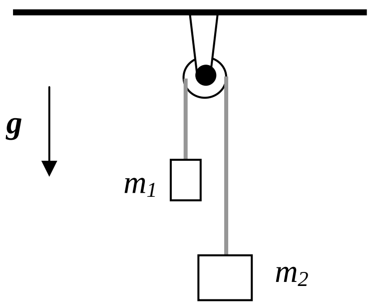
ESERCIZI DI FISICA GENERALE – 4/07

1. Un corpo puntiforme di massa m è legato ad una corda inestensibile, lunga R e attaccata ad un suo capo ad una parete rigida. Il corpo può muoversi su un piano verticale sotto l'azione dell'accelerazione di gravità $\mathbf{g}$ diretta verso il basso (è un pendolo semplice!!).
   a) Quanto vale la componente tangenziale F_θ della forza agente sul corpo? (Usate un sistema di riferimento polare $r\theta$ per descrivere la posizione del corpo, tale che $\theta = 0$ corrisponda alla posizione di equilibrio del corpo, quando esso si trova sulla verticale)
   $F_\theta =$ .... $-mg\sin\theta$ [è la proiezione lungo la direzione tangenziale della forza peso]
   b) Scrivete la legge oraria del moto angolare del corpo $\theta(t)$ e della sua velocità angolare $d\theta(t) / dt$ supponendo che all'istante $t = 0$ esso venga lasciato libero con velocità iniziale nulla dalla posizione θ_0 **molto vicina a $\theta = 0$ (piccole oscillazioni)**.
   $\theta(t) =$ …………………………………… $\theta_0\cos(\omega t)$, con $\omega = \sqrt{(g/R)}$
   $d\theta(t)/dt =$ …………………………………… $-\omega\, \theta_0\sin(\omega t)$
   c) Dopo essere passato per la posizione di equilibrio, il corpo risale fino a fermarsi ad una certa posizione angolare θ' e ad una certa quota y' (intesa come distanza in direzione verticale rispetto alla posizione di equilibrio). Quanto valgono θ' ed y'?
   $\theta' =$ …………………………………… $-\theta_0$
   $y' =$ …………………………………… $R(1-\cos\theta') = R(1-\cos\theta_0)$
   d) Come cambia "qualitativamente" la risposta al quesito b) se si suppone che il corpo venga lasciato partire da θ_0 con una **velocità angolare iniziale** $\psi \neq 0$?
   ……………………………………………la condizione iniziale con velocità angolare diversa da zero implica la presenza di un certo valore di **fase costante** Φ diverso da zero nella soluzione dell'equazione differenziale. Nel caso specifico, facendo calcoli laboriosi che non siete tenuti a svolgere, si trova $\theta(t) = A\cos(\omega t + \Phi)$, con $\Phi = \arctan(-\psi/(\omega\theta_0))$ ed $A = (\theta_0^2 + (\psi/\omega)^2)^{1/2}$

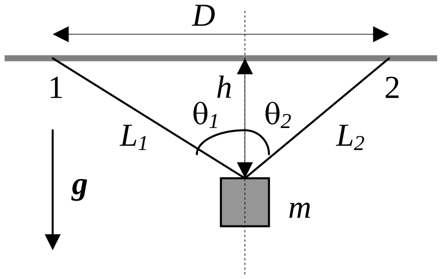
2. Avete due masse m_1 ed m_2 (supponiamo $m_2 > m_1$) attaccate ai due capi di una fune **inestensibile** e di **massa trascurabile**. La fune passa per la gola di una puleggia (supposta anch'essa di **massa trascurabile** ed in grado di ruotare **senza attrito** attorno al suo asse) appesa ad un robusto solaio come in figura. (Per curiosità, questo sistema si chiama "macchina di Atwood").



   a) Disegnate il diagramma di corpo libero per tutti gli elementi del sistema.
   b) Scrivete le equazioni del moto per le due masse (indicate con a_1 ed a_2 le loro accelerazioni, e con T la tensione della fune – specificate bene le convenzioni che usate per i segni!!):
   $m_1 a_1 =$ ……………………………..…………….. $m_1 g - T$
   $m_2 a_2 =$ ……………………………..…………….. $m_2 g - T$
   Nota sui segni utilizzati: …………………………………… sto usando un riferimento orientato verso il basso (la componente di $\mathbf{g}$ è positiva – potrei ovviamente usare anche la convenzione opposta!!)
   c) Quanto valgono, nel riferimento che avete scelto, le accelerazioni a_1 ed a_2 delle due masse? (Ragionate bene sulla relazione che deve esistere fra queste due accelerazioni!!)
   $a_1 =$ ……………………………..…………….. $-g\,(m_2 - m_1)/(m_2 + m_1)$
   $a_2 =$ ……………………………..…………….. $-a_1$
   d) Quanto vale, in modulo, la tensione T della fune?

T = …………………………..…………….. $g2\ m_1\ m_2/(m_2 + m_1)$

3. Una massa m è appesa, attraverso un anello, ad una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L (incognita) appesa a due punti di un solaio distanti tra loro D = 5.0 m. La situazione rappresentata schematicamente in figura è d'equilibrio: in essa, la massa viene a trovarsi ad una distanza h = 4.0 m dal solaio, e la lunghezza del tratto di fune che separa la massa da uno dei due punti del solaio, denominato punto 1 (vedi figura), vale L_1 = 5.0 m. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità, diretta verticalmente verso il basso]



a) Usando i simboli θ_1 e θ_2 per individuare i due angoli indicati in figura, e T_1 e T_2 per i moduli delle tensioni nei due tratti di fune, come si scrivono le equazioni che stabiliscono le condizioni di equilibrio lungo le due direzioni orizzontale e verticale?
Direzione orizzontale: ……………………………………….. $T_1 \sin\theta_1 = T_2 \sin\theta_2$
Direzione verticale: ……………………………………….. $mg = T_1 \cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2$
[dall'equilibrio delle forze lungo le due direzioni]

b) Quanto valgono le distanze D_1 e D_2 indicate in figura? [È un problema di geometria!]
D_1 = ……………………………………… = ... m. $(L_1^2-h^2)^{1/2}$ = 3.0 m
D_2 = ……………………………………… = ... m. $D - D_1$ = 2.0 m [da teorema di Pitagora e semplice considerazione sulla somma delle distanze $D_1 + D_2 = D$]

c) Sapendo che la reazione vincolare esercitata dal solaio sulla fune al punto 1 vale, in modulo, R = 49 N, quanto vale la massa m? [Fate attenzione alla geometria del problema e ai dati che avete a disposizione!]
m = ……………………………………... = …….. kg $(T_1 \cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2)/g = (T_1 \cos\theta_1 + T_1 \sin\theta_1 \cos\theta_2/\sin\theta_2)/g = (R/g)\ (h/L_1 + (D_1/L_1)(h/L_2)(L_2/D_2)) = (R/g)(h/L_1 + (h/L_1)(D_1/D_2)) = (R/g)(h/L_1)(1+D_1/D_2)$ = 10 Kg [si ottiene usando in modo opportune le relazioni trovate al quesito a), ponendo, come ovvio dal testo, $T_1 = R$, ed esprimendo le funzioni trigonometriche degli angoli θ_1 e θ_2 in funzione delle varie lunghezze che descrivono la geometria del sistema]

d) Quanto vale, in modulo, la reazione vincolare R_2 esercitata dal solaio sulla fune al punto 2?
R_2 = ……………………………………... ~ .... N $R \sin\theta_1 / \sin\theta_2 = R\ (D_1/L_1)(L_2/D_2) = R\ (D_1/L_1)\ (1+(h/D_2)^2)^{1/2}$ ~ 66 N