Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 14

1. Avete un blocco di lega metallica di forma cubica con spigolo d = 10.000 cm. La densità di massa della lega è ρ = 5.0x10^3 Kg/m^3. Inizialmente il blocco si trova alla temperatura T_0 = 25.000 ^{0}C e viene quindi portato, poggiandolo su un fornello, alla temperatura finale T_1 = 275.000 ^{0}C; ovviamente in tutte le fasi del processo esso si trova sempre a contatto con la pressione atmosferica, che vale P_{ATM} = 1.0x10^5 Pa.
   a) Sapendo che il coefficiente di dilatazione termica **lineare** vale λ = 2.000x10^{-5} 1/^{0}C, quanto vale la lunghezza d' dello spigolo del blocco quando questo si trova alla temperatura T_1?
   d' = ……………………………….... = ……… m $d(1 + \lambda(T_1 - T_0)) = d(1 + \lambda\Delta T) =$ 100.5x10^{-3} m

   b) Quanto vale il volume V' alla temperatura T_1?
   V' = ……………………………….... = ……… m^3 $d'^3 = d^3(1 + \lambda\Delta T)^3$ =1.015x10^{-3} m^3

   c) E quanto vale il coefficiente di dilatazione termica **volumica** λ_V? [Dimostrate che è, “al primo ordine”, $\lambda_V \sim 3\lambda$]
   λ_V = ……………………………….... ~ ……… 1/^{0}C $(V' - V) / (V\Delta T) = d^3 ((1 + \lambda\Delta T)^3 - 1) / (d^3\Delta T) = ((1 + \lambda\Delta T)^3 - 1) / \Delta T = (1 + 3 \lambda\Delta T + 3 (\lambda\Delta T)^2 + (\lambda\Delta T)^3 - 1) / \Delta T \sim 3 \lambda\Delta T / \Delta T = 3\lambda$,
   dove nel penultimo passaggio si è sfruttata la condizione che $\lambda\Delta T << 1$, e quindi le sue potenze sono molto più piccole del termine di grado uno [in pratica, si è fatto uno “sviluppo in serie di potenze”, o sviluppo di Taylor, e lo si è arrestato al primo ordine]

   d) Quanto vale il lavoro L fatto dal blocco durante la sua espansione? [Ricordate che la pressione rimane in pratica costantemente pari a quella atmosferica]
   L = ……………………………….... = ……… J $P_{ATM} \Delta V = P_{ATM} (V' - V) \sim P_{ATM} V\lambda_V \Delta T = P_{ATM}\, 3\, d^3 \lambda \Delta T =$ 1.5 J

   e) Supponendo che il materiale abbia calore specifico c = 2.0 J/(Kg ^{0}C), quanto vale il calore Q che lui ha acquisito nel processo? Confrontatelo con L!
   Q = ……………………………….... = ……… J $m\, c\, \Delta T = \rho Vc\Delta T = (V' - V) \sim P_{ATM} V\lambda_V \Delta T = P_{ATM}\, 3\, d^3 \lambda \Delta T =$ 2.5x10^3 J , molto maggiore di L!!

2. Volete ripetere la storica esperienza di Joule, quella che permise di determinare l’equivalenza calore/energia meccanica. Per farlo prendete un recipiente con pareti termicamente isolate (ad esempio rivestite di polistirolo, neoprene, o altro materiale che forma strutture sottili separate da camerette d’aria). Il recipiente contiene una miscela di acqua e ghiaccio fondente in equilibrio termico fra loro. Al suo interno, inoltre, si trova un motorino elettrico che fa muovere delle palette; inizialmente il motorino è spento. Il movimento delle palette nell’acqua provoca attrito, e si supponga che **tutta** la potenza erogata dal motore sia in questo modo convertita in potenza che serve per riscaldare il sistema acqua+ghiaccio.
   a) Quanto vale la temperatura T del sistema?.
   T = ……… ^{0}C 0 ^{0}C, essendoci del ghiaccio fondente

   b) Il motorino viene acceso; sapendo che la sua potenza meccanica è W = 9.0 W, qual è la massa di ghiaccio M che si scioglie per ogni secondo? [Esprimete il “tasso” di fusione del ghiaccio, ed usate come calore latente di fusione (specifico) del ghiaccio il valore λ_F = 3.0x10^5 J/Kg]
   M = ……………………………...…….. = ……… Kg/s W / λ_F = 3.0x10^{-5} Kg/s
   [infatti il ghiaccio in un intervallo ΔT riceve un calore $Q = W\,\Delta T$ che viene impiegato per fondere la massa di ghiaccio $m = Q / \lambda_F$. Notate che durante il processo si suppne che la temperatura della miscela resti sempre di 0 ^{0}C, cioè che ci sia sempre del ghiaccio fondente]

3. La misura del “potere calorico” di una sostanza (esempio, un alimento o un combustibile) viene spesso eseguita con le cosiddette “bombe calorimetriche”: la sostanza viene inserita, in piccole quantità, all’interno di un recipiente massiccio, di capacità termica nota. Usando un innesco (esempio una scarica elettrica) ed iniettando nella camera del comburente (esempio ossigeno) si fa in modo che

l'intera quantità di sostanza bruci **rapidamente**. L'aumento di temperatura del recipiente dà allora informazioni sul potere calorico da determinare. La vostra bomba calorimetria è costituita da un recipiente di ferro di massa m_F = 10 Kg, a cui è collegato in contatto termico un termometro.

a) Supponendo che il calore specifico del ferro (alle temperature di interesse per l'esperimento) sia c_F = 450 J/(Kg K), quanto vale la capacità termica C della bomba?
C = ……………………………….. = …….. J/K $m_F\, c_F = 4.50\times10^3$ J/K

b) Immaginate ora che il termometro sia costituito da un sottile tubicino di vetro **indeformabile** contenente dell'alcool etilico (coefficiente di dilatazione termica **volumica** $\lambda_V = 1.1\times10^{-4}\ 1/^0$C). Osservate che, in seguito alla combustione della sostanza incognita, la colonnina di alcool passa da una lunghezza iniziale h_0 = 40.0 cm ad una lunghezza finale h = 41.1 cm (dopo aver aspettato abbastanza tempo affinché tutto il calore della sostanza si sia trasferito alla bomba e di qui alla colonnina di alcool). Quanto vale l'aumento di temperatura ΔT registrato?
ΔT = ……………………………….. = …….. ^{0}C $(h - h_0)/(h_0\,\lambda_V) = 250\ ^0$C [notate che si è ritenuto che la sezione del tubicino di vetro non cambiasse, per dilatazione termica, durante il riscaldamento!]

c) Sapendo che avete inserito nella bomba calorimetria una quantita m = 100 g di sostanza incognita, quanto vale il potere calorico specifico c della sostanza? [Esprimetelo in Kcal/(100 g), come per le merendine!]
c = ……………………………..… = …….. Kcal/(100 g) $C\ \Delta T = 1.1\times10^6$ J ~ 2.7×10^2 Kcal [dove abbiamo usato il fatto che il campione aveva massa m = 100 g, e l'equivalenza 1 cal = 4.186 J, e sfruttato il fatto che le differenze di temperatura in gradi Kelvin ed in gradi centigradi hanno la stessa espressione; notate che è il potere calorico di una carne grassa, che poi è circa la metà del potere calorico della benzina: pensateci quando banchettate per le prossime festività!!]

4. Supponete che l'aria sia costituita da molecole di azoto (massa M = 28.0 u.m.a., cioè unità di massa atomica – prendete 1 u.m.a ~ 1.6×10^{-24} Kg). Pesate una quantità di aria pari a m = 4.48 g e la mettete in un recipiente **deformabile.**

a) Quanto vale il numero di moli (o grammo-moli, o grammo-molecole, per noi sono più o meno sinonimi) n del vostro campione? E qual è il numero N di molecole che lo costituiscono? [Ricordate il numero di Avogadro, $N_{AV} = 6.02\times10^{23}$].
n = ………………………………….. = ……… moli m / M = 0.160 moli, per definizione!
N = ………………………………….. = ……… $n\, N_{AV} = 96.3\times10^{21}$

b) Considerate ora il vostro campione di aria come un **gas perfetto**. Supponendo che esso occupi un volume (quello del recipiente!) V_0 = 10.0 l, quanto vale la densità di massa ρ_0? E se lo riscaldate, aumentandone la temperatura di ΔT = 100 ^{0}C, quanto viene a valere la densità ρ? [Considerate la dilatazione termica del gas, supponete irrealisticamente che **il recipiente non abbia alcun ruolo**!]
ρ_0 = ………………………………….. = ……… Kg/m^3 m / V_0 = 0.448 Kg/m^3
ρ = ………………………………….. ~ ……… Kg/m^3 $m / (V_0(1 + \alpha\Delta T)) = \rho_0 / (1 + \alpha\Delta T)$ ~ 0.328 Kg/m^3 [avendo considerato il coefficiente di dilatazione termica volumica dei gas perfetti, α = 1/273.16]

c) Sapendo che il volume V_0 era occupato quando il gas si trovava a temperatura θ_0 = 26.8 ^{0}C, quanto vale le pressione P_0 del campione di gas? [Ricordate che la costante dei gas perfetti vale R = 8.314 J/(K mole)]
P_0 = ………………………………….. ~ ……… Pa $nRT_0/V_0 = nR(\theta_0+1/\alpha)/V_0$ ~ 39.9×10^3 Pa [ricordate di esprimere la temperatura in gradi Kelvin, cioè di sommare $1/\alpha$!!]

d) Tenendo conto che, per un gas perfetto biatomico quale quello che state considerando, il "numero di gradi di libertà" vale 5, quanto valgono energia cinetica media $<E_K>$ e velocità media $<v>$ di ogni **singola** molecola di "aria"? [Ricordate che la costante di Boltzmann vale $k_B = R/N_{AV}$ = 1.380×10^{-23} J/K, e considerate il gas alla temperatura θ_0]
$<E_K>$ = ………………………………….. ~ ……… J $(5/2)\,k_BT_0 = (5/2)k_B(\theta_0+1/\alpha)$~$10.35\times10^{-21}$ J
$<v>$ = ………………………………….. ~ ……… m/s $(2<E_K>/\mu)^{1/2}$ ~ 462 m/s [avendo espresso con μ la massa della molecola, cioè il prodotto $28\times1.6\times10^{-24}$ Kg – trattazioni statistiche più raffinate darebbero valori leggermente diversi per la velocità media molecolare, che comunque resterebbe sempre dello stesso ordine di grandezza di quella calcolata, cioè molto grande. Ricordate che questa velocità è distribuita "isotropicamente" nello spazio, cioè non ha direzioni e versi preferenziali]