ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 5/07

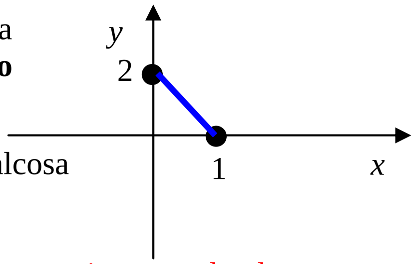
1. Su un punto materiale di massa $m = 2.0\text{x}10^3$ g, inizialmente fermo nello spazio, agiscono le forze $\boldsymbol{F_1}$ = (2.5, 4.0, 5.5) N, $\boldsymbol{F_2}$ = (3.2, 3.0, -9.3) N, $\boldsymbol{F_3}$ = (- 5.7, - 3.0, 4.8) N, e l'accelerazione di gravità $\boldsymbol{g}$ = (0, 0, - 9.8) m/s^2.
   a) Che tipo di moto inizia a seguire il punto materiale e in quale direzione si muove?
   ……………………….......................... moto uniformemente accelerato
   Direzione:…………………....................... quella della **risultante** $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + \boldsymbol{F_3} + m\boldsymbol{g}$, cioè asse Y

   b) Quanto vale, componente per componente, l'accelerazione $\boldsymbol{a}$?
   $\boldsymbol{a}$ =…………………………..= (......, ..., ...) m/s^2 $\boldsymbol{F}/m$ = (0, 2, 0) m/s^2

   c) Se si vuole che il corpo rimanga fermo, quale forza $\boldsymbol{F'}$ bisogna applicare al punto?
   $\boldsymbol{F'}$ = ...………….................. = (....., ..., ...) N **-** $\boldsymbol{F}$ = (0, -4.0, 0) N

2. Avete due masse puntiformi, 1 e 2, sul piano xy, con $m_1 = m_2$ .Supponete che inizialmente le masse siano ferme nelle posizioni $\boldsymbol{r_1} = (A, 0)$ ed $\boldsymbol{r_2} = (0, A)$, e che, ad un certo istante, esse risentano rispettivamente delle forze $\boldsymbol{F_1} = (B, B)$ ed $\boldsymbol{F_2} = (-B, -B)$.($A$ e B sono determinati valori rispettivamente di lunghezza e di forza)
   a) In che direzione e verso cominciano a muoversi le due masse?
   Direzione e verso 1: ……………………………………… la bisettrice del piano xy, verso positivo
   Direzione e verso 2: ……………………………………… la bisettrice del piano xy, verso negativo

   b) Supponete ora che le due masse siano unite da una barretta, di massa trascurabile ed inestensibile. Disegnate il **diagramma di corpo libero** per le due masse. (Basta uno schizzo approssimativo!!)



   c) In presenza della barretta di collegamento, siete in grado di dire qualcosa su direzione e verso del moto iniziale delle due masse puntiformi?
   ……………………………………………………………
   La direzione del moto incipiente cambia per effetto della forza esercitata tra le due masse “attraverso” la barretta ($\boldsymbol{F_{1,2}} = \boldsymbol{-} \boldsymbol{F_{2,1}}$ per il terzo principio della dinamica). “Complessivamente” il moto tende a far ruotare la barretta attorno all’asse passante per il suo punto centrale, con un verso antiorario. Tutto ciò sarà più chiaro quando avrete esaminato il moto dei corpi rigidi!!

