

Chapter 4

Il diagramma di HR e le caratteristiche fisiche delle stelle.

4.1 Misure di distanza; la parallasse.

Le considerazioni svolte nella parte finale del Cap.3 (ed in particolare l'esame della Fig. 3.5) confermano e chiariscono che l'utilizzazione delle osservazioni per l'interpretazione fisica dei processi di formazione ed evoluzione stellare deve passare attraverso la messa a punto di una rappresentazione bidimensionale che esprima da un lato la quantità di energia radiante emessa (e quindi L o la magnitudine M), dall'altro il suo colore (la temperatura superficiale con le sue diverse possibili definizioni, il tipo spettrale, $B-V$ ecc.). Mentre il colore della sorgente, seppur con gli errori dovuti all'arrossamento progressivamente crescente con la distanza degli astri, è un dato immediatamente desumibile dalle osservazioni, lo stesso non si può dire della luminosità. La quantità effettivamente misurabile, la **magnitudine apparente**, necessita di una stima della distanza per permettere di valutare la reale luminosità dell'astro. La misura delle distanze stellari è quindi preliminare ad ogni fondato tentativo di interpretazione astrofisica.

Per le stelle più vicine è possibile basare le misure di distanza sulla **parallasse**. Per parallasse si intende lo spostamento apparente che subisce un astro sulla sfera celeste rispetto a una direzione di riferimento, per effetto della mutata posizione dell'osservatore.

In generale, nella pratica, tale spostamento non viene misurato tanto in relazione ad un sistema fisso di coordinate, identificato sulla sfera celeste da un cerchio massimo e da un punto su di esso, quanto in relazione ad oggetti la cui distanza si suppone molto maggiore di quella dell'astro osservato, dimodoché il loro spostamento risulta trascurabile e la **parallasse relativa**, così misurata, coincide con buona accuratezza con quella assoluta.

Il tempo T intercorrente tra le due (o più) misure è ovviamente legato al movimento dell'osservatore di cui si trae profitto: in particolare si usano il moto di rotazione giornaliera dell'osservatore, solidale con la superficie, intorno all'asse terrestre ($T = 12$ ore al più; in tal caso si parla di **parallasse diurna**), ed il moto annuo di rivoluzione della Terra intorno al Sole ($T = 6$ mesi; **parallasse annua**). La Fig. 4.2 chiarisce il legame tra parallasse π e la distanza D , nel caso della parallasse diurna. Nel caso della parallasse annua basta sostituire il raggio dell'orbita giornaliera $r_T \cos \phi$ con il raggio dell'orbita terrestre (o, più precisamente, con il semiasse maggiore).

È evidente che, a parità di minima parallasse misurabile, il metodo delle parallasse annue

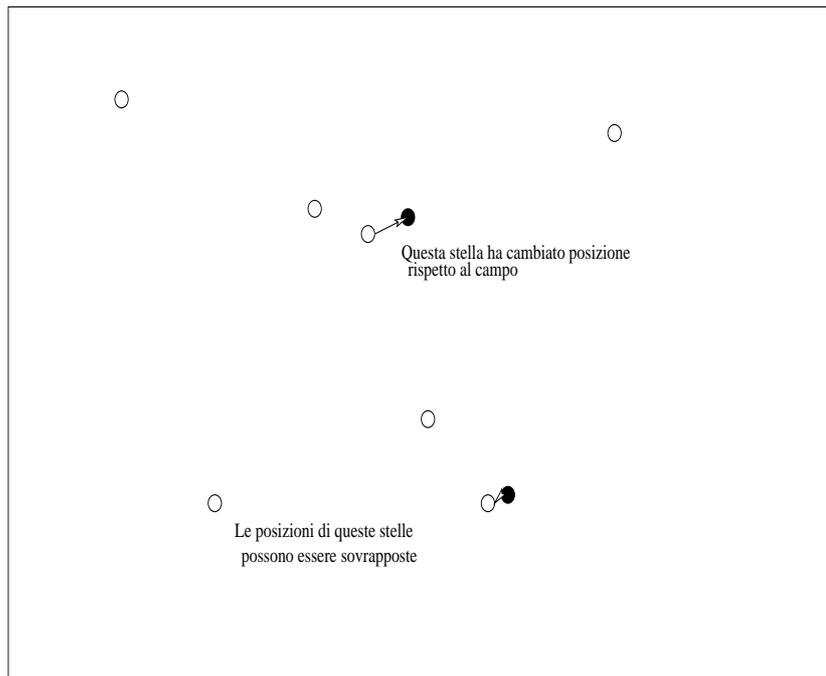


Figure 4.1: Parallassi relative. Nella figura vengono rappresentate due immagini dello stesso campo stellare riprese in due momenti diversi, separati da una differenza di tempo T ; la maggioranza delle stelle (cerchietti vuoti) vengono sovrapposte (entro il limite di risoluzione) sovrappo-
nendo le due immagini; per poche invece le due immagini hanno incontrovertibilmente cambiato
posizione (cerchietti vuoti + freccia verso i cerchietti pieni)

permette di spingersi a distanze molto maggiori; in effetti solo essa permette di valutare la
distanza di oggetti esterni al Sistema Solare, quali le altre stelle. Naturalmente se si possono
ripetere più osservazioni nell'arco di un anno, la stella sotto esame sarà vista disegnare sulla
sfera celeste un'ellisse, il cui semiasse maggiore equivale all'angolo che sottenderebbe, visto
dalla stella, il raggio dell'orbita terrestre (v.fig.4.3).

L'uso del metodo delle parallassi annue per la determinazione delle distanze stellari ha anche
comportato la scelta della classica unità di misura delle distanze stellari: il **parsec**, definito
come la distanza alla quale il semiasse maggiore dell'orbita terrestre sottende un angolo di un
secondo d'arco. La distanza delle stelle a noi più vicine è di qualche parsec: ciò ci chiarisce che
misure di parallassi stellari significative richiedono una precisione superiore al secondo d'arco).

In linea di principio il potere risolutivo di un telescopio dovrebbe essere dell'ordine di D/λ
dove D è il diametro del telescopio e λ la lunghezza d'onda della luce utilizzata. Per un
telescopio di $1m$ di diametro e per $\lambda = 5000\text{\AA} = 5 \cdot 10^{-7}m$ il potere risolutivo risultante sarebbe
di circa $0.1''$, migliorabile di oltre un ordine di grandezza con luce blu e telescopi di grosse
dimensioni. Tenendo conto che una stima di parallasse si ottiene mediante numerose misure
di posizione, tramite un *best-fit* dell'ellisse teorica con le osservazioni, sembrerebbe facilmente
raggiungibile una precisione anche superiore al millesimo di secondo d'arco. In realtà una simile
precisione è raggiungibile solo mediante misure effettuate dallo spazio. Per le osservazioni

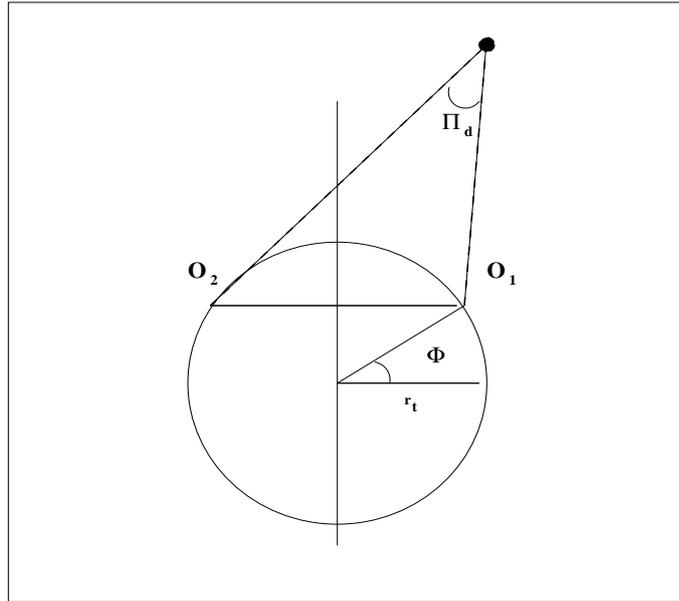


Figure 4.2: Parallasse diurna dell'astro S: $\pi_d \sim \frac{O_1 O_2}{r} = (2r_T \cos \phi)/r$, dove r è la distanza dell'astro.

da Terra, il limite è dato in effetti dal cosiddetto "seeing" atmosferico (conseguenza della microturbolenza presente nell'atmosfera) che rende le immagini stellari non più puntiformi e fisse ma scintillanti ed estese (con dimensioni di solito dell'ordine del secondo d'arco). Anche con sofisticate tecniche di elaborazione dati (quale la "speckle-interferometry") o con le *ottiche adattive* non è possibile eliminare completamente il rumore indotto dal seeing, e recuperare il potere risolutivo teorico. Questo fa sì che misure di posizione fatte dallo spazio anche con telescopi di non grandi dimensioni possano risultare nettamente più accurate (p.es. i cataloghi della missione "**Hipparcos**", e quelli che si spera di ottenere con la futura missione "**Gaia**").

Le stelle vicine non si limitano a descrivere delle ellissi, ma hanno anche un loro **moto proprio**, che si manifesta con uno spostamento progressivo rispetto ad un sistema fisso o rispetto a corpi celesti molto lontani, supposti fissi sulla sfera celeste. Il riconoscimento di stelle dotate di un moto proprio osservabile avviene mediante la sovrapposizione di immagini di campi stellari prese ad una adeguata distanza di tempo (tecnica del blinking, simile a quella usata per le parallasse relative). A differenza delle parallasse, in questo caso non c'è nessun legame con il moto della Terra e lo spostamento non è periodico ma aumenta regolarmente nel tempo (a meno che il moto proprio della stella non sia anch'esso, per qualche motivo, periodico).

Il moto proprio di una stella può essere utilizzato per stime di distanza, essendo inversamente proporzionale alla stessa, anche se questo presuppone, ovviamente, la conoscenza *a priori* della velocità relativa della stella rispetto al Sole (V).

