

Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 8

1. In una partita di biliardo, la palla numero 1, che ha massa $m = 100$ g, si trova ferma sul panno. Essa viene colpita dalla palla numero 2, che ha la stessa massa m , e, subito prima dell'urto, ha velocità $v_2 = 1.0$ m/s.

a) Supponendo che l'urto tra le due palle sia **totalmente elastico**, quali grandezze si conservano nel processo? (segnate **tutte** quelle che si conservano)

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Energia cinetica della palla 1 | <input type="checkbox"/> Energia cinetica della palla 2 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Energia cinetica totale | <input type="checkbox"/> Quantità di moto della palla 1 |
| <input type="checkbox"/> Quantità di moto della palla 2 | <input checked="" type="checkbox"/> Quantità di moto totale |

b) Sapendo che, dopo l'urto, la direzione di moto delle due palle è la stessa della palla numero 1 prima dell'urto (l'urto si dice **centrale** ed il problema diventa, di fatto, unidimensionale), quanto valgono la quantità di moto totale P e l'energia cinetica totale E del sistema subito dopo l'urto?

$P = \dots\dots\dots = \dots\dots$ Kg m/s $m v_2 = 0.1$ Kg m/s
 $E = \dots\dots\dots = \dots\dots$ J $(m/2) v_2^2 = 0.05$ J

c) Dette V_1 e V_2 le velocità (incognite) delle due palle subito dopo l'urto, come si scrivono le due equazioni necessarie per determinarne il valore?

Prima equazione: $\dots\dots\dots v_2 = V_1 + V_2$ [dalla cons. della quantità di moto totale]

Seconda equazione: $\dots\dots\dots v_2^2 = V_1^2 + V_2^2$ [dalla cons. dell'energia cinetica totale]

d) E quanto valgono, allora, le velocità delle due palle, V_1 e V_2 subito dopo l'urto?

$V_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m/s $v_2 = 1.0$ m/s
 $V_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m/s 0 [le palle si "scambiano" le velocità!]

e) Supponendo che la **durata** dell'urto sia $\Delta t = 10^{-3}$ s, quanto valgono le forze impulsive $F_{1,2}$ ed $F_{2,1}$ esercitate dalla palla 2 sulla palla 1 e viceversa?

$F_{1,2} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ N $mV_1\Delta t = 100$ N
 $F_{2,1} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ N $-mv_2\Delta t = -100$ N [i segni sono riferiti ad

un sistema che ha il verso positivo nel verso della velocità iniziale della palla numero 2]

f) Supponete, ora, che l'urto **non sia centrale**, cioè che, ad esempio, la velocità V_1 formi un angolo $\theta_1 = 45$ gradi rispetto alla direzione della velocità iniziale v_2 (notate che ora il problema è diventato bidimensionale, ed occorre usare dei vettori). Come si scrivono le equazioni di conservazione in questo caso? (chiamate asse X la direzione della velocità iniziale v_1 e notate che, ora, potete scrivere tre equazioni invece che due!)

Prima equazione: $\dots\dots\dots v_2 = V_{1,X} + V_{2,X} = V_1 \cos(\pi/4) + V_{2,X}$ [dalla cons. della quantità di moto totale lungo X]

Seconda equazione: $\dots\dots\dots 0 = V_{1,Y} + V_{2,Y} = V_1 \sin(\pi/4) + V_{2,Y}$ [dalla cons. della quantità di moto totale lungo Y]

Terza equazione: $\dots\dots\dots v_2^2 = V_1^2 + V_2^2$ [dalla cons. dell'energia cinetica totale, come prima!]

g) In simili condizioni, siete in grado di determinare **completamente** le velocità V_1 e V_2 ?

- Sì No

Spiegazione sintetica della risposta: $\dots\dots\dots$ ci sono quattro incognite e tre equazioni! [però, sapendo che la velocità del centro di massa si conserva...]