3. Un punto materiale di massa m = 2.0 kg si muove lungo l’asse X essendo soggetto ad una forza dipendente dalla posizione x secondo la legge: $F(x) = - Ax + B$, con A = 18 N/m e B = 9.0 N.
   a) Che tipo di moto compie il punto?
   ☐ rettilineo unifome ☐ uniformemente accelerato ✗☐ armonico
   Spiegazione sintetica della risposta: ………………………………………………………
   L’accelerazione è $a(x) = F(x)/m$, cioè dipende da x e quindi il moto non può essere né uniforme né uniformemente accelerato; essendo A>0, l’equazione del moto è proprio quella del moto armonico

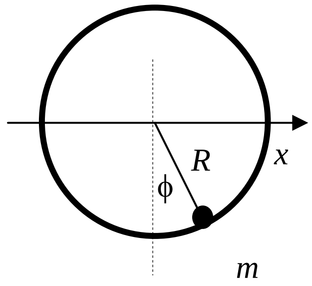
   b) Quanto vale la “posizione di equilibrio” x_{EQ} del punto? [La posizione di equilibrio è quella in cui, se il punto ci viene posto a **velocità nulla**, rimane fermo, cioè...]
   x_{EQ} =……………………………..... = ... m B/A = 0.50 m [è la posizione per cui $F(x_{EQ}) = 0$]

   c) Sapendo che all’istante t' = 0.52 s il punto si trova nella posizione x' = - 1.5 m con una velocità v' = 0 (in questo istante è fermo!), quanto vale la velocità v'' all’istante t'' = 1.0 s? [Per la soluzione può farvi comodo notare che 0.52 ~ $\pi/6$, mentre 1.0 ~ $\pi/3$, e che, per un angolo δ generico valgono le relazioni trigonometriche $cos(\pi/2 + \delta) = - sin\delta$ e $sin(\pi/2 + \delta) = cos\delta$. Fate attenzione alla risposta che avete dato al punto a) e tenete conto della risposta al punto b)!]
   v'' = ………………………………… = ... m/s $(A/m)^{1/2}(x_{EQ} - x') \, cos(\omega t'')$ = 6.0 m/s
   [il moto è armonico con pulsazione $\omega = (A/m)^{1/2}$ = 3.0 rad/s; la legge oraria del moto generica per l’accelerazione considerata, come si ottiene risolvendo l’equazione differenziale del secondo ordine, è $x(t) = \alpha cos(\omega t + \delta) + x_P$, con x_P “soluzione particolare” dell’equazione differenziale. Si può porre $x_P = x_{EQ}$, soluzione costante che risolve l’equazione differenziale. Le condizioni del testo, riferite all’istante t', permettono di determinare le due costanti dimensionate α e

Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida

δ; in particolare si ha: $x' = x(t') = \alpha cos(\omega t' + \delta) + x_P = \alpha cos(\pi/2 + \delta) + x_P$ e $v' = v(t') = - \omega\, \alpha sin(\omega t' + \delta) = - \omega\, \alpha sin(\pi/2+ \delta)$, da cui $\delta = \pi/2$ e $\alpha = x_{EQ} - x' = 2.0$ m. La risposta si ottiene quindi calcolando il valore $v'' = v(t'')$]

4. Avete una massa puntiforme *m* appoggiata e libera di scorrere (senza attrito!!) su una guida circolare di raggio *R* disposta su un piano verticale, dove agisce l'accelerazione di gravità ***g***. Ad un certo istante, la massa si trova nella posizione indicata in figura, essendo ϕ la sua "posizione angolare" misurata rispetto alla verticale. Supponete che la massa sia ferma.



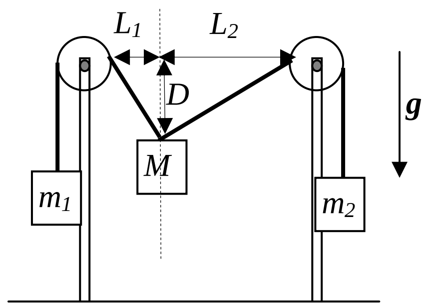
   a) Quanto vale, in modulo, la forza di reazione vincolare F_N agente sulla massa, e che direzione ha?
   F_N = …………………………….. $mg cos\phi$
   Direzione: ……………………… Radiale (verso il centro) per "costringere" *m* sulla guida

   b) Quanto valgono le componenti cartesiane di $\mathbf{F_N}$?
   $\mathbf{F_N}$= (……………………,…………………) $(-mg cos\phi sin\phi,\ mg cos^2\phi)$

   c) Quanto valgono le componenti dell'accelerazione ***a*** della massa in un riferimento di **coordinate polari** (*R*, ϕ)? (Per il segno della componente tangenziale ϕ, assumetelo positivo se la massa si sposta in senso antiorario, e misuratela come in figura)
   a = (……………………,…………………) $(0, -mg sin\phi)$ [si suppone la massa ferma, per cui non c'è accelerazione centripeta!]

