ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 8/07

1. Quattro cariche elettriche di valore q si trovano **fisse** ai vertici di un quadrato di lato $2L$ poggiato su un piano XY e centrato nell'origine del sistema di riferimento che adotterete.
   a) Quanto vale, **in modulo**, il contributo E' del campo elettrico generato da **ogni singola carica** nel punto di coordinate $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ (cioè il centro del quadrato)?
   $E' =$ …………………………………… $\kappa q/(2L^2)$ [$(2L)^{1/2}$ è la distanza tra il centro e uno dei quattro vertici del quadrato. da cui il risultato]

   b) Quanto vale, componente per componente, il campo elettrico $\boldsymbol{E_0}$ nel punto di coordinate $x_0 = 0$, $y_0 = 0$?
   $\boldsymbol{E_0} =$ (…………………,…………………) (0, 0) [si ottiene subito notando che i contributi dovuti alle quattro cariche si annullano a coppie per ragioni di simmetria]

   c) Supponete ora di avere una carica puntiforme di valore q e massa m **vincolata** a muoversi lungo l'asse x del sistema di riferimento citato. Quanto vale, in funzione della posizione x, la sua accelerazione a_X? [Ricordate di considerare solo la componente lungo X delle forze, ed osservate la geometria!]
   $a_X =$ …………………………………… $(2\kappa\, q^2/m)\ ((L+x)/((L+x)^2+L^2)^{3/2} - (L-x)/((L-x)^2+L^2)^{3/2})$
   [infatti la forza, ad esempio, della carica che si trova in (L, L) vale in modulo $\kappa q^2/((L-x)^2+L^2)$ e la sua proiezione lungo l'asse X si ottiene moltiplicando per $(L-x)/((L-x)^2+L^2)^{1/2}$; il risultato finale si ottiene considerando che la carica in $(L,-L)$ dà lo stesso contributo, e quindi esce un fattore 2, e ripetendo il ragionamento per le altre due cariche]

2. Un corpo si muove in un **campo di forze** unidimensionali con espressione $F(x) = Ax^2$, con A costante debitamente dimensionata, ed x coordinata del corpo stesso. Per come è scritto, tale campo produce una forza che è sempre diretta nel verso positivo delle X.
   a) Che segno ha il lavoro prodotto da questo campo di forze se lo spostamento avviene nel verso positivo dell'asse X?
   X☐ Positivo ☐ Negativo

   b) E, invece, che segno ha se lo spostamento avviene nel verso negativo?
   ☐ Positivo X☐ Negativo

   c) E se il corpo si sposta partendo dall'origine fino ad una data coordinata x', e poi da qui ritorna all'origine (compiendo un'**orbita unidimensionale chiusa**), il lavoro complessivo è, ragionevolmente:
   X☐ Nullo ☐ Non nullo

   d) Potete concludere qualcosa sul carattere conservativo del campo di forze considerato? Commentate: …………………………………….. il campo di forze è conservativo perché il lavoro complessivo su un'orbita chiusa è zero

3. Le componenti F_X F_Y di una forza **disomogenea** che agisce sul piano XY dipendono dalla posizione secondo le leggi: $F_X = Ax^2$; $F_Y = C$.
   a) Che dimensioni hanno le costanti A, B?
   A: …………… [massa]/([lungh.][tempo]^2) B: …………… [massa][lungh.]/[tempo]^2

   b) Questa forza agisce su una massa m che si sposta dall'origine del sistema di riferimento al punto $\boldsymbol{r_1} = (d, d)$, con d determinato valore di lunghezza. Quanto vale il lavoro L compiuto dalla forza sulla massa? [Può farvi comodo ricordare che $\int \xi^n\, d\xi = (1/(n+1))\ \xi^{n+1}$; inoltre ricordatevi **bene** la definizione di prodotto scalare e di lavoro per una forza disomogenea!]
   $L =$ …………………………………… $\int_{spost} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = \int_0^d F_X dx + \int_0^d F_Y dy = (A/3)d^3 + Bd$

   c) La forza in questione è conservativa? Commentate la vostra risposta:

…………………………………………........... se si “torna indietro” dal punto (d, d) all’origine, il lavoro cambia segno, e quindi il lavoro totale sull’”orbita chiusa” è nullo; questo risultato vale per qualsiasi traiettoria e quindi la forza è conservativa

4. Dovete far scivolare una cassa di massa m su per un piano inclinato (θ è l’angolo rispetto all’orizzontale). Per il momento, supponete trascurabile l’attrito.

a) Quanto vale, al minimo, il modulo della forza F_{par} che dovete esercitare (in direzione parallela al piano inclinato) per spostare la cassa?

F_{par} = …………………………………… $mg\sin\theta$ [è uguale e opposta alla componente della forza peso lungo il piano inclinato; ovviamente, affinché la massa si sposti, occorre che questa forza sia appena appena maggiore della componente della forza peso]

b) Calcolate il lavoro “minimo” L' compiuto da questa forza per spostare la cassa dalla base alla sommità del piano sapendo che questo è lungo l.

L' = …………………………………… $F_{par}\, l = mg\sin\theta\, l = mgh$, con h altezza del piano [l’ultimo passaggio è ovvio per la trigonometria, e costituisce una conferma del carattere conservativo della forza peso!]

c) Se supponete che la cassa parta da ferma alla base del piano e applicate una forza $F = 2F_{par}$, quanto vale il modulo della velocità v della cassa quando arriva alla sommità del piano?

v = …………………………………… $(2(L+L_P)/m)^{1/2} = (2(2F_{par}\, l - mg\sin\theta\, l)/m)^{1/2} = (2g\sin\theta\, l)^{1/2}$ [la variazione di energia cinetica, $\Delta E_K = (m/2)v^2$, è pari alla somma algebrica dei lavori compiuti sulla massa, che sono il lavoro da voi fatto, $L = 2F_{par} l$, e il lavoro della forza peso, $L_P = - mg\sin\theta\, l$]

d) Immaginate ora che tra cassa e piano ci sia attrito dinamico, con un certo coefficiente μ_D. Quanto viene a valere, in questo caso, la velocità v' di cui alla domanda precedente?

v' = …………………………………… $(2(L+L_P+L_A)/m)^{1/2} = (2(2F_{par}\, l - mg\sin\theta\, l - mg\cos\theta\, l\, \mu_D)/m)^{1/2} = (2gl(\sin\theta - \mu_D\cos\theta))^{1/2}$ [come sopra, stavolta c’è anche il lavoro dell’attrito]

5. Un protone (massa m_P, carica elettrica q_P) si muove liberamente con una velocità v_0 e quindi entra in una regione in cui è presente un campo elettrico costante ed uniforme orientato in modo tale da rallentarlo.

 a) Quale differenza di potenziale ΔV (in modulo) occorre per arrestare il protone?

 ΔV = ………………………………….. $((m_P/2)\, v_0^2)/q_P$ [dalla conservazione dell’energia, essendo il lavoro delle forze elettriche $L_E = - q_P\, \Delta V = \Delta E_K = - (m_P/2)v_0^2$]

 b) Quanto vale il lavoro L_E che le forze elettriche compiono per fermare il protone? (indicate anche il **segno**!)

 L_E = ………………………………….. $- q_P\Delta V$ [il segno negativo è perché la forza elettrica, dovendo rallentare il protone, ha verso opposto allo spostamento]

 c) Sapendo che il protone si arresta dopo aver percorso una distanza d, quanto vale il modulo del campo elettrico E responsabile del rallentamento? [Supponete il campo **uniforme**!]

 E = ………………………………….. $|L / (q_P d)| = \Delta V/d$