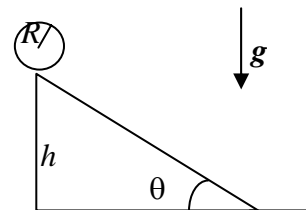


## Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 11/06

1. Un cilindro di massa  $m$  e raggio  $R$  si trova in quiete sulla sommità di un piano inclinato di altezza  $h$  (vedi figura) scabro. Ad un dato istante esso viene lasciato libero di scendere lungo il piano inclinato, e si osserva che compie un moto di **rotolamento senza strisciare**. Il momento di inerzia del cilindro per una rotazione attorno al suo asse vale  $I$ . Notate anche che, essendo il cilindro **omogeneo**, il suo centro di massa giace sull'asse.



- a) Disegnate in figura il diagramma delle forze rilevanti per il problema.
- b) Se sussiste la condizione di rotolamento senza strisciamento, che rapporto deve esserci tra velocità del centro di massa del cilindro,  $v_{CM}$ , e velocità angolare di rotazione  $\omega$ ? Quanto deve valere il lavoro  $L_A$  delle forze di attrito che si sviluppano tra generatrice del cilindro e piano inclinato?

$$v_{CM} = \dots\dots\dots \omega R$$

$$L_A = \dots\dots\dots 0 \text{ [non c'è moto relativo]}$$

- c) Detta  $v_{CM}'$  la velocità del centro di massa quando il cilindro raggiunge la base del piano inclinato, quanto vale l'energia cinetica  $E_K'$  in questa posizione? [Tenete conto della rotazione del cilindro!]

$$E_K' = \dots\dots\dots mv_{CM}'^2/2 + I v_{CM}'^2/(2R^2)$$

- d) Quanto vale  $v_{CM}'$ ? [Suggerimento: applicate principi di bilancio energetico]

$$v_{CM}' = \dots\dots\dots (2mgh / (m + I/R^2))^{1/2} \quad \text{[da } E_K' = mgh \text{ !]}$$

- e) Come si scrivono le equazioni per la forza in direzione parallela al piano inclinato e per i momenti delle forze rispetto all'asse di rotazione? [Suggerimenti: chiamate  $\theta$  l'angolo del piano inclinato rispetto all'orizzontale, ricordatevi della forza di attrito  $F_A$  e tenete conto che, senza strisciamento, tra accelerazione lineare del centro di massa,  $a_{CM}$ , ed accelerazione angolare  $\alpha$  del cilindro esiste la stessa relazione che c'è tra  $v_{CM}$  ed  $\omega$  - vedi domanda b)]

$$\text{Forze in direzione parallela: } m a_{CM} = \dots\dots\dots mg \sin \theta - F_A$$

$$\text{Momenti delle forze: } I \alpha = \dots\dots\dots I a_{CM} / R = F_A R$$

- f) Quanto vale  $a_{CM}$ ?

$$a_{CM} = \dots\dots\dots g \sin \theta / (1 + I/(m R^2)) \quad \text{[dalla sol. del sistema scritto sopra - notate che questo valore è sempre minore dell'accelerazione nel caso di strisciamento, che sarebbe } g \sin \theta \text{ !]}$$

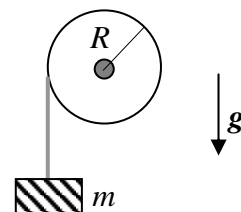
- g) Quanto vale la forza di attrito  $F_A$ ?

$$F_A = \dots\dots\dots mg \sin \theta I / (I + m R^2) \quad \text{[dall'ultima delle due eq. del punto g]}$$

- h) E quanto deve valere, al minimo, il coefficiente di attrito statico  $\mu$  affinché si possa avere rotolamento senza strisciamento?

$$\mu \geq \dots\dots\dots \text{tg} \theta I / (I + m R^2) \quad \text{[viene tenendo conto del valore di } F_A \text{ sopra determinato e considerando che deve essere } F_A = \mu N, \text{ con } N = mg \cos \theta \text{ modulo della reazione vincolare del piano inclinato]}$$

2. Un corpo di massa  $m$  è sospeso, tramite una corda inestensibile di massa trascurabile, ad una carrucola. La carrucola è costituita da un disco sottile ed omogeneo, di raggio  $R$ , spessore  $s$  e densità di massa  $\rho$ ; essa è disposta su piano verticale ed è libera di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro. Nella soluzione, trascurate ogni forma di attrito, sia per la rotazione della carrucola che per il movimento della massa.



- a) Disegnate in figura il diagramma delle forze rilevanti per il problema.

- b) Quanto vale il modulo del momento delle forze  $\tau$  applicato alla carrucola?

$$\tau = \dots\dots\dots T R, \text{ dove } T \text{ è la tensione della corda (da calcolare!)}$$

- c) Quanto vale il momento di inerzia  $I$  della carrucola?

$I = \dots \dots \dots \pi \rho s R^4 / 2$  [per un disco omogeneo si ha  $I = MR^2/2$ , ed in questo caso la massa del disco si esprime come  $M = \rho V$ , con  $V = \pi R^2 s$ , il volume del disco]

d) Se la corda è inestensibile e non slitta sulla carrucola, che relazione deve esistere tra l'**accelerazione angolare**  $\alpha$  della carrucola e l'**accelerazione lineare**  $a$  della massa? Come si scrivono le eq. del moto angolare (della carrucola – supponete positiva una rotazione in senso orario) e lineare (della massa – supponete un asse di riferimento verticale e diretto verso il basso)?

$\alpha = \dots \dots \dots a/R$   
 moto angolare:  $\dots \dots \dots \alpha = \tau / I = T R / I$   
 moto lineare:  $\dots \dots \dots a = g - T/m$

e) E quanto valgono  $a$  ed  $\alpha$ ?

$a = \dots \dots \dots mgR^2 / (I + mR^2)$   
 $\alpha = \dots \dots \dots mgR / (I + mR^2)$  [dalla soluzione del sistema di eq. scritto sopra]

f) Se si suppone che il moto (di discesa della massa e di rotazione della carrucola) sia iniziato all'istante  $t = 0$ , quanto valgono la velocità lineare  $v$  della massa, la velocità angolare  $\omega$  della carrucola, lo spostamento lineare  $S$  della massa ed il **momento angolare**  $L$  della carrucola (in modulo) all'istante  $t$  generico?

$v = \dots \dots \dots a t = mgR^2 t / (I + mR^2)$   
 $\omega = \dots \dots \dots \alpha t = mgR t / (I + mR^2)$   
 $S = \dots \dots \dots at^2/2 = mgR^2 t^2 / (2(I + mR^2))$  [moto unif. Accelerato]  
 $L = \dots \dots \dots I \omega = mgR t I / (2(I + mR^2))$

g) Quanto valgono le variazioni di energia potenziale della massa,  $\Delta U$ , ed energia cinetica **dell'intero sistema** (massa + carrucola!) calcolate tra gli stessi istanti  $t$  e  $t = 0$ ?

$\Delta U = \dots \dots \dots - mgS$   
 $\Delta E_K = \dots \dots \dots mv^2/2 + I\omega^2/2$

h) Verificate se si può affermare che “l'energia si conserva”, cioè se il lavoro  $L_P$  fatto dalla forza peso (è  $L_P = - \Delta U$ ) è pari alla variazione di energia cinetica **complessiva**  $\Delta E_K$ :

$\dots \dots \dots$  **sì, si verifica direttamente con qualche passaggio algebrico**

3. L'elica di un ventilatore può essere schematizzata come un'asta sottile omogenea, di massa  $m = 120$  g, e lunghezza  $l = 20$  cm, che ruota su un piano orizzontale attorno ad un perno che passa per il suo punto medio..

a) Quanto vale il momento di inerzia  $I$  dell'elica? [Suggerimento: può farvi comodo ricordare che il momento di inerzia per un'asta sottile che ruota attorno ad un perno passante per un suo estremo è  $I' = ml^2/3$ , da cui, applicando il “teorema degli assi paralleli”...]

$I = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots \text{Kg m}^2 \quad I' - m(l/2)^2 = m l^2/12 = 4.0 \times 10^{-4} \text{ Kg m}^2$

b) Supponendo che l'elica sia messa in rotazione **senza attriti** da un motore di potenza costante  $W$  e sapendo che, dopo essere partita da ferma, essa raggiunge una velocità angolare  $\omega = 20$  rad/s in un intervallo di tempo  $\Delta t = 10$  s, quanto vale  $W$ ?

$W = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots \text{W} \quad I \omega^2 / (2 \Delta t) = 8 \times 10^{-3} \text{ W}$  [il lavoro del motore, che vale  $W\Delta t$ , viene convertito in energia cinetica, che vale  $I\omega^2/2$ ]