Corso di Laurea STC Chim curr appl – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 3

1. Su un punto materiale di massa $m = 2.0\text{x}10^3$ g, inizialmente fermo nello spazio, agiscono le forze $\boldsymbol{F_1}$ = (2.5, 4.0, 5.5) N, $\boldsymbol{F_2}$ = (3.2, 3.0, 9.3) N, $\boldsymbol{F_3}$ = (- 5.7, - 3.0, 4.8) N, e l'accelerazione di gravità $\boldsymbol{g}$ = (0, 0, - 9.8) m/s^2.
   a) Che tipo di moto inizia a seguire il punto materiale e in quale direzione si muove?
   ………………………….......................... moto uniformemente accelerato
   direzione:……………….......................... quella della **risultante** $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + \boldsymbol{F_3} + m\boldsymbol{g}$, cioè asse *y*

   b) Quanto vale, componente per componente, l'accelerazione $\boldsymbol{a}$?
   $\boldsymbol{a}$ =…………………………..= (......, ..., ...) m/s^2 $\boldsymbol{F}/m$ = (0, 2, 0) m/s^2

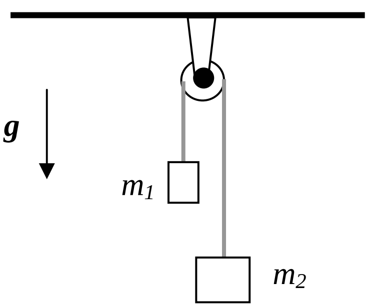
   c) Se si vuole che il corpo rimanga fermo, quale forza $\boldsymbol{F'}$ bisogna applicare al punto?
   $\boldsymbol{F'}$ = ...…………................... = (....., ..., ...) N - $\boldsymbol{F}$ = (0, -4.0, 0) N

2. Un punto materiale di massa m = 2.0 Kg si muove lungo l'asse X essendo soggetto ad una forza dipendente dalla posizione x secondo la legge: $F(x) = - Ax + B$, con A = 18 N/m e B = 9.0 N.
   a) Che tipo di moto compie il punto?
   ☐ rettilineo unifome ☐ uniformemente accelerato ☒ armonico
   Spiegazione sintetica della risposta: ………………………………………………………………
   L'accelerazione è $a(x) = F(x)/m$, cioè dipende da x e quindi il moto non può essere né uniforme né uniformemente accelerato; essendo A>0, l'equazione del moto è proprio quella del moto armonico

   b) Quanto vale la "posizione di equilibrio" x_{EQ} del punto? [La posizione di equilibrio è quella in cui, se il punto ci viene posto a **velocità nulla**, rimane fermo, cioè...]
   x_{EQ} =……………………………...... = ... m B/A = 0.50 m [è la posizione per cui $F(x_{EQ}) = 0$]

   c) Sapendo che all'istante t' = 0.52 s il punto si trova nella posizione x' = - 1.5 m con una velocità v' = 0 (in questo istante è fermo!), quanto vale la velocità v'' all'istante t'' = 1.0 s? [Per la soluzione può farvi comodo notare che 0.52 ~ π/6 , mentre 1.0 ~ π/3 , e che, per un angolo δ generico valgono le relazioni trigonometriche $cos(\pi/2 + \delta) = - sin\delta$ e $sin(\pi/2 + \delta) = cos\delta$. Fate attenzione alla risposta che avete dato al punto a) e tenete conto della risposta al punto b)!]
   v'' = ………………………………… = ... m/s $(A/m)^{1/2}(x_{EQ} - x') \cos(\omega t'')$ = 6.0 m/s
   [il moto è armonico con pulsazione $\omega = (A/m)^{1/2}$ = 3.0 rad/s; la legge oraria del moto generica per l'accelerazione considerata, come si ottiene risolvendo l'equazione differenziale del secondo ordine, è $x(t) = \alpha cos(\omega t + \delta) + x_P$, con x_P "soluzione particolare" dell'equazione differenziale. Si può porre $x_P = x_{EQ}$, soluzione costante che risolve l'equazione differenziale. Le condizioni del testo, riferite all'istante t', permettono di determinare le due costanti dimensionate α e δ; in particolare si ha: $x' = x(t') = \alpha cos(\omega t' + \delta) + x_P = \alpha cos(\pi/2 + \delta) + x_P$ e $v' = v(t') = - \omega\, \alpha sin(\omega t' + \delta) = - \omega\, \alpha sin(\pi/2 + \delta)$, da cui $\delta = \pi/2$ e $\alpha = x_{EQ} - x'$ = 2.0 m. La risposta si ottiene quindi calcolando il valore $v'' = v(t'')$]

3. Avete due masse m_1 ed m_2 (supponiamo $m_2 > m_1$) attaccate ai due capi di una fune **inestensibile** e di **massa trascurabile**. La fune passa per la gola di una puleggia (supposta anch'essa di **massa trascurabile** ed in grado di ruotare **senza attrito** attorno al suo asse) appesa ad un robusto solaio come in figura. (Per curiosità, questo sistema si chiama "macchina di Atwood").



   a) Disegnate il diagramma di corpo libero per tutti gli elementi del sistema.

   b) Scrivete le equazioni del moto per le due masse (indicate con a_1 ed a_2 le loro accelerazioni, e con T la tensione della fune – specificate bene le convenzioni che usate per i segni!!):
   $m_1\, a_1$ = ……………………………..…………….. $m_1 g - T$

Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida

Segno corretto 16/4/07 grazie a Sara

$m_2 a_2$ = ……………………………...…………….. $m_2g - T$

Nota sui segni utilizzati: …………………………………… sto usando un riferimento orientato verso il basso (la componente di g è positiva – potrei ovviamente usare anche la convenzione opposta!!)

c) Quanto valgono, nel riferimento che avete scelto, le accelerazioni a_1 ed a_2 delle due masse? (Ragionate bene sulla relazione che deve esistere fra queste due accelerazioni!!)

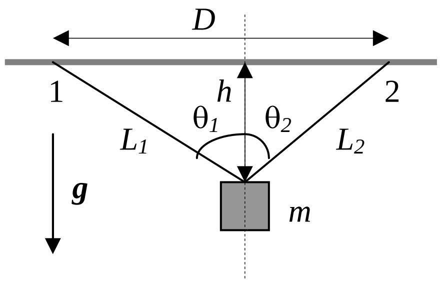
a_1 = ……………………………...…………….. $-g(m_2 - m_1)/(m_2 + m_1)$

a_2 = ……………………………...…………….. $-a_1$

d) Quanto vale, in modulo, la tensione T della fune?

T = ……………………………...…………….. $g2\, m_1 m_2/(m_2 + m_1)$

4. Una massa m è appesa, attraverso un anello, ad una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L (incognita) appesa a due punti di un solaio distanti tra loro D = 5.0 m. La situazione rappresentata schematicamente in figura è d'equilibrio: in essa, la massa viene a trovarsi ad una distanza h = 4.0 m dal solaio, e la lunghezza del tratto di fune che separa la massa da uno dei due punti del solaio, denominato punto 1 (vedi figura), vale L_1 = 5.0 m. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità, diretta verticalmente verso il basso]



a) Usando i simboli θ_1 e θ_2 per individuare i due angoli indicati in figura, e T_1 e T_2 per i moduli delle tensioni nei due tratti di fune, come si scrivono le equazioni che stabiliscono le condizioni di equilibrio lungo le due direzioni orizzontale e verticale?

Direzione orizzontale: …………………………………….. $T_1 \sin\theta_1 = T_2 \sin\theta_2$

Direzione verticale: …………………………………….. $mg = T_1 \cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2$

[dall'equilibrio delle forze lungo le due direzioni]

b) Quanto valgono le distanze D_1 e D_2 indicate in figura? [È un problema di geometria!]

D_1 = …………………………………… = ... m. $(L_1^2 - h^2)^{1/2}$ = 3.0 m

D_2 = …………………………………… = ... m. $D - D_1$ = 2.0 m [da teorema di Pitagora e semplice considerazione sulla somma delle distanze $D_1 + D_2 = D$]

c) Sapendo che la reazione vincolare esercitata dal solaio sulla fune al punto 1 vale, in modulo, R = 49 N, quanto vale la massa m? [Fate attenzione alla geometria del problema e ai dati che avete a disposizione!]

m = …………………………………….. = …….. Kg $(T_1 \cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2)/g = (T_1 \cos\theta_1 + T_1 \sin\theta_1 \cos\theta_2/\sin\theta_2)/g = (R/g)\,(h/L_1 + (D_1/L_1)(h/L_2)(L_2/D_2)) = (R/g)(h/L_1 + (h/L_1)(D_1/D_2)) = (R/g)(h/L_1)(1+D_1/D_2)$ = 10 Kg [si ottiene usando in modo opportune le relazioni trovate al quesito a), ponendo, come ovvio dal testo, $T_1 = R$, ed esprimendo le funzioni trigonometriche degli angoli θ_1 e θ_2 in funzione delle varie lunghezze che descrivono la geometria del sistema]

d) Quanto vale, in modulo, la reazione vincolare R_2 esercitata dal solaio sulla fune al punto 2?

R_2 = ……………………………………... ~ .... N $R \sin\theta_1 / \sin\theta_2 = R\,(D_1/L_1)(L_2/D_2) = R\,(D_1/L_1)\,(1+(h/D_2)^2)^{1/2}$ ~ 66 N