Se si fa l'ipotesi che V sia la stessa per tutte le stelle vicine, e quindi uguale, a meno del segno, alla velocità del Sole rispetto all'ambiente "locale", è facile collegare moto proprio μ , parallasse π (in genere espressi ambedue in secondi d'arco) con la velocità $V_o \sin \lambda$ dove l'angolo λ è quello formato dalla direzione del moto solare con la congiungente stella-Sole:

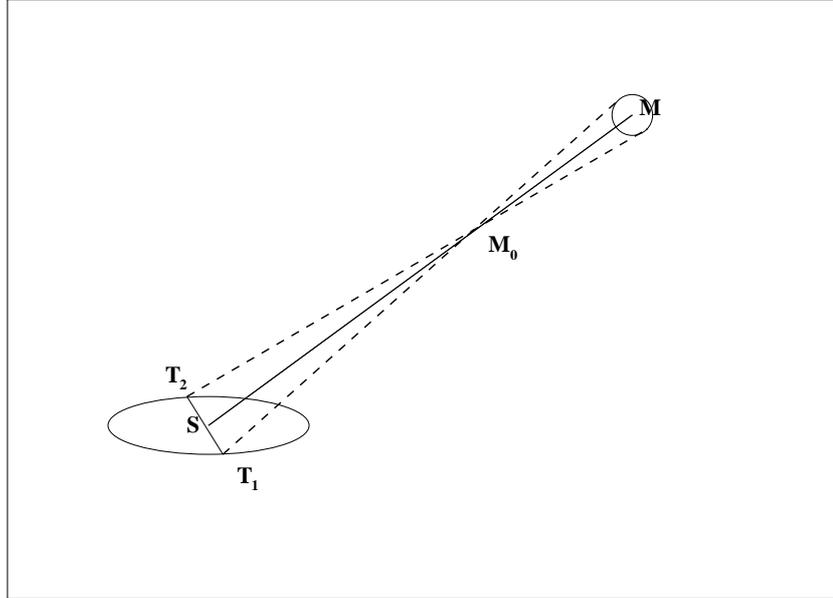


Figure 4.3: adattata da [6]; le posizioni dell'osservatore terrestre a distanza di sei mesi sono T_1 e T_2 ; $ST_1 = ST_2$ che sono uguali all'unità astronomica di distanza. M_0 è una stella vicina, fissa in posizione M sulla sfera celeste, mentre l'osservatore la vede descrivere un'ellisse di semiassse maggiore a e di semiassse minore $a \sin b$, dove b è la latitudine celeste di M , definita come l'angolo rispetto al piano dell'eclittica.

$$\mu = \frac{V_o \sin \lambda}{4.74} \pi \quad (V_o \text{ è in } km/s) \quad (4.1)$$

dove il fattore 4.74 è dovuto alla conversione fra unità di misura non omogenee ($u.a./anno$ e Km/s).

La quantità:

$$H = \frac{\pi V_o}{4.74} \quad (4.2)$$

prende il nome di **parallasse secolare**. La stima della distanza mediante le parallasse secolari si presenta più potente di quello delle parallasse usuali, essendo il moto proprio progressivo, e valendo inoltre V_o circa 4 volte 4.74. Purtroppo l'ipotesi di $V = cost = V_o$ è molto drastica, e si può applicare proficuamente a gruppi di stelle più che a singoli oggetti.

Per N stelle è così possibile definire la **parallasse media**:

$$\pi_{media} = \frac{4.74 \sum \mu}{V_o \langle \sin \lambda \rangle N} \quad (4.3)$$

Se le stelle fanno parte di una associazione *fisica* si può fare l'ipotesi che abbiano tutte la stessa velocità relativa al Sole; essa può essere scomposta in una componente radiale V_r osservabile mediante l'effetto Doppler ed in una trasversale legata al moto proprio; si potrà definire allora la **parallasse di gruppo** (v. Fig. 4.4):

$$\pi_{gr.} = \frac{4.74\mu}{V_r \tan \theta} \quad (4.4)$$

Analogo è il metodo delle **parallassi statistiche**, che si applica ad ammassi trattati come gas di stelle, con distribuzione di velocità isotropa. Il confronto fra le misure Doppler e quelle di moto proprio permette di stimare la distanza dell'ammasso, mediante un *best fit*.

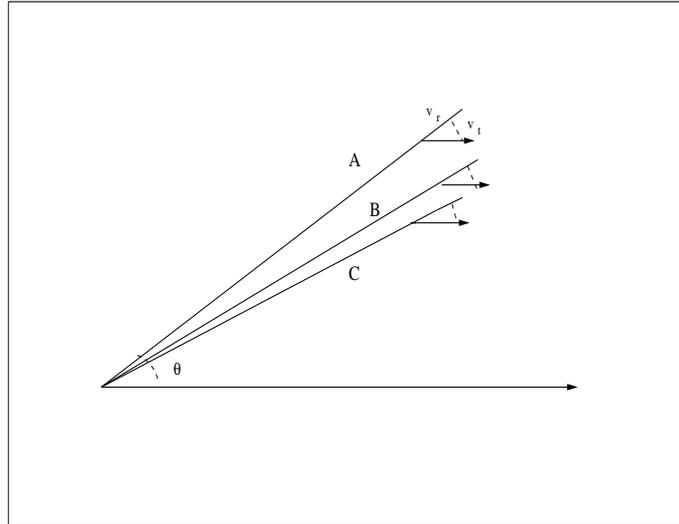


Figure 4.4: adattata da [6]; $A, B, C...$ appartengono allo stesso gruppo fisico e si muovono con velocità V scomponibile in una componente radiale V_r ed in una tangenziale V_t proporzionale al moto proprio.

Gli altri metodi di misura delle distanze usano delle informazioni che non abbiamo ancora dato, e non possono essere quindi considerati come “primari” (**parallassi spettroscopiche, variabili pulsanti**, ecc.).

Le scale di distanza così valutate permettono di ricostruire, almeno per le stelle più vicine, la magnitudine assoluta M ; dalla (3.10) si ricaverà però che (i logaritmi vanno messi in base e):

$$\Delta M_V \simeq 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} \quad (4.5)$$

L'errore sulla parallasse si riflette sull'errore in magnitudine con un fattore 2; le misure di distanza sono quindi abbastanza critiche.

Pur con tutte queste difficoltà, possiamo disegnare un diagramma $M_V/B - V$ (o $M_{bol}/$ tipo spettrale ecc.) per le stelle vicine.

La Figura mostra il **diagramma di Hertzsprung Russell** per le stelle vicine.

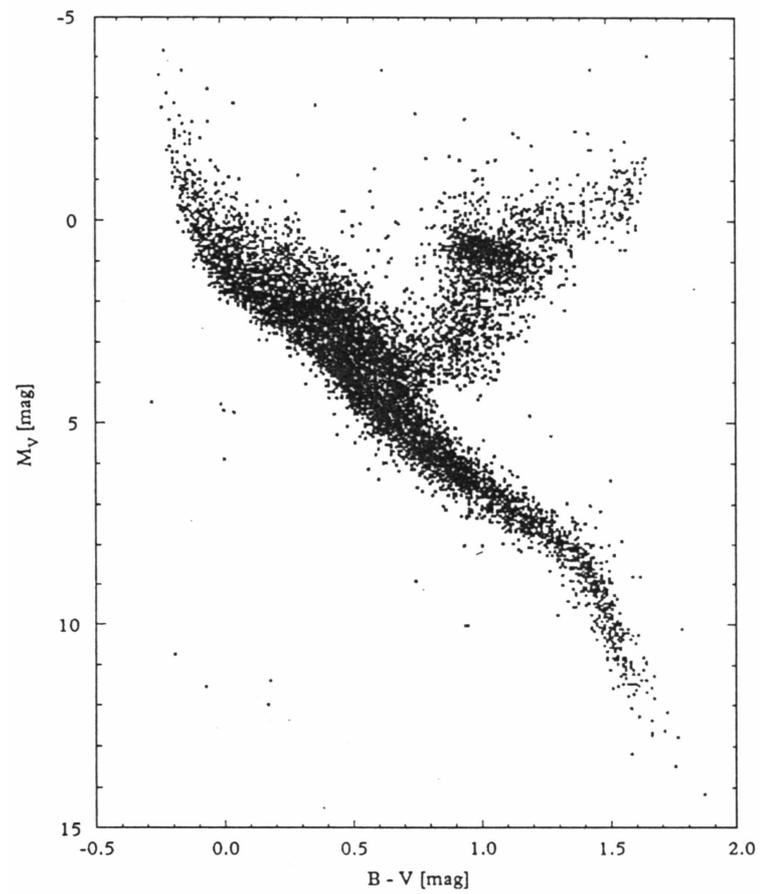


Figure 4.5: adattato da Kovalevsky J., 1998, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 36,99: magnitudini visuali in funzione del colore $B - V$ per 16630 stelle osservate con il satellite astrometrico Hipparcos. Cortesia S.Petroni

4.2 Interpretazione del diagramma HR; diagrammi di ammasso.

La figura 4.5 risulta interessante e identifica una struttura abbastanza ben definita: una sequenza uniparametrica netta anche se fortemente perturbata; la situazione è migliore di quanto non ci saremmo attesi, essendo le stelle vicine al Sole un coacervo di masse, composizioni chimiche ed età diverse.

Molto più facile si presenta però l'interpretazione del Diagramma HR se ci limitiamo, volta per volta, ad associazioni fisiche di stelle (ammassi aperti sul piano galattico, ammassi globulari in alone). I diagrammi di ammasso, infatti, dovrebbero contenere stelle tutte della stessa età e composizione, almeno nella misura in cui diamo come acquisito che negli ammassi le stelle si siano formate tutte all'incirca nello stesso periodo da una unica nube di materia interstellare.

In effetti le figure 4.6/4.8 confermano le nostre aspettative: le stelle si distribuiscono in una sequenza uniparametrica ben più netta.

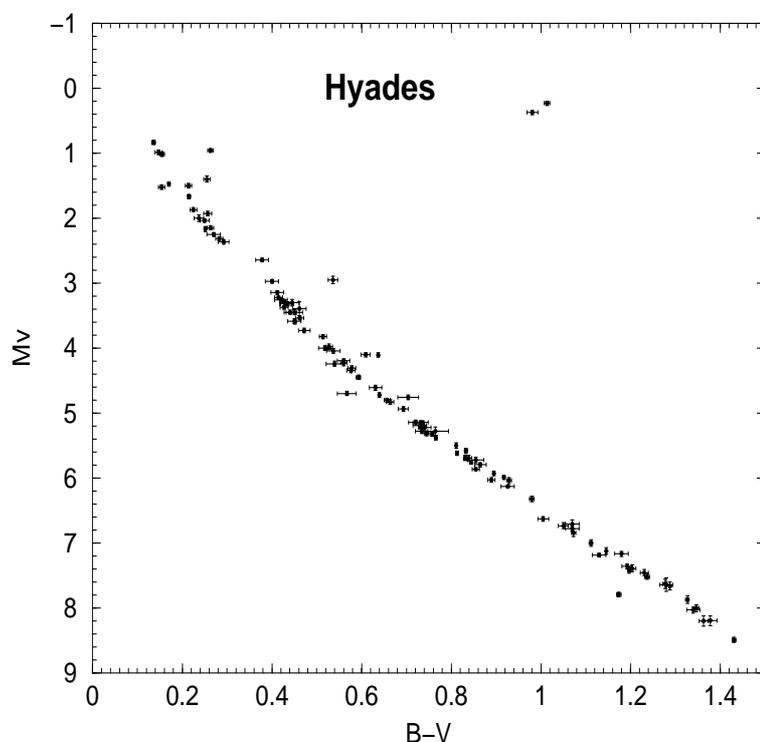


Figure 4.6: Iadi: diagramma colore magnitudine costruito usando i valori di parallasse di Madsen S., Dravins D., Lindegren L., 2002, A&A 381,446, ed i colori dalla pagina web del gruppo Hipparcos: <http://astro.estec.esa.nl/Hipparcos/HIPcataloguesearch.html>. La figura e' adattata da Castellani, Degl'Innocenti, Prada Moroni, Tordiglione, 2002, MNRAS 334, 193. Cortesia S. Degl'Innocenti

