Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 5/06

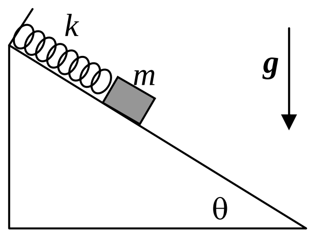
1. Una massa m = 200 g è appesa, attraverso una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 2.00x10 N/m, ad un solaio (g vale, in modulo, 9.80 m/s^2).
   a) Detto z un asse verticale che punta verso il basso, con origine nella posizione di riposo della molla, scrivete l'equazione del moto della massa: (a_Z indica l'accelerazione lungo l'asse z)
   $a_Z = d^2z(t)/dt^2$ = ……………………………………….. $mg - kz(t)$

   b) Quanto vale la posizione di equilibrio stabile z_{EQ} della massa?
   z_{EQ} = ……………………………………… = ... cm. mg/k = 9.80 cm

   c) Quanto vale la pulsazione ω del moto oscillatorio che vi aspettate che la massa compia?
   ω = …………………………………….. = …….. rad/s $\sqrt{(k/m)}$ = 10 rad/s

   d) Scrivete la legge oraria del moto $z(t)$ supponendo che all'istante iniziale t = 0 "lasciate libera di andare" la massa da z = 0 con velocità v_Z = 0 (formalmente, dovete trovare la soluzione dell'equazione differenziale al secondo ordine da voi scritta al punto a) con le condizioni al contorno specificate per posizione e velocità!)
   $z(t)$ = ……………………………………... $z_{EQ}(1 - \cos(\omega t))$

2. Avete una massa m collegata, tramite una molla di costante elastica k, alla sommità di un piano inclinato con angolo θ (vedi figura). Supponendo che non vi siano attriti, quanto vale, **all'equilibrio**, l'allungamento Δl della molla (in valore assoluto)?
   Δl = …………………………………… $(mg\sin\theta)/k$



   a) Supponete ora che, per qualche ragione, il piano inclinato presenti un attrito statico, con coefficiente μ_S. Qual è il massimo valore del modulo della forza di attrito statico $F_{A,S}$ subita dalla massa?
   $F_{A,S}$ = …………………………………… $(mg\cos\theta)\mu_S$

   b) In queste condizioni, si osserva che potete spostare (molto lentamente) la massa verso la base del piano inclinato e mantenere una situazione di equilibrio. Quanto vale la massima elongazione della molla Δl' che potete raggiungere in questo modo (in valore assoluto)?
   Δl' = …………………………………… $(mg(\sin\theta + \mu_S \cos\theta))/k$ [allungando la molla, la massa tenderebbe a "risalire" il piano per effetto della forza elastica, ma la forza di attrito statico si oppone a questo moto]

   c) Se allungate ulteriormente la molla di un tratto Δx (in valore assoluto) rispetto al valore Δl' della risposta precedente, e lasciate andare liberamente la massa, osservate che essa inizia a "risalire" il piano. Usando come asse x la direzione inclinato stesso (orientato verso la sommità del piano e con l'origine nel punto in cui la molla ha lunghezza di riposo), come si scrivono l'equazione del moto della massa e le condizioni iniziali x_0 e v_0? [indicate con $a(t)$ l'accelerazione della massa lungo questo asse]
   $a(t)$ = …………………………………… $-g\sin\theta + (k/m)x(t)$ [c'è solo attrito **statico**, e non agisce quando la massa si muove!]
   Imprecisione nel risultato corretta grazie a Dario+Jacopo, sett 07
   x_0 = …………………………………… $-(\Delta l' + \Delta x)$ [per la scelta dell'origine!]
   v_0 = …………………………………… 0 [dal testo]

   d) Scrivete una **soluzione particolare** x_P per l'equazione del moto (possibilmente, la più semplice!)
   x_P = …………………………………… $mg\sin\theta/k$ [si ottiene per a = 0]

   e) A questo punto, ricordando che un'espressione per la soluzione generale di un'equazione differenziale del secondo ordine **omogenea** è del tipo $A\cos(\omega t + \Phi)$, con A, ω, e Φ da determinare,

Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida

come si scrivono la legge oraria del moto *x(t)* e della velocità *v(t)*? [ricordate anche che $(d\cos\alpha/dt) = -(d\alpha/dt)\sin\alpha$]

$x(t)$ = ... $A\cos(\omega t + \Phi) + x_P$

$v(t)$ = ... $-A\omega\sin(\omega t + \Phi)$

con: .... $\omega = \sqrt{(k/m)}$; inoltre dalle condizioni iniziali si ottiene: $\Phi = 0$; $A = x_0 - x_P$ = etc. etc.

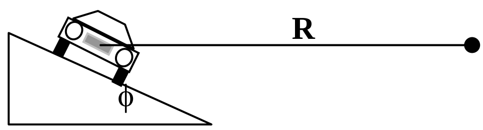
f) Quanto vale la massima coordinata x_{MAX} raggiunta dalla massa nel suo moto? (ricordate che l'asse x è diretto verso la sommità del piano)

x_{MAX} = ... $-A + x_P = -x_0 + 2x_P$ = etc. etc. [si ottiene imponendo $\cos(\omega t_{MAX}) = -1$]

g) Il moto è **sicuramente** periodico? Commentate:

.... dipende se la forza (elastica + proiezione della forza peso) risentita dalla massa quando questa si trova nella posizione x_{MAX} è maggiore o minore della massima forza di attrito: se è minore, la massa si ferma e il moto non è periodico!]

3. Un'automobile di massa *m* percorre a velocità costante una curva di raggio *R* che ha il piano stradale inclinato di un angolo ϕ rispetto all'orizzontale ("curva parabolica" – vedi figura).



a) Disegnate il diagramma di corpo libero dell'automobile.

b) Sapendo che il coefficiente di attrito statico è μ_S, quanto vale in modulo la massima forza di attrito statico $F_{A,S}$?

$F_{A,S}$ = ... $(mg\cos\phi)\mu_S$

c) Quanto vale in modulo la **componente radiale** (cioè diretta lungo la congiungente dell'automobile con il centro della curva) della forza di reazione vincolare $F_{N,R}$ esercitata dalla strada sull'automobile?

$F_{N,R}$ = ... $mg\cos\phi\sin\phi$

d) Quanto vale la velocità massima *v* di percorrenza della curva prima che l'automobile cominci a sbandare?

v = ... $(Rg\cos\phi(\mu_S\cos\phi + \sin\phi))^{1/2}$ [deve essere forza centripeta = $F_{N,R}$ + componente radiale della forza di attrito, che si oppone al moto **sul piano della strada**; notate che il valore di *v* può essere maggiore di quello che si ha su strada piana]

4. Osservate che un oggetto lanciato su un piano scabro con velocità v_0 = 9.8 m/s si ferma dopo aver scivolato per un tratto d = 9.8 m. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico μ_D?

☐. 1.0 X☐ 0.5 ☐ non si può dire

Spiegazione sintetica della risposta: ....

Lo spazio percorso nella frenata dall'oggetto vale $v_0^2/(2\mu_D g)$, dato che si tratta di moto uniformemente accelerato (decelerato) sotto l'azione dell'attrito dinamico.

5. Da alcune misure sperimentali, osservate che l'andamento temporale della velocità di una certa particella di massa *m* in moto unidimensionale è ben descritto dalla legge $v(t) = v_0 (1 - e^{-At})$, con $A > 0$.

a) Questa legge potrebbe indicare che la particella si muove, partendo da ferma, in un fluido viscoso?

☐. no X ☐. sì ☐. boh

b) Se avete risposto "sì" al quesito precedente, e supponete che il moto in questione avvenga per effetto dell'accelerazione di gravità *g*, quanto vale il coefficiente di attrito viscoso β?

β = ... $A\,m$