

Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 3/06

1. Avete un numero N di sferette metalliche, tutte uguali, di massa m e diametro d . Ne infilate quante più potete in una scatola cubica di cartone (di massa trascurabile), con spigolo lungo l , che alla fine risulta perfettamente riempita.

a) Quanto vale la densità ρ_{SF} di ogni **singola** sferetta?

$\rho_{SF} = \dots\dots\dots m/V_{SF}$, con $V_{SF} = (4/3)\pi(d/2)^3$

b) Quale relazione deve esistere tra spigolo del cubo e diametro delle sferette per avere “riempimento completo”?

$\dots\dots\dots l = N^{1/3} d$

c) Quanto vale la densità **media** $\langle\rho\rangle$ della scatola?

$\langle\rho\rangle = \dots\dots\dots Nm/l^3$ [è chiaramente minore della densità delle sferette, e non è omogenea spazialmente, dato che ci sono dei “vuoti”]

2. Su un punto materiale di massa $m = 2.0 \times 10^3$ g, inizialmente fermo nello spazio, agiscono le forze $F_1 = (2.5, 4.0, 5.5)$ N, $F_2 = (3.2, 3.0, 9.3)$ N, $F_3 = (-5.7, -3.0, 4.8)$ N, e l'accelerazione di gravità $g = (0, 0, -9.8)$ m/s².

a) Che tipo di moto inizia a seguire il punto materiale e in quale direzione si muove?

$\dots\dots\dots$ **moto uniformemente accelerato**

direzione: $\dots\dots\dots$ **quella della risultante $F = F_1 + F_2 + F_3 + mg$, cioè asse y**

b) Quanto vale, componente per componente, l'accelerazione a ?

$a = \dots\dots\dots = (\dots, \dots, \dots)$ m/s² **$F/m = (0, 2, 0)$ m/s²**

c) Se si vuole che il corpo rimanga fermo, quale forza F' bisogna applicare al punto?

$F' = \dots\dots\dots = (\dots, \dots, \dots)$ N **$-F = (0, -4.0, 0)$ N**

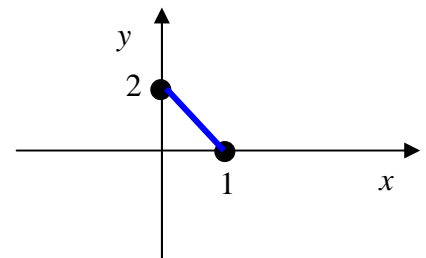
3. Avete due masse puntiformi, 1 e 2, sul piano xy , con $m_1 = m_2$. Supponete che inizialmente le masse siano ferme nelle posizioni $r_1 = (A, 0)$ ed $r_2 = (0, A)$, e che, ad un certo istante, esse risentano rispettivamente delle forze $F_1 = (B, B)$ ed $F_2 = (-B, -B)$. (A e B sono determinati valori rispettivamente di lunghezza e di forza)

a) In che direzione e verso cominciano a muoversi le due masse?

Direzione e verso 1: $\dots\dots\dots$ **la bisettrice del piano xy , verso positivo**

Direzione e verso 2: $\dots\dots\dots$ **la bisettrice del piano xy , verso negativo**

b) Supponete ora che le due masse siano unite da una barretta, di massa trascurabile ed inestensibile. Disegnate il **diagramma di corpo libero** per le due masse. (Basta uno schizzo approssimativo!!)



c) In presenza della barretta di collegamento, siete in grado di dire qualcosa su direzione e verso del moto iniziale delle due masse puntiformi?

$\dots\dots\dots$

La direzione del moto incipiente cambia per effetto della forza esercitata tra le due masse “attraverso” la barretta ($F_{1,2} = -F_{2,1}$ per il terzo principio della dinamica). “Complessivamente” il moto tende a far ruotare la barretta attorno all’asse passante per il suo punto centrale, con un verso antiorario. Tutto ciò sarà più chiaro quando avrete esaminato il moto dei corpi rigidi!!

4. Un punto materiale di massa $m = 2.0 \text{ Kg}$ si muove lungo l'asse X essendo soggetto ad una forza dipendente dalla posizione x secondo la legge: $F(x) = -Ax + B$, con $A = 18 \text{ N/m}$ e $B = 9.0 \text{ N}$.

a) Che tipo di moto compie il punto?

- rettilineo uniforme uniformemente accelerato armonico

Spiegazione sintetica della risposta:

L'accelerazione è $a(x) = F(x)/m$, cioè dipende da x e quindi il moto non può essere né uniforme né uniformemente accelerato; essendo $A > 0$, l'equazione del moto è proprio quella del moto armonico

b) Quanto vale la "posizione di equilibrio" x_{EQ} del punto? [La posizione di equilibrio è quella in cui, se il punto ci viene posto a **velocità nulla**, rimane fermo, cioè...]

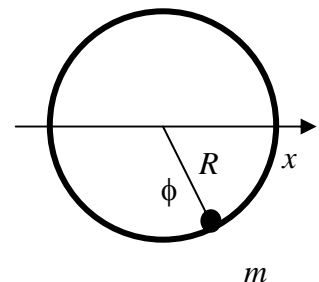
$x_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$ $B/A = 0.50 \text{ m}$ [è la posizione per cui $F(x_{EQ}) = 0$]

c) Sapendo che all'istante $t' = 0.52 \text{ s}$ il punto si trova nella posizione $x' = -1.5 \text{ m}$ con una velocità $v' = 0$ (in questo istante è fermo!), quanto vale la velocità v'' all'istante $t'' = 1.0 \text{ s}$? [Per la soluzione può farvi comodo notare che $0.52 \sim \pi/6$, mentre $1.0 \sim \pi/3$, e che, per un angolo δ generico valgono le relazioni trigonometriche $\cos(\pi/2 + \delta) = -\sin\delta$ e $\sin(\pi/2 + \delta) = \cos\delta$. Fate attenzione alla risposta che avete dato al punto a) e tenete conto della risposta al punto b)!]

$v'' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m/s}$ $(A/m)^{1/2}(x_{EQ} - x') \cos(\omega t'') = 6.0 \text{ m/s}$

[il moto è armonico con pulsazione $\omega = (A/m)^{1/2} = 3.0 \text{ rad/s}$; la legge oraria del moto generica per l'accelerazione considerata, come si ottiene risolvendo l'equazione differenziale del secondo ordine, è $x(t) = \alpha \cos(\omega t + \delta) + x_p$, con x_p "soluzione particolare" dell'equazione differenziale. Si può porre $x_p = x_{EQ}$, soluzione costante che risolve l'equazione differenziale. Le condizioni del testo, riferite all'istante t' , permettono di determinare le due costanti dimensionate α e δ ; in particolare si ha: $x' = x(t') = \alpha \cos(\omega t' + \delta) + x_p = \alpha \cos(\pi/2 + \delta) + x_p$ e $v' = v(t') = -\omega \alpha \sin(\omega t' + \delta) = -\omega \alpha \sin(\pi/2 + \delta)$, da cui $\delta = \pi/2$ e $\alpha = x_{EQ} - x' = 2.0 \text{ m}$. La risposta si ottiene quindi calcolando il valore $v'' = v(t'')$]

5. Avete una massa puntiforme m appoggiata e libera di scorrere (senza attrito!!) su una guida circolare di raggio R disposta su un piano verticale, dove agisce l'accelerazione di gravità g . Ad un certo istante, la massa si trova nella posizione indicata in figura, essendo ϕ la sua "posizione angolare" misurata rispetto alla verticale.



a) Quanto vale, in modulo, la forza di reazione vincolare F_N agente sulla massa, e che direzione ha?

$F_N = \dots\dots\dots \text{ } mg \cos \phi$

Direzione:, Radiale (verso il centro) per "costringere" m sulla guida

b) Quanto valgono le componenti cartesiane di F_N ?

$F_N = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) \text{ } (-mg \cos \phi \sin \phi, mg \cos^2 \phi)$

c) Quanto vale l'accelerazione a della massa espressa in coordinate polari (R, ϕ)? (Per il segno della componente tangenziale ϕ , assumetelo positivo se la massa si sposta in senso antiorario, e misuratela come in figura)

$a = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) \text{ } (0, -mg \sin \phi)$

d) La posizione $\phi = 0$ rappresenta un punto di:

- equilibrio stabile non equilibrio equilibrio instabile eq. indiff.

Spiegazione sintetica della risposta:

L'accelerazione è nulla, e quindi è un equilibrio; il suo verso è sempre opposto a quello dell'angolo, e quindi tende a far tornare la massa al punto di equilibrio, che è stabile.