Poiché la struttura di una stella è univocamente definita da massa, composizione chimica iniziale ed età (come discuteremo meglio in seguito) le considerazioni sopra svolte ci inducono

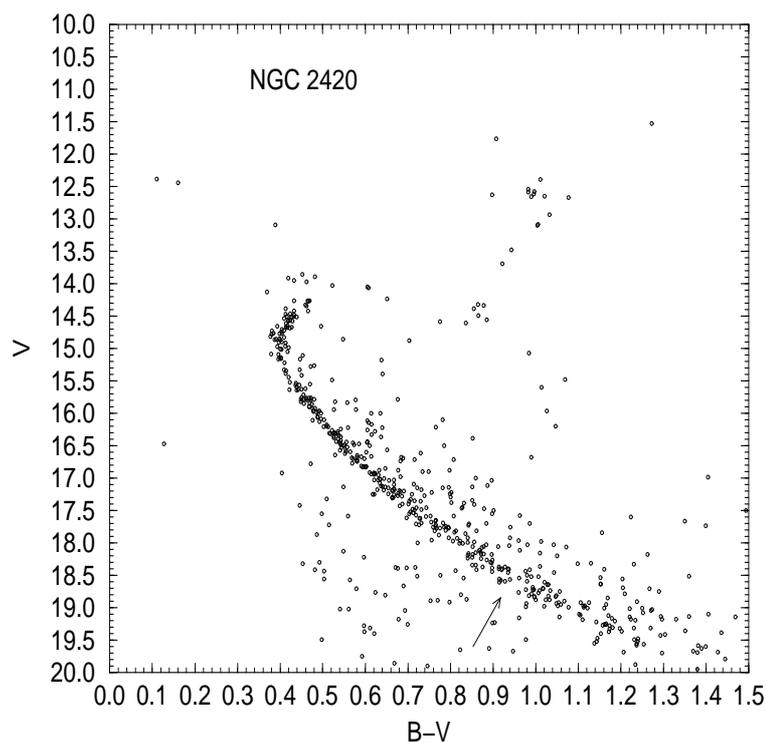


Figure 4.7: Diagramma di H-R per l'ammasso NGC2420, da Anthony-Twarog, B. J., Twarog, B. A., Kaluzny, J., Shara, M. M. 1990 AJ, 99, 1504

ad identificare i diagrammi di ammasso come sequenze di stelle di diversa **massa**. Anche se chiariremo ciò più oltre, è anche lecito aspettarci che le stelle più luminose siano anche quelle di maggiore massa.

L'interpretazione dei diagrammi HR dei vari ammassi diventa ancora più interessante se facciamo una ulteriore ipotesi: che, almeno in prima approssimazione, le varie linee (**sequenze principali**) che ci appaiono come approssimativamente parallele nel piano $m_V/B - V$, siano in effetti coincidenti sul piano $M_V/B - V$ (come vedremo questa ipotesi, che trascura tra l'altro possibili differenze di composizione chimica, non è sempre accettabile); ciò permette, tra l'altro, di stimare, a meno di una correzione, generalmente modesta, dovuta all'arrossamento interstellare, la distanza dell'ammasso.

Anche con questa normalizzazione, tuttavia, i vari diagrammi di ammasso presentano delle differenze; in particolare si trova, ad alta luminosità, una svolta verso destra della sequenza (**turn-off**) a colori diversi per i vari ammassi, e che ci sembra naturale interpretare come un fatto evolutivo. Ciò ci impone di classificare i vari diagrammi in una sequenza di $(B-V)_{turn-off}$ crescenti che, come vedremo in seguito, corrisponde fisicamente ad una **sequenza d'età**.

Due casi estremi di turn-off a $B - V$ molto piccolo (stelle al turn-off molto blu = ammasso molto giovane) o piuttosto grande (turn-off giallo = ammasso molto vecchio) sono mostrati nelle figure 4.6 e 4.8.