   d) La posizione ϕ = 0 rappresenta un punto di:
   ×☐ equilibrio stabile ☐ non equilibrio ☐ equilibrio instabile ☐ eq. indiff.
   Spiegazione sintetica della risposta:………………………………………………………..
   L'accelerazione è nulla, e quindi è un equilibrio; il suo verso è sempre opposto a quello dell'angolo, e quindi tende a far tornare la massa al punto di equilibrio, che è stabile.

5. Le masse m_1 = 28 kg ed m_2 (incognita!) sono attaccate ai capi di due funi inestensibili di massa trascurabile, unite fra di loro e alla massa *M* (incognita!), come in figura. La fune passa per la gola di due pulegge di massa trascurabile, montate in cima a dei supporti verticali rigidi ed indeformabili. Tutte le forme di attrito sono trascurabili ed il sistema è **in equilibrio** nella configurazione rappresentata in figura [il valore delle varie distanze segnate è: *D* = 2.0 m, L_1 = 2.0 m, L_2 = 5.3 m; l'accelerazione di gravità agisce verso il basso in figura e vale g = 9.8 m/s^2].



Disegno non in scala!!!$_1$

a) Disegnate il diagramma delle forze agenti sulla massa *M*.

b) Dette T_{1X} , T_{2X} , T_{1Y} , T_{2Y} le componenti orizzontali e verticali delle tensioni delle due funi (che determinerete nei prossimi passaggi!), come si scrivono le condizioni di staticità del corpo *M* riferite alle due direzioni?
Direzione orizzontale*:* ………………………………… $T_{1X} + T_{2X} = 0$
Direzione verticale*:* ………………………………… $T_{1Y} + T_{2Y} + Mg = 0$

c) Quanto vale il rapporto $\eta = m_1/m_2$? [Dovete lavorare di geometria!]
η = ………………………………… ~ .... $(L_2 / (L_2^2+D^2)^{1/2}) / (L_1 / (L_1^2+D^2)^{1/2}) \sim 1.3$
[dall'eq. in direzione orizzontale si ha $T_1 sin\alpha_1 = T_2 sin\alpha_2$, dove α_1 ed α_2 sono gli angoli al vertice "basso" dei due triangoli di figura; ma le funi "trasferiscono" la forza peso delle due masse m_1 ed m_2 , cioè $T_1 = m_1 g$ e $T_2 = m_2 g$. Inoltre i dati geometrici del problema permettono di esprimere $sin\alpha_1 = L_1 / (L_1^2+D^2)^{1/2}$ ed analogamente per $sin\alpha_2$, da cui la soluzione]

d) Quanto vale la massa *M*? [Dovete lavorare di geometria ed impiegare il risultato precedente]
M = ………………………………… ~ .... kg $(m_1 D / (L_1^2+D^2)^{1/2}) + (m_2 D / (L_2^2+D^2)^{1/2}) = m_1 D (1 / (L_2^2+D^2)^{1/2}) + (1 /(\eta (L_1^2+D^2)^{1/2})) = m_1 D (1 / (L_2^2+D^2)^{1/2}) + (L_1 /(L_2 (L_2^2+D^2)^{1/2})) = m_1 (D / (L_2^2+D^2)^{1/2}) (1 + L_1 /L_2) \sim 28$ Kg [dall'eq. in direzione verticale si ha $Mg = T_1 cos\alpha_1 + T_2 cos\alpha_2$, e poi, applicando i ragionamenti di sopra, si ottiene il risultato]