2. In un film western, un cow-boy, di massa m , affianca una diligenza, di massa M , con il suo cavallo e ci salta sopra al volo. I dati del problema, per la soluzione del quale dovete considerare cow-boy e diligenza come corpi puntiformi liberi di muoversi su un piano XY , vi dicono che la velocità della diligenza subito prima dell'arrivo del cow-boy è $V = (V, 0)$, (cioè la diligenza procede lungo la direzione X con una velocità V), mentre quella del cow-boy è $v = (V, v)$.

a) Quanto vale l'energia cinetica totale iniziale E_0 del sistema?

$$E_0 = \dots\dots\dots (M/2)V^2 + (m/2)(V^2 + v^2)$$

b) Quanto vale **vettorialmente** la velocità V' del sistema dopo l'arrivo del cow-boy?

$$V' = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) (V, mv/(m + M)) \quad \text{[viene dalla conservazione della quantità di moto nelle due direzioni]}$$

c) Quanto vale la differenza di energia cinetica ΔE fra gli istanti subito dopo e subito prima l'arrivo del cow-boy sulla diligenza? (indicate anche il segno di questa differenza)

$$\Delta E = \dots\dots\dots ((M + m)/2) (V^2 + m^2v^2/(M + m)^2) - E_0 = -mMv^2/(2(M + m)) \quad \text{[il segno è negativo, cioè dopo l'urto l'energia cinetica diminuisce]}$$

d) E, supponendo che l'evento di "arrivo del cow-boy" abbia una durata Δt , quanto vale vettorialmente la forza F di interazione fra diligenza e cow-boy?

$$F = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) (0, -mMv/((m + M)\Delta t)) \quad \text{[viene dalla differenza di quantità di moto del solo cow-boy]}$$

3. Un atomo di massa m (che fa parte di un gas contenuto in un recipiente a temperatura assoluta diversa da zero, ed è quindi dotato di un moto casuale con velocità di modulo v) urta contro una parete rigida (la parete del recipiente). Considerate il problema bidimensionale, usate un sistema di riferimento XY con l'origine nel punto di impatto tra atomo e parete, asse X diretto ortogonalmente alla parete ed asse Y parallelo alla parete (supposta piana).

a) Supponendo che l'urto sia perfettamente elastico, e chiamando v_x e v_y le componenti della velocità, quanto vale in **valore assoluto** la variazione della componente X (cioè ortogonale alla parete) della quantità di moto Δp dell'atomo in seguito alla collisione?

$$\Delta p = \dots\dots\dots |m(v_x + v_x)| = 2m|v_x| \quad \text{[infatti il segno della componente ortogonale della velocità si inverte nell'urto, se questo è elastico]}$$

b) Supponete ora che ci sia un'altra parete di fronte alla precedente e parallela a questa, posta ad una distanza l . Dopo l'urto con la prima parete, l'atomo viaggerà contro la parete di fronte, la urterà e tornerà di nuovo verso la prima parete: supponendo che il moto dell'atomo sia rettilineo ed uniforme, quanto vale il tempo T necessario perché l'atomo ritorni sulla prima parete?

$$T = \dots\dots\dots 2l/|v_x|$$

c) Quanto vale il numero n di urti compiuti dall'atomo sulla prima parete nell'unità di tempo (un secondo, nel sistema mKs) e quanto il **valore assoluto** della variazione della quantità di moto ΔP per unità di tempo per l'atomo in seguito agli urti con questa parete?

$$n = \dots\dots\dots 1/T = |v_x|/(2l)$$

$$\Delta P = \dots\dots\dots \Delta p/T = m|v_x|^2/l = 2 E_K/l, \text{ essendo } E_K \text{ l'energia cinetica dell'atomo}$$

d) Potete commentare sulle dimensioni e sul significato della ΔP appena determinata? (si tratta di un'anticipazione di un argomento di termodinamica!)

$\dots\dots\dots$ le dimensioni sono quelle di una forza mediata nel tempo e il significato fisico è quello delle forze (medie) di pressione che il gas esercita sulle pareti del recipiente; notate che queste forze di pressione sono direttamente proporzionali all'energia cinetica (media) dell'atomo