Gli ammassi globulari, collocati nell'alone galattico, hanno regolarmente dei diagrammi di HR simili a quello rappresentato nella figura 4.8; tali caratteristiche sono invece rare negli

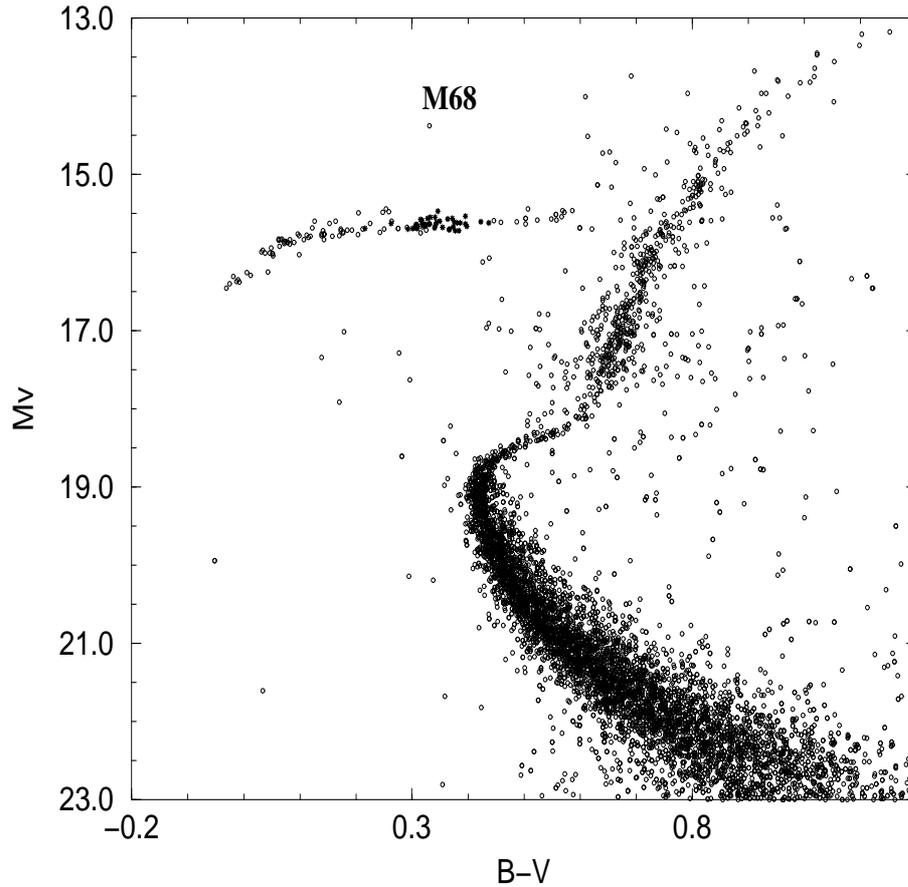


Figure 4.8: L'ammasso globulare M68: da Walker A.R., 1994, AJ 108, 555

ammassi aperti.

La valutazione delle distanze e gli ammassi globulari può essere fatta con il solito metodo di “normalizzare” le sequenze principali; vedremo più oltre che ciò introduce però un errore sistematico.

4.3 Passaggio a raggi e luminosità.

È possibile passare dalla rappresentazione delle stelle in diagrammi con in ordinata m_V o M_V , all'utilizzo della più fisica M_{bol} , o anche della luminosità L , ricordando che:

$$\log_{10} \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right) = \frac{1}{2.5} (M_{bol\odot} - M_{bol}) \quad (4.6)$$

dove $L_{\odot} = 3.845 \cdot 10^{33} \text{ erg/s}$.

Inoltre possiamo mettere in ascissa, invece di $B - V$ o del tipo spettrale, la temperatura efficace, definita nel Cap.3.

Il passaggio è possibile mediante l'analisi delle proprietà delle stelle meglio conosciute e anche con l'ausilio di modelli teorici.

Essendo:

$$\log_{10} \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right) = 4 \log_{10} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff\odot}} \right) + 2 \log_{10} \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right) \quad (4.7)$$

con $T_{eff\odot} = 5777^{\circ} K$ e $R_{\odot} = 6.96 \cdot 10^{10} cm$.

Possiamo rappresentare sul piano $\log L / \log T_{eff}$ i luoghi di raggio costante come delle rette trasversali (Fig. 4.9).

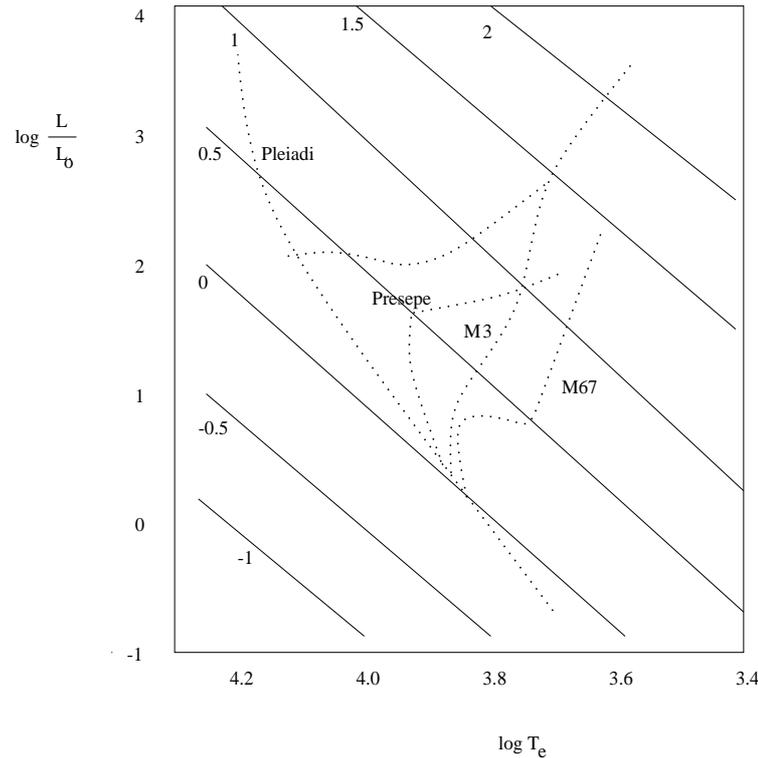


Figure 4.9: ad. da [7]; diagramma di HR ($\log L / \log T_e$) per diversi ammassi; le diagonali si riferiscono a luoghi di uguale raggio (i numeri danno $\log R / R_{\odot}$).

Si vede dalla figura, sulla quale sono rappresentati schematicamente i diagrammi di alcuni ammassi ($M3$ è un ammasso globulare, non dissimile da $M68$ di Fig. 4.8), che la sequenza principale comprende stelle di raggio non molto diverso da quello solare, anche se crescente con la massa, mentre le stelle a destra, oltre il *turn-off*, hanno raggi ben maggiori. Il diagramma di HR, in quest'ultima versione, permette evidentemente una più agevole interpretazione in termini delle caratteristiche fisiche fondamentali.

4.4 Subnane e nane bianche.

Nella zona in basso a sinistra del diagramma di HR si trovano due tipi di stelle di cui è opportuno discutere le caratteristiche: le cosiddette **subnane** e le **nane bianche**.

Le prime si presentano di non facile interpretazione: solo di poche si conosce la parallasse trigonometrica; i loro spettri sono caratterizzati da deboli righe di assorbimento, per cui è difficile darne una accurata classificazione spettrale e valutarne, di conseguenza, la temperatura efficace.

Pur con queste difficoltà, possiamo comunque affermare che le subnane si distribuiscono in una striscia parallela alla sequenza principale ma con una magnitudine maggiore di circa 1mag ; in termini di luminosità, per pari temperatura efficace, vale:

$$\log\left(\frac{L_{sn}}{L_{sp}}\right) = -0.4 \quad (4.8)$$

Come vedremo le differenze di caratteristiche spettrali e di luminosità sono entrambi attribuibili alla diversa composizione chimica; come vedremo ciò implicherà anche una ritardatura delle stime di distanza degli ammassi globulari la cui sequenza principale coincide con quella delle subnane e non con quella ordinaria delle stelle a noi più vicine.

L'interpretazione delle nane bianche presenta, in partenza, le stesse difficoltà: gli spettri ora hanno una natura alquanto peculiare; per l'alta densità superficiale le righe sono molto allargate (a volte fino a fondersi l'una con l'altra e a risultare inosservabili) nondimeno il quadro che si riesce a costruire permette di collocarle in una striscia di raggio quasi costante e dell'ordine di circa un centesimo di quello solare; ciò apre la via ad una interpretazione fisica delle nane bianche come oggetti estremamente densi, appartenenti alle fasi finali dell'evoluzione stellare (si veda il Cap.1 per la discussione delle loro proprietà fisiche).

4.5 Masse e raggi.

Il problema della determinazione diretta dei raggi e delle masse stellari è molto complesso. La massa di una stella può essere misurata solo mediante effetti gravitazionali, come, per esempio, il **red shift** della radiazione emessa; tale effetto risulta però, per la gran parte delle stelle, troppo piccolo per essere osservato.

Fa caso a sè, ovviamente, il Sole.

Per il Sole si ha:

$$\frac{GM_{\odot}}{d_{T\odot}^2} = \frac{v_T^2}{d_{T\odot}} \quad (4.9)$$

(T indica, ovviamente, Terra), dove $d_{T\odot} = 1\text{u.a.} = 1.496 \cdot 10^{13}\text{cm}$, $v_T = 2.978 \cdot 10^6\text{cm/s}$ (in media su un anno) e M_{\odot} risulta quindi:

$$M_{\odot} = \frac{v_T^2 d_{T\odot}}{G} = 1.99 \cdot 10^{33}\text{g}$$

Per il raggio, essendo il raggio apparente del Sole (un angolo): $\rho_{\odot} = 15'59''63$ si ottiene:

$$R_{\odot} \simeq 6.96 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

Favorevole si presenta anche la situazione per le stelle doppie, in cui gli effetti gravitazionali di un corpo sono osservabili sull'altro.

Naturalmente, se le due stelle sono molto vicine, ogni tentativo di interpretazione evolutiva deve tener conto la possibile incidenza di **scambi di massa**. A parte il Sole le stelle doppie sono praticamente l'unica fonte di dati diretti sui raggi, cui si aggiungono pochi casi di misure dirette effettuate mediante tecniche interferometriche (*interferometro di Hanbury-Brown*).

4.6 Le stelle doppie.

Le stelle doppie sono, per vari motivi, uno dei campioni osservativi più interessanti dell'astrofisica stellare.

In generale circa metà delle stelle fanno parte di un sistema di due o più oggetti legati dalla mutua gravitazione. I più frequenti sistemi multipli sono quelli doppi (o binari), formati da due stelle orbitanti l'una intorno all'altra. Nei sistemi di maggiore molteplicità sono anche frequenti sottosistemi a due corpi, il cui moto relativo è solo modestamente perturbato dalle altre masse presenti; questo è ovviamente anche il caso dei sistemi binari all'interno di ammassi o associazioni stellari.

Le stelle doppie sono caratterizzate da una grande escursione di caratteristiche fisiche; a parte le proprietà delle singole componenti, che sono quelle proprie di ogni stella, sono proprietà tipiche del sistema la somma delle masse (che determina le leggi del moto orbitale), il rapporto delle masse (che è ovviamente legato anche alla luminosità delle due componenti), e il periodo (o la separazione) orbitale. A seconda di queste proprietà le stelle doppie possono essere più o meno facilmente osservabili, con diverse tecniche e modalità di osservazione. Le modalità di osservazione determinano tre grandi campioni, che prendono il nome di binarie visuali, di binarie spettroscopiche e di binarie fotometriche o ad eclisse.

Le **binarie visuali** sono quelle che vengono risolte come tali dall'osservatore a terra (o dallo spazio). La risoluzione delle due componenti richiede soprattutto una discreta separazione angolare, non troppo inferiore ad un secondo d'arco (per le osservazioni fatte da Terra; per le osservazioni dallo spazio il potere risolutivo non è limitato dalla turbolenza atmosferica ma dalle dimensioni del telescopio; è possibile così guadagnare anche un paio di ordini di grandezza). Queste richieste sulla separazione fanno sì che le binarie visuali siano tipicamente sistemi a lungo periodo (= grande separazione) e non troppo distanti; per esempio un sistema a $100pc$ ha una separazione di $1''$ d'arco se la sua separazione è di $100u.a.$, il che, se le masse non sono troppo diverse da quella del Sole, implica un periodo orbitale di alcune centinaia d'anni. Ovviamente se il periodo è troppo lungo si ha una ulteriore difficoltà osservativa (il moto relativo delle due stelle non è osservabile neppure a distanza di qualche anno). Si capisce quindi come nel campione delle binarie visuali abbondino sistemi vicini e di periodo lungo ma non lunghissimo (diversi anni); inoltre la risoluzione e la separazione delle componenti è facilitata da un ragionevole equilibrio nelle luminosità (è difficile vedere un sistema con due componenti delle quali una molto più luminosa); le binarie gemelle sono quindi molto frequenti tra le visuali.

Per cataloghi recenti delle binarie visuali si vedano per esempio: Catalogue of the Components of Double, Multiple stars (CCDM) first edition [Dommanget J., Nys O., Comm. Obs. R. Belgique, Ser. A, N. 115 (1994); <http://cdsweb.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?I/211>] oppure The visual double stars observed by the Hipparcos satellite [Dommanget J., Nys O., Astron. Astrophys. 363, 991 (2000); <http://cdsweb.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?I/260>].

Le **binarie spettroscopiche** vengono scoperte mediante la variazione periodica delle velocità radiali, misurate con l'effetto Doppler. L'osservabilità richiede oggetti non troppo deboli in modo da poterne prendere uno spettro di media dispersione (v.Cap.3), e una componente periodica nelle velocità radiali almeno di qualche chilometro al secondo; questo implica periodi non troppo lunghi; un periodo di cento anni, sempre con masse di tipo solare, implica velocità di pochi chilometri al secondo, non facili da osservare con sufficiente accuratezza, mentre un periodo dell'ordine di un anno (o meno) corrisponde a velocità quasi un ordine di grandezza più alte, ben visibili. A seconda del rapporto di luminosità sono riconoscibili, nell'osservazione, uno solo o ambedue gli spettri delle componenti; ovviamente il secondo caso è più frequente per sistemi binari formati da componenti molto simili.

Un catalogo delle binarie spettroscopiche è l'Eighth catalogue of the orbital elements of spectroscopic binary systems. [Batten A.H., Fletcher J.M., MacCarthy D.G., Publ. Dominion Astrophys. Obs. 17 (1989); <http://cdsweb.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?V/64>] anche se dati più generali sulle velocità radiali possono essere per esempio trovati nel Bibliographic catalogue of stellar radial velocities, 1991-1998 [Malaroda S., Levato H., Galliani S.; Complejo Astronomico El Leoncito (CASLEO), San Juan, Argentina (2001); <http://cdsweb.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?III/216>].

Le **binarie ad eclisse** vengono invece osservate con tecniche fotometriche; condizione necessaria per la scoperta di un sistema binario con questa tecnica è la presenza dell'eclisse (parziale o totale) tra le due componenti.

L'eclisse viene osservata da terra solo se il piano dell'orbita non forma un angolo troppo grande con la linea di vista; il valore massimo consentito dipende ovviamente dal rapporto fra dimensioni degli astri e loro separazione.

Ne consegue che le binarie ad eclisse non avranno in genere periodi troppo grandi; tra quelle a grande periodo saranno ovviamente frequenti le stelle giganti. Grosso modo un periodo di un anno, fra due Soli, permette una eclisse visibile solo se il piano dell'orbita e la linea di vista formano un angolo minore di circa un grado (quindi la probabilità di osservazione è assai piccola); inoltre, se l'orbita ha periodo troppo lungo, anche la durata dell'eclisse diventa piccola rispetto al periodo orbitale, rendendo così ancora più improbabile la scoperta. In conclusione: le binarie ad eclisse più facili da osservare hanno una separazione corrispondente a pochi raggi stellari il che, almeno per stelle non giganti, corrisponde a periodi molto brevi (uno o pochi giorni); a parte questa limitazione, che è peraltro di tipo statistico, le binarie ad eclisse sono le più facili da scoprire ed osservare, con la loro tipica "curva di luce" (luminosità in funzione del tempo).

Le binarie ad eclisse sono catalogate nell'ambito di più generali cataloghi di stelle variabili, quali: The Combined General Catalogue of Variable Stars, 4.1 Edition. [General Catalogue of

Variable Stars 4th Edition, Volumes I-III, Kholopov P.N., Samus N.N., Frolov M.S., Goranskij V.P., Gorynya N.A., Karitskaya E.A., Kazarovets E.V., Kireeