalla risposta alla domanda precedente]

c) A distanza $D$ dal punto in cui avviene la frammentazione si trova uno schermo sensibile all'arrivo delle particelle. Quanto vale la coordinata $x$ del punto in cui il frammento 2 arriva sullo schermo? (ponete l'origine dell'asse $X$ in coincidenza dell'asse del fascio molecolare, e supponete trascurabili gli effetti dovuti alla gravità o ad altri campi di forze)

$x$ = ........................................ $v \sin\theta\, D/(v \cos\theta) = D\, tg\theta$

Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida

d) Supponendo ora che i frammenti siano "ionizzati", cioè dotati di una carica elettrica, e che sia presente un campo elettrico $E$ **uniforme e costante** diretto lungo l'asse $Y$ , la posizione $x$ determinata al punto precedente:

□ resta uguale X □ cambia □ non si può dire

*Spiegazione sintetica della risposta:* ………………………………. il sistema rimane isolato lungo l'asse $X$ e pertanto la quantità di moto lungo questa direzione continua a conservarsi; di conseguenza, la velocità lungo $X$ del frammento è ancora $v\sin\theta$ (e quella dell'altro frammento sarà $-v\sin\theta$). Tuttavia il "tempo di volo", cioè il tempo necessario affinché il frammento raggiunga lo schermo, cambia a causa dell'accelerazione prodotta dal campo elettrico in direzione $Y$. Infatti, detta $q$ la carica del frammento, il tempo di volo $t'$ si determina risolvendo l'equazione $D = v\cos\theta t' + (qE/m)t'^2/2$, dettata dalla legge del moto. La posizone di arrivo diventa allora $x = v\sin\theta t'$, che è diversa rispetto a prima!!

3. Avete tre masse puntiformi, $m_1$ = 1.25 kg, $m_2$ = 750 g, $m_3$ = 250 g, che si trovano nelle seguenti posizioni spaziali (espresse vettorialmente e riferite ad un dato sistema cartesiano): $\mathbf{r_1}$ = (- 20, 40, - 40) cm; $\mathbf{r_2}$ = (20, 0, -40) cm; $\mathbf{r_3}$ = (40, 20, 0) cm.

a) Qual è, vettorialmente, la posizione del centro di massa $\mathbf{r}_{CM}$?

$\mathbf{r}_{CM}$ = (……….,…….,……..) m $\Sigma_i m_i \mathbf{r_i} / (\Sigma_i m_i)$ = (0, 0.240, - 0.350) m

b) Supponete ora di aggiungere al sistema una massa $M$ = 2.25 kg collocata nell'origine del sistema di riferimento. Quanto vale la nuova posizione del centro di massa $\mathbf{r'}_{CM}$?

$\mathbf{r'}_{CM}$ = (……….,…….,……..) m $\Sigma_i m_i \mathbf{r_i} / (\Sigma_i m_i+M) = \mathbf{r}_{CM}/2$ = (0, 0.120, - 0.175) m [notate che rispetto alla risposta precedente cambia solo il denominatore dell'espressione, che nel caso specifico raddoppia, da cui la soluzione. Infatti la nuova massa, essendo collocata nell'origine, non altera il numeratore]

4. Avete una barretta sottile di materiale disomogeneo, di sezione $S$ , lunghezza totale $l$ e densità di massa $\rho(x)$ che varia lungo l'asse secondo la legge $\rho(x) = \alpha x^2$, dove $x$ è la distanza da un estremo e $\alpha$ è una costante opportunamente dimensionata in modo che $\rho(x)$ si misuri in kg/m$^3$ ($\alpha$ si deve evidentemente misurare in kg/m$^5$).

a) Tenendo conto che la densità dipende **solo** da $x$, come potete esprimere una **densità lineare di massa** $\lambda(x)$, con dimensioni di una massa per unità di lunghezza (kg/m)?

$\lambda(x)$ = ………………………… $\rho(x) S = (\alpha S) x^2$ [notate che questo passaggio, cioè la definizione di una densità lineare di massa, è utilissimo per rendere il problema praticamente unidimensionale, come vedremo in seguito]

b) Quanto vale la massa $m$ della barretta?

$m$ = ………………………… $\int\lambda(x)\, dx = (\alpha S) \int x^2\, dx = (\alpha S)(l^3/3)$ [ricordate che la "primitiva" di $x^n$ è $x^{n+1}/(n + 1)$ , e che l'integrale va esteso tra 0 e $l$ ]

c) Qual è la coordinata $x_{CM}$ del centro di massa? (Supponete di disporre la barretta lungo l'asse $X$ di un sistema di riferimento cartesiano, con la sua origine coincidente con l'origine del sistema)

$x_{CM}$ = ………………………… $(\int\lambda(x)\, x\, dx)/m = (\alpha S/m) \int x^3\, dx = (\alpha S/m)(l^4/4) = (3/4)\, l$