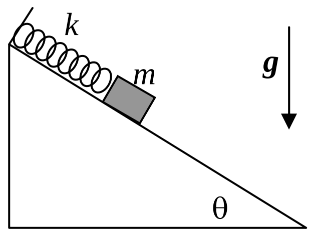
Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 5



1. Avete una massa m collegata, tramite una molla di costante elastica k, alla sommità di un piano inclinato con angolo θ (vedi figura). Supponendo che non vi siano attriti, quanto vale, **all'equilibrio**, l'allungamento Δl della molla (in valore assoluto)?

   Δl = …………………………………… $(mg\sin\theta)/k$

   a) Supponete ora che, per qualche ragione, il piano inclinato presenti un attrito statico, con coefficiente μ_S. Qual è il massimo valore del modulo della forza di attrito statico $F_{A,S}$ subita dalla massa?

   $F_{A,S}$ = …………………………………… $(mg\cos\theta)\mu_S$

   b) In queste condizioni, si osserva che potete spostare (molto lentamente) la massa verso la base del piano inclinato e mantenere una situazione di equilibrio. Quanto vale la massima elongazione della molla $\Delta l'$ che potete raggiungere in questo modo (in valore assoluto)?

   $\Delta l'$ = …………………………………… $(mg(\sin\theta + \mu_S \cos\theta))/k$ [allungando la molla, la massa tenderebbe a "risalire" il piano per effetto della forza elastica, ma la forza di attrito statico si oppone a questo moto]

   c) Se allungate ulteriormente la molla di un tratto Δx (in valore assoluto) rispetto al valore $\Delta l'$ della risposta precedente, e lasciate andare liberamente la massa, osservate che essa inizia a "risalire" il piano. Usando come asse x la direzione inclinato stesso (orientato verso la sommità del piano e con l'origine nel punto in cui la molla ha lunghezza di riposo), come si scrivono l'equazione del moto della massa e le condizioni iniziali x_0 e v_0? [indicate con $a(t)$ l'accelerazione della massa lungo questo asse]

   $a(t)$ = …………………………………… $-mg\sin\theta + (k/m)x(t)$ [c'è solo attrito **statico**, e non agisce quando la massa si muove!]

   x_0 = …………………………………… $-(\Delta l' + \Delta x)$ [per la scelta dell'origine!]

   v_0 = …………………………………… 0 [dal testo]

   d) Scrivete una **soluzione particolare** x_P per l'equazione del moto (possibilmente, la più semplice!)

   x_P = …………………………………… $mg\sin\theta/k$ [si ottiene per $a = 0$]

   e) A questo punto, ricordando che un'espressione per la soluzione generale di un'equazione differenziale del secondo ordine **omogenea** è del tipo $A\cos(\omega t + \Phi)$, con A, ω, e Φ da determinare, come si scrivono la legge oraria del moto $x(t)$ e della velocità $v(t)$? [ricordate anche che $(d\cos\alpha/dt) = -(d\alpha/dt)\sin\alpha$]

   $x(t)$ = …………………………………… $A\cos(\omega t + \Phi) + x_P$

   $v(t)$ = …………………………………… $-A\omega\sin(\omega t + \Phi)$

   con: …………………………………… $\omega = \sqrt{(k/m)}$; inoltre dalle condizioni iniziali si ottiene: $\Phi = 0$; $A = x_0 - x_P$ = etc. etc.

   f) Quanto vale la massima coordinata x_{MAX} raggiunta dalla massa nel suo moto? (ricordate che l'asse x è diretto verso la sommità del piano)

   x_{MAX} = …………………………………… $-A + x_P = -x_0 + 2x_P$ = etc. etc. [si ottiene imponendo $\cos(\omega t_{MAX}) = -1$]

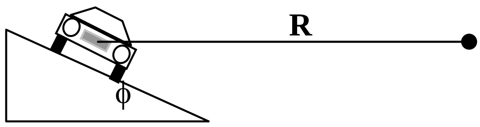
   g) Il moto è **sicuramente** periodico? Commentate:

.... dipende se la forza (elastica + proiezione della forza peso) risentita dalla massa quando questa si trova nella posizione x_{MAX} è maggiore o minore della massima forza di attrito: se è minore, la massa si ferma e il moto non è periodico!]

2. Un modo molto bislacco di misurare un coefficiente di attrito statico incognito μ_S per una superficie scabra segue questa procedura: poggiate una massa m = 10 Kg sulla superficie, ed applicate una forza F = 46.5 N parallela al piano. Quindi agganciate alla massa un pallone, di massa trascurabile, che potete riempire di un gas di densità trascurabile rispetto all'aria (che ha densità ρ = 1.00 Kg/m^3).
   a) Supponendo che la massa cominci a muoversi sotto l'effetto della forza F quando il volume del pallone è V = 500 l, quanto vale μ_S? (usate per l'accelerazione di gravità il valore g = 9.80 m/s^2)
   μ_S = ...= .... $F/(mg - \rho gV) \approx 0.50$

   b) Supponendo di continuare a spingere con la stessa forza, e sapendo che il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_D = \mu_S/2$, quanto vale la velocità v raggiunta dalla massa dopo un intervallo di tempo t = 20.0 s?
   v = ...= ....m/s $at \approx$ 46.5 m/s , con $a = (F - (mg - \rho gV)\mu_D)/m = F(1 - \mu_D/\mu_S)/m = F/(2m)$

3. Un'automobile di massa m percorre a velocità costante una curva di raggio R che ha il piano stradale inclinato di un angolo ϕ rispetto all'orizzontale ("curva parabolica" – vedi figura).



   a) Disegnate il diagramma di corpo libero dell'automobile.

   b) Sapendo che il coefficiente di attrito statico è μ_S, quanto vale in modulo la massima forza di attrito statico $F_{A,S}$?
   $F_{A,S}$ = ... $(mg\cos\phi)\mu_S$

   c) Quanto vale in modulo la **componente radiale** (cioè diretta lungo la congiungente dell'automobile con il centro della curva) della forza di reazione vincolare $F_{N,R}$ esercitata dalla strada sull'automobile?
   $F_{N,R}$ = ... $mg\cos\phi\sin\phi$

   d) Quanto vale la velocità massima v di percorrenza della curva prima che l'automobile cominci a sbandare?
   v = ... $(Rg\cos\phi(\mu_S \cos\phi + \sin\phi))^{1/2}$ [deve essere forza centripeta = $F_{N,R}$ + componente radiale della forza di attrito, che si oppone al moto **sul piano della strada**; notate che il valore di v può essere maggiore di quello che si ha su strada piana]

4. Osservate che un oggetto lanciato su un piano scabro con velocità v_0 = 9.8 m/s si ferma dopo aver scivolato per un tratto d = 9.8 m. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico μ_D?

☐ 1.0 ✗☐ 0.5 ☐ non si può dire

Spiegazione sintetica della risposta: ....
Lo spazio percorso nella frenata dall'oggetto vale $v_0^2/(2\mu_D g)$, dato che si tratta di moto uniformemente accelerato (decelerato) sotto l'azione dell'attrito dinamico.

Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida