# ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 24/07

1. Un campione di $n$ = 2.0x10$^{-1}$ moli di gas perfetto monoatomico si trova alla temperatura iniziale $T_0$ = 300 K all'interno di un recipiente cilindrico di sezione di area $S$ = 10 cm$^2$ ed altezza molto grande. Inizialmente, il tappo del recipiente, che ha **massa trascurabile**, è **fisso** rispetto alla parete laterale del cilindro, e l'altezza dell volume occupato dal gas è $h_0$ = 8.3 cm.
   a) Il recipiente viene messo a contatto con una sorgente di calore (un fornellino!) che si trova a temperatura $T_1$ = 600 K ed il gas viene portato a questa temperatura. Quanto vale la variazione $\Delta P$ della pressione del gas al termine del processo di riscaldamento, che potete supporre **reversibile**? [Ricordate che la costante dei gas perfetti vale $R$ = 8.3 J/(K mole)]
   $\Delta P$ = ……………………………………= ……… Pa $(nR/(Sh_0))(T_1\text{-}T_0)$ = 6.0x10$^6$ Pa

   b) Successivamente, mentre il recipiente **resta a contatto con la sorgente di calore alla temperatura $T_1$**, il sistema che fissa il tappo alla parete viene scollegato, così che esso diventa **libero di muoversi** in direzione verticale in una trasformazione molto lenta, che passa per stati di equilibrio (cioè è approssimativamente **reversibile**). Sapendo che la pressione esterna vale $P_{ATM}$ = 1.0x10$^5$ Pa, quanto vale l'altezza $h$ del volume occupato dal gas al termine del processo? [Individuate il tipo di trasformazione che il gas subisce, e ragionate di conseguenza]
   $h$ = ……………………………………= ……… m $h_0\, nRT_1/(Sh_0P_{ATM})$ = 10 m [si considera come un 'espansione isoterma reversibile che si arresta quando il gas raggiunge $P_{ATM}$]

   c) Quanto vale il calore $Q$ scambiato dal gas con la sorgente durante quest'ultimo processo ? [Può esservi utile ricordare che, per un gas perfetto monoatomico, i calori specifici molari a volume e pressione costante valgono rispettivamente $c_V = (3/2)R$ e $c_P = (5/2)R$]
   $Q$ = ……………………………………= ……… J $L = nRT_1 ln(h/h_0)$ = 4.8x10$^3$ J [dal primo principio per un'isoterma, n cui $\Delta U$ = 0]

2) Un recipiente di volume $V$ = 1.0 litro ha pareti **termicamente isolanti** ed è dotato di un setto rigido orizzontale di spessore trascurabile, realizzato con un materiale impermeabile ai gas che è in grado di resistere senza rompersi fino a differenze di pressione tra le sue facce pari a $p_M$ = 5.0x10$^5$ Pa; il setto divide il recipiente in due parti uguali. In una di queste due parti è fatto il vuoto pneumatico, mentre l'altra contiene una quantità $n$ = 5.0x10$^{-2}$ moli di gas perfetto monoatomico assieme ad un resistore elettrico di dimensioni trascurabili, usato per riscaldare il gas. Inizialmente il resistore è scollegato da qualsiasi circuito e la temperatura del gas è $\theta_0$ = 27 $^0$C.
   a. Quanto vale la pressione iniziale $p_0$ del gas? [Usate il valore $R$ = 8.3 J/K per la costante dei gas perfetti]
   $p_0$ = …………………………… = ……. Pa $nRT_0/V_0 = nRT_0/(V/2)$ = 2.5x10$^5$ Pa [per la legge dei gas perfetti, notando che $V_0=V/2$ ed esprimendo in gradi Kelvin la temperatura]

   b. Ad un dato istante il resistore viene collegato ad un generatore che fa in modo che esso riscaldi il gas (e solamente il gas!) con una potenza costante $W$ = 25 W. Si osserva che, trascorso un intervallo di tempo $\Delta t$, il setto si rompe, ed il gas comincia a riempire anche la parte di recipiente inizialmente vuota. Quanto vale $\Delta t$? [Supponete che né il recipiente né il setto si deformino fino alla rottura, istantanea, del setto stesso ed usate l'espressione $c_V$ = (3/2)$R$ per il calore specifico molare a volume costante per un gas perfetto monoatomico]
   $\Delta t$ = …………………………… = …….. s $nc_V\Delta T/W = nc_V(p_M\text{-}p_0)V_0/(nRW) = (3/2)(V/2)(p_M\text{-}p_0)/W$ = 7.5 s [il setto si rompe quando la pressione del gas raggiunge, a volume costante pari a $V_0$, il valore limite $p_M$ citato nel testo, a cui corrisponde una temperatura $T_M = p_MV_0/(nR)$. Il calore assorbito dal gas nella trasformazione vale $Q = \Delta U = nc_V\Delta T = nc_V(T_M - T_0) = nc_V(T_M - p_0V_0/(nR))$, dato che si tratta di una trasformazione a volume costante ed il lavoro fatto dal gas è nullo]

   c. Nello stesso istante in cui il setto si rompe, il resistore viene scollegato; quanto vale la temperatura $T$ del gas quando esso ha occupato l'intero volume del recipiente? [Fate attenzione al fatto che la trasformazione subita dal gas è certamente **irreversibile** e cercate di utilizzare qualche principio di carattere generale osservando che si tratta di una "espansione irreversibile nel vuoto"]
   $T$ = …………………………… = …….. K $p_MV_0/(nR)$ = 600 K [nell'espansione nel vuoto il gas **non** compie lavoro, perché non trova forze che si oppogono alla sua espansione. Quindi $L$ = 0, ma anche $Q$ = 0 a causa delle pareti isolanti del recipiente. Allora il primo principio dice $\Delta U$ = 0, per cui la temperatura è la $T_M$ stabilita sopra]

3. Sapete che la variazione di entropia d$S$ per una "piccola" trasformazione **reversibile** in cui un gas scambia una quantità di calore d$Q$ vale d$S$ = d$Q/T$, dove $T$ è la temperatura "istantanea" del gas (notate che stiamo supponendo trasformazioni che coinvolgono variazioni **infinitesime** delle quantità in gioco, immaginando che ad esse possano essere associate variazioni infinitesime "esatte" del calore, affermazione non del tutto corretta dato che il calore non è una variabile di stato). Considerate ora trasformazioni reversibili tra stati "distanti" e supponendo una mole di gas perfetto monoatomico.

   a) Quanto vale la variazione di entropia $\Delta S$ per una trasformazione **adiabatica reversibile**?
   $\Delta S$ = ……………………………………..…….. 0 [è d$Q$ = 0!!]

   b) Quanto vale la variazione di entropia $\Delta S$ per una trasformazione **isocora** tra gli stati $P_0$ $T_0$ e $P_1$ $T_1$?
   $\Delta S$ = ……………………………………..…….. $\int_{T0}^{T1} (nc_V\, dT)/T = (3/2)\, R \int_{T0}^{T1} (1/T)dT = (3/2)R \ln(T_1/T_0) = (3/2)R \ln(P_1/P_0)$ [dal primo principio è d$Q$ = d$U$ = $nc_V$d$T$ ; facendo l'integrale viene il risultato]

   c) Quanto vale la variazione di entropia $\Delta S$ per una trasformazione **isobara** tra gli stati $V_0$ $T_0$ e $V_1$ $T_1$?
   $\Delta S$ = ……………………………………..…….. $\int_{T0}^{T1} (nc_P\, dT)/T = (5/2)\, R \int_{T0}^{T1} (1/T)dT = (5/2)R \ln(T_1/T_0) = (5/2)R \ln(V_1/V_0)$ [dal primo principio stavolta è d$Q$ = d$L$ + d$U$ = $nc_P$d$T$ ; facendo l'integrale viene il risultato]

   d) Quanto vale la variazione di entropia $\Delta S$ per una trasformazione **isoterma** tra gli stati $P_0$ $V_0$ $T_0$ e $P_1$ $V_1$ $T_0$? [Suggerimento : notate che d$U$ = 0 ed esprimete d$Q$ = $P$d$V$]
   $\Delta S$ = ……………………………………..…….. $\int_{V0}^{V1} PdV/T_0 = (nRT_0/T_0) \int_{V0}^{V1} (1/V)dV = R \ln(V_1/V_0) = R \ln(P_0/P_1)$ [vedi sopra]

4. Una certa quantità (incognita) di Elio, un gas monoatomico che può essere considerato perfetto, partecipa ad un ciclo termico composto dalla sequenza di trasformazioni **reversibili**: compressione isoterma A → B, compressione isobara B → C, espansione isoterma C → D, compressione adiabatica D → A. I dati noti del ciclo sono: $V_A$ = 9.00 litri, $V_B = 2V_A/3$ e $V_C = V_B/4$. Si sa inoltre che l'espansione isoterma C → D avviene mantenendo il gas a contatto termico con un termostato costituito da un'enorme massa di acqua e ghiaccio fondente mescolati ed in equilibrio termico fra loro. [Usate $R$ = 8.31 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

   a) Quanto vale il volume $V_D$ occupato dal gas nel punto D del ciclo?
   $V_D$ = …………………………………… = …….. m$^3$ $V_A(T_A/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(T_B/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A((T_DV_B/V_C)/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(V_B/V_C)^{3/2} = 8V_A$ = 7.20x10$^{-2}$ m$^3$ [si usano le leggi di isobara e adiabatica reversibile, notando che $T_A = T_B$ e $T_C = T_D$ e che, per un gas perfetto monoatomico, è $\gamma = c_P/c_V = 5/3$]

   b) Sapendo che nell'espansione isoterma C → D viene solidificata una massa $m$ = 100 g di acqua (calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_F$ = 3.33x10$^5$ J/kg), quanto vale il numero di moli $n$ del gas Elio che partecipa alla trasformazione? [Può farvi comodo sapere che $ln(48) \sim 3.87$]
   $n$ = …………………………………… ~ …….. moli $m\,\lambda_F/(RT_F ln(V_D/V_C)) \sim$ 3.79 moli [il calore ceduto dal gas nell'espansione serve per far passare alla fase solida la massa $m$ d'acqua, operazione che richiede una quantità $Q = m\lambda_F$ di calore; si noti che la trasformazione avviene, come stabilito nel testo, mantenendo il gas alla temperatura di fusione dell'acqua $T_F$ = 273 K ]

   c) Quanto vale la variazione di entropia $\Delta S$ del gas nella trasformazione A → C (cioè nella successione di trasformazioni A → B → C)?
   $\Delta S$ = …………………………………… = …….. J/K $-(\Delta S_{A\to D}+\Delta S_{D\to C}) = -\Delta S_{D\to C} = -Q_{D\to C}/T_F = nRln(V_D/V_C) = m\lambda_F/T_F$ = 122 J/K [la variazione di entropia della sequenza prescelta è opposta a quella della sequenza costituita dall'espansione isoterma e dall'adiabatica; quest'ultima, essendo reversibile, è isoentropica, ed usando l'espressione per la variazione di entropia delle isoterme reversibili assieme alle soluzioni ai quesiti precedenti si ottiene il risultato]