

Misure con i polaroid

francesco.fuso@df.unipi.it; <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>

(Dated: version 2 - FF, 4 maggio 2016)

Questa breve nota riporta il risultato delle misure e dell'analisi da me effettuate nell'esperienza con i polaroid.

I. INTRODUZIONE

L'esperienza è composta da due distinte misure, che prevedono l'uso rispettivamente di uno e due filtri polarizzatori (*polaroid*). Inoltre nelle due misure si impiegano un laser a diodo con emissione nel rosso (lunghezza d'onda attorno a 650 nm) e un fotodiodo usato in modalità fotovoltaica e collegato al multimetro digitale predisposto per misure in corrente continua (micoramperometro).

Si discutono qui di seguito alcune considerazioni generali che valgono per tutte e due le misure.

A. Laser e misura della fotocorrente

Il fotodiodo usato in modalità fotovoltaica produce una corrente (*fotocorrente*) proporzionale alla potenza, ovviamente mediata nel tempo, che incide sulla sua superficie attiva. Questo processo avviene secondo meccanismi che hanno luogo nella giunzione pn del diodo in condizioni di *assenza di polarizzazione*: tali meccanismi saranno accennati in una prossima nota.

Nelle giunzioni pn realizzate in silicio, come per il fotodiodo impiegato in laboratorio (generalmente modello BPW-34), si sa che la produzione di fotocorrente dà luogo a un'intensità di corrente ragionevolmente ben descritta da $I_{ph} = k(\lambda)P$, dove P è la potenza media della radiazione che incide sulla superficie fotosensibile e $k(\lambda)$ è un fattore di conversione che vale, alla lunghezza d'onda $\lambda = 650$ nm di nostro interesse, $k \sim 0.4$ A/W. Notate che questo è un valore tipico e non il risultato di una calibrazione per lo specifico fotodiodo utilizzato, per cui l'eventuale misura di potenza non può essere specificata con l'incertezza (si tratta dunque di una valutazione grossolana, o stima).

I laser in uso in laboratorio appartengono alla *classe II* di sicurezza laser. Questa classe di sicurezza impone di *non osservare, in maniera diretta o attraverso strumenti ottici (lenti, occhiali, specchi, etc.), il fascio laser*. Tuttavia essa consente di eseguire, *con la dovuta attenzione*, le operazioni di allineamento necessarie senza usare dispositivi di protezione individuali (occhiali laser, guanti, camici, etc.), che renderebbero certamente meno conveniente l'esecuzione delle esperienze. L'appartenenza alla classe II implica necessariamente una limitazione alla intensità luminosa prodotta. In particolare la potenza massima dei dispositivi di laboratorio (VLTM650-11-LPT) è limitata a 1 mW su un fascio con sezione trasversale di alcuni

mm². Di conseguenza, la massima lettura di fotocorrente attesa è $I_{ph,max} \simeq 400$ μ A.

La sorgente laser utilizzata, come succede normalmente nel caso dei laser a diodo, ha proprietà di collimazione del fascio relativamente scarse: la divergenza nominale è infatti 0.5 mrad. Poiché sorgente e fotodiodo si trovano, tipicamente, a una distanza di alcune decine di centimetri tra di loro, tale divergenza è sufficiente perché il fascio laser guadagni una dimensione trasversale apparente di alcuni millimetri. D'altra parte il fotodiodo ha una superficie sensibile (nominalmente estesa per 7.5 mm²) che ha una dimensione trasversale che può essere minore di quella del fascio laser. Di conseguenza, solo una porzione della potenza del fascio incide effettivamente sulla giunzione del fotodiodo producendo fotocorrente. Pertanto la massima lettura di fotocorrente attesa, citata prima, non può essere raggiunta. Valori tipici di fotocorrente effettivamente misurata nelle condizioni dell'esperienza pratica, ovviamente in assenza di qualsiasi componente (*polaroid*) tra sorgente e rivelatore, sono $I_{ph,max} \sim 100 - 200$ μ A, corrispondenti grossolanamente a potenze raccolte dal rivelatore dell'ordine di 0.25 - 0.5 mW.

Valori simili di fotocorrente si ottengono solo a patto di aver allineato in maniera corretta il fascio laser con il fotodiodo: allo scopo, la regolazione di altezza e di direzione può essere fatta bloccando le aste di supporto in posizioni opportune, mentre per la traslazione in direzione ortogonale a quella del fascio laser si può convenientemente agire sul traslatore a slitta di cui sono dotati i supporti laser. Ottenere una lettura di fotocorrente superiore a 100 μ A in assenza di elementi ottici è condizione *necessaria* per l'esecuzione dell'intera esperienza, per cui dedicate tempo e attenzione sufficienti a questa fase preliminare.

Vale la pena, infine, di menzionare un problema che, almeno potenzialmente, si verifica nella configurazione considerata. In essa si prevede che la fotocorrente prodotta dalla giunzione del fotodiodo sia raccolta e letta dallo strumento di misura (microamperometro). Un microamperometro ideale dovrebbe avere una resistenza interna praticamente nulla, in modo da "favorire" la circolazione anche di piccole intensità di corrente. Come ben sapete, questo non è il caso degli strumenti reali, specie se impiegati a portate di elevata sensibilità (nominalmente, usando la scala 20 μ A nel tester digitale la resistenza di inserzione vale, per una lettura al fondo scala, ben 10 kohm). La principale conseguenza della presenza di un microamperometro con resistenza interna finita è nella possibile non-linearità della lettura. Per limitare questo

problema, normalmente si usano dei resistori in parallelo alla giunzione e allo strumento di misura, configurato in questo caso come (milli)voltmetro. Tuttavia, per semplificare il montaggio e anche per portare la sensibilità di misura ai massimi livelli, nell'esperienza pratica si esegue la misura diretta della fotocorrente mediante microamperometro. Questa scelta potrebbe influire, in modo quantitativamente indeterminato, sulla "qualità" dei dati raccolti.

B. Incertezze di misura

I dati sperimentali sono coppie di misure di corrente e di angolo del goniometro (traslatore ruotante con goniometro) su cui sono montati i polaroid.

Poiché la misura della corrente è eseguita sempre con lo stesso strumento e, in genere, nella stessa scala, può essere ragionevole rimuovere dalla determinazione dell'incertezza la componente dovuta alla calibrazione. Questa è la scelta che io ho, arbitrariamente, seguito, mantenendo solo l'errore attribuibile alla lettura. Per la misura degli angoli, che è effettuata con goniometri con risoluzione di 0.5 o 1 gradi, ho scelto di usare un'incertezza ± 1 gradi.

In queste condizioni l'incertezza sulle misure angolari, che si riferiscono all'"asse orizzontale" dei grafici, può essere non trascurabile in termini relativi rispetto a quella sulle correnti, per cui nell'analisi (best-fit) è opportuno tenerne conto usando le note, e approssimative, regole basate sulla propagazione dell'errore.

C. Zero della misura angolare

I polaroid hanno due assi ottici mutuamente ortogonali. L'ampiezza di un'onda polarizzata linearmente che incide su un polaroid viene "proiettata" lungo la direzione di uno dei due assi ottici (facendo riferimento alla costruzione microscopica del polaroid, questa è la direzione ortogonale a quella di allineamento delle molecole che assorbono la luce). Dunque l'angolo rilevante è quello compreso tra la direzione di polarizzazione incidente e quella di *uno* degli assi ottici del polaroid.

Nell'esperienza, i goniometri che permettono la lettura dello spostamento angolare dei polaroid hanno uno zero nella propria scala che deve essere considerato *arbitrario*. Infatti il montaggio del polaroid sul traslatore angolare è effettuato in maniera non rigida e non calibrata. Inoltre, come si verifica molto spesso, le direzioni degli assi ottici sono ambigue, per cui esiste un'ulteriore incertezza di $\pm\pi/2$. Infine, la polarizzazione lineare del laser, grossolanamente allineata con l'asse lungo del fascio (un diodo laser emette radiazione asimmetrica e astigmatica, come leggerete in una prossima nota), non ha la stessa direzione per tutti i dispositivi disponibili rispetto al riferimento del laboratorio.

Di tutto questo occorre tenere conto nell'analisi aggiungendo un parametro di fit che corrisponde alla posizione effettiva dello zero angolare misurata sulla scala del goniometro.

D. Segnale di fondo

Il fotodiodo è, ovviamente, sensibile a qualsiasi radiazione incida sulla sua superficie e che abbia lunghezza d'onda all'interno della sua curva di sensibilità. Dato che l'esperienza si fa normalmente a luce della stanza accesa, è possibile che venga misurato un segnale di fondo, o di *background*, non necessariamente trascurabile. La risposta del fotodiodo, infatti, prevede che esso sia sensibile [con un valore di $k(\lambda)$ fortemente dipendente dalla lunghezza d'onda λ e, per i fotodiodi al silicio, piccato intorno a 800 nm] in un vasto intervallo che copre praticamente tutto il visibile e si estende un po' verso l'infrarosso (nella pratica, da circa 400 nm a circa 1100 nm).

La stima del segnale di fondo può essere eseguita in maniera molto semplice spegnendo il laser e osservando la lettura della fotocorrente. Se questa è diversa da zero, allora vuol dire che c'è segnale di fondo. Di esso si può tenere conto in fase di analisi, aggiungendo alle funzioni di best-fit, tipicamente dipendenti dalla variabile angolare, un termine di offset, da lasciare come parametro libero di fit. In questo modo si suppone, ovviamente, che il *background* resti costante durante l'intera misura, affermazione in genere ragionevole. Per evitare il contributo del fondo possono essere attuate, negli esperimenti "seri", diverse strategie. Per esempio si possono utilizzare *filtri spettrali* da porre di fronte al fotodiodo in modo da tagliare le componenti di radiazione a lunghezza d'onda diversa da quella del laser, oppure si possono adottare tecniche di *detezione sincrona* applicando al laser una modulazione periodica in ampiezza e leggendo il segnale sincrono (in termini di frequenza e fase) con questa modulazione attraverso dispositivi lock-in.

II. MISURA CON UN POLAROID

La misura con un singolo polaroid ha un'interpretazione immediata. Usando una sorgente polarizzata linearmente, come il laser a diodo è con *buona approssimazione*, la trasmissione da parte di un singolo polaroid segue la cosiddetta *legge di Malus*. Infatti all'uscita del polaroid l'ampiezza dell'onda elettromagnetica è $\propto \cos\theta$, dove θ è l'angolo compreso tra direzione di polarizzazione (incidente) e asse ottico "non assorbente" del polaroid. Dato che l'intensità è proporzionale al quadrato dell'ampiezza, e che essa, come già affermato, è anche proporzionale alla lettura della fotocorrente I_{ph} , la legge modello è del tipo $I_{ph} \propto \cos^2\theta$.

Per tenere in conto dell'arbitrarietà dello zero angolare e del segnale di fondo, la funzione modello può essere

scritta come

$$I_{ph} = A \cos^2(\theta - \theta_0) + B, \quad (1)$$

dove A è un fattore di proporzionalità che dipende in modo complicato da tutti i fattori di proporzionalità che ci sono nella misura e anche dall'assorbimento residuo, cioè indipendente dall'angolo, del polaroid, θ_0 è la posizione angolare (misurata con il goniometro) dell'asse ottico "non assorbente" del polaroid, B è il segnale di fondo.

Poiché lo scopo dell'esperienza è, principalmente, quello di verificare se e fino a che punto la legge di Eq. 1 è in grado di descrivere le misure eseguite, occorre che esse siano raccolte su un intervallo angolare sufficientemente ampio. Infatti la funzione modello è periodica con periodo π , ed è consigliabile eseguire misure almeno in un periodo. Nelle mie misure ho spazzato l'intervallo $\theta = 90 - 250$ gradi in passi nominali da 5 gradi (33 misure).

La Fig. 1 riporta il risultato delle misure e quello del best-fit secondo la funzione modello (parametri liberi A , θ_0 , B). Per evitare grossolani errori, occorre ricordare che di default, in Python, gli angoli sono misurati in radianti, per cui è necessario *convertire i gradi in radianti*.

Come si vede, la funzione di fit descrive qualitativamente bene i dati, con un visibile disaccordo solo per alcuni valori angolari. Questo non deve stupire, visto che (i) i polaroid non sono perfetti, (ii) la polarizzazione del laser non è completamente lineare lungo una direzione, (iii) il montaggio dei polaroid non impedisce che essi possano essere "rigonfiati", con pregiudizio dell'ortogonalità tra la loro superficie e la direzione del fascio laser, (iv) la superficie dei polaroid presenta graffi e sporcizia, (v) la non-linearità della misura di fotocorrente citata prima potrebbe influire sull'andamento registrato. Osservate che, per lo specifico esempio qui preso in considerazione, l'angolo θ_0 e il range di variazione di θ sono tali da produrre un andamento che ha un "minimo" (per $\theta \approx 160$ degrees); se avessi spazzato un altro intervallo angolare, per esempio tra 160 e 340 gradi, avrei osservato un "massimo".

Come ultima osservazione notate che la misura eseguita in assenza dei polaroid corrispondeva a $I_{ph,max} \approx 210 \mu A$. Si vede come con un singolo polaroid la potenza trasmessa valga al massimo circa la metà del valore senza polaroid. Questo può essere ascritto alle caratteristiche del polaroid utilizzato, che evidentemente assorbe in maniera tutt'altro che trascurabile anche la radiazione polarizzata lungo la direzione che, invece, dovrebbe passare senza essere assorbita.

III. MISURA CON DUE POLAROID

La misura con due polaroid richiede di seguire una procedura al termine della quale il secondo polaroid si viene di fatto a trovare in una configurazione tale che l'angolo θ_2 tra il suo asse ottico e la direzione della polarizzazione del laser è $\theta_2 \simeq \pi/2$. Di conseguenza, come si può facilmente

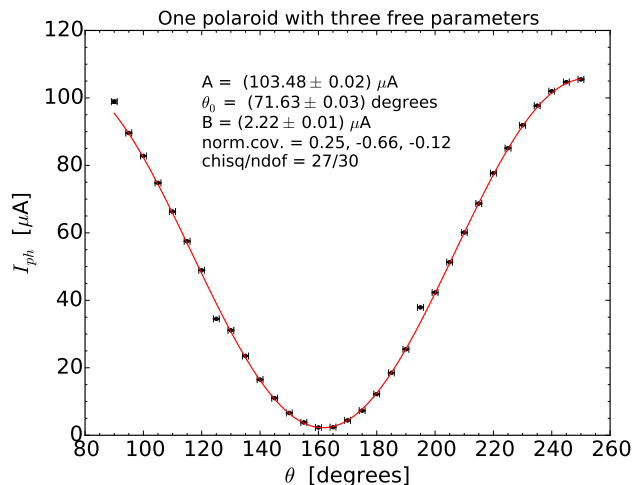


Figura 1. Misure nell'esperienza con un singolo polaroid. Il grafico riporta anche il best-fit secondo l'Eq. 1 e i risultati del best-fit stesso (le covarianze normalizzate sono, nell'ordine, quelle tra A e θ_0 , tra A e B , tra θ_0 e B ; l'opzione per il calcolo dell'errore sui parametri è `absolute_sigma = False`). Le misure di fotocorrente sono state tutte eseguite mantenendo, per scelta, la stessa portata dello strumento di misura, in modo da poter trascurare arbitrariamente l'incertezza di calibrazione.

dimostrare, l'intensità trasmessa dalla serie dei due polaroid dà luogo a un segnale $S \propto \sin^2(2\theta_1)$, con θ_1 posizione angolare letta dal goniometro del primo polaroid. Nella configurazione sperimentale attuale, il secondo polaroid è montato direttamente sul supporto del fotodiode, e non è dotato di goniometro. Occorre dunque prestare la massima cura nel suo allineamento, agendo con delicatezza in modo da evitare che la sua rotazione comporti una modifica della posizione del rivelatore. L'assenza di una scala graduata per la posizione angolare non comporta alcun problema pratico, dato che la procedura da impiegare prevede semplicemente di ruotare il polaroid 2 finché il segnale di fotocorrente letto dal microamperometro assume il suo valore minimo (che dovrebbe essere prossimo allo zero, a parte il background).

Tenendo conto come in precedenza dello zero angolare e del fondo, la funzione modello diventa

$$I_{ph} = A \sin^2[2(\theta_1 - \theta_0)] + B, \quad (2)$$

dove θ_1 è la posizione angolare del primo polaroid e gli altri simboli hanno lo stesso significato, ma naturalmente valori diversi, che in Eq. 1.

La Fig. 2 riporta il risultato di queste nuove misure, assieme al best-fit e ai suoi risultati. In questo caso, poiché la periodicità della funzione di Eq. 2 è $\pi/2$, mi sono limitato a spazzare l'intervallo 160 - 260 gradi, sempre in passi da 5 gradi nominali (21 misure). Notate che la scala della fotocorrente misurata è molto piccola in termini assoluti: di fatto, ho impiegato la scala di massima sensibilità del multimetro digitale (portata 20 μA). La

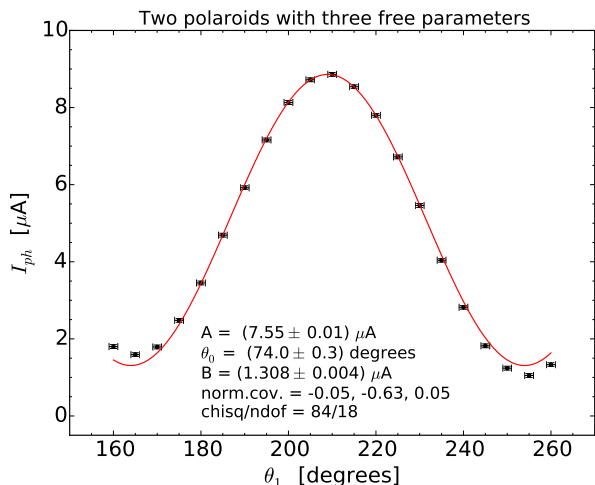


Figura 2. Misure nell'esperienza con due polaroid. Il grafico riporta anche il best-fit secondo l'Eq. 2 e i risultati del best-fit stesso (per l'interpretazione della covarianza normalizzata e altre informazioni vedi didascalia di Fig. 1).

riduzione della fotocorrente rispetto al caso precedente è conseguenza di due fattori: (i) l'assorbimento residuo dell'ulteriore polaroid; (ii) il fatto che il termine a moltiplicare la funzione trigonometrica in Eq. 2 vale, supponendo analoghe condizioni sperimentali e trascurando l'assorbimento residuo dell'ulteriore polaroid, $1/4$ dell'analogo termine in Eq. 1, come si può facilmente dimostrare.

Questa volta l'accordo con il best-fit è qualitativamente peggiore, probabilmente a causa della riduzione, in termini assoluti, dei valori di fotocorrente registrati e del relativo incremento della rilevanza del termine di background, per il quale l'approssimazione che sia costante durante la misura potrebbe non essere verosimile. Inoltre è anche possibile che l'incertezza nel posizionamento angolare del polaroid 2 attorno alla posizione che porta a un minimo di fotocorrente influisca nel modello in un modo che non è stato tenuto in conto per derivare Eq. 2.

IV. LAMINA RITARDANTE

Una parte dell'esperienza richiede di mantenere sostanzialmente invariata la configurazione rispetto alle misure con due polaroid, ma di sostituire il primo polaroid con

una *lamina ritardante*. Le lamine ritardanti sono dispositivi che sfruttano il fenomeno della *birifrangenza* per rendere ellittica (o circolare) una polarizzazione diretta linearmente che incida su di esse.

Il caso più eclatante e semplice da trattare riguarda le cosiddette *lamine a $\lambda/4$* . Se radiazione elettromagnetica polarizzata linearmente incide su queste lamine in modo tale che la direzione di polarizzazione sia a 45 gradi rispetto agli assi ottici (mutuamente ortogonali) della lamina, allora il passaggio della radiazione attraverso la lamina fa sì che le componenti nelle due direzioni cartesiane mutuamente ortogonali siano sfasate l'una rispetto all'altra di un multiplo dispari di $\pi/2$. Di conseguenza la radiazione che esce dalla lamina è in queste condizioni polarizzata circolarmente.

Le lamine disponibili in laboratorio non hanno le caratteristiche necessarie (di spessore ottico e sfasamento) per ottenere una polarizzazione perfettamente circolare. Tuttavia esse permettono di generare una polarizzazione ellittica, con caratteristiche che dipendono dalla loro orientazione rispetto alla direzione di polarizzazione incidente (questa orientazione dovrebbe comunque essere prossima a 45 gradi). L'esperienza richiede di verificare *qualitativamente* che la polarizzazione sia ellittica. Per farlo, potete ruotare il polaroid posto di fronte al fotodiodo, cioè quello indicato in precedenza come polaroid 2. Nel caso di polarizzazione ellittica dovrete osservare che il segnale di fotocorrente dipende dall'angolo θ_2 (per altro, non valutabile quantitativamente a causa dell'assenza di una scala graduata), ma che, qualsiasi sia l'angolo di rotazione, il segnale non si azzerava (al limite del background).

In linea di principio, anche il polaroid 1 usato prima modificava la direzione di polarizzazione, mantenendola però lineare. Infatti, come si vede bene dai dati di Fig. 2, esisteva la possibilità di annullare in maniera pressoché completa (cioè al limite del background) l'intensità trasmessa dalla serie dei due polaroid. Sostituendo il polaroid 1 con una lamina ritardante questa possibilità non si verifica più, dato che la polarizzazione ellittica, proiettata sulla direzione dell'asse ottico del polaroid 2, è sempre diversa da zero. Ovviamente nel caso di polarizzazione circolare l'intensità trasmessa dal polaroid 2, e dunque il segnale di fotocorrente, dovrebbe essere completamente indipendente dall'orientazione del polaroid 2 stesso, per cui una misura così congegnata potrebbe proprio rappresentare un check dell'ottenimento di polarizzazione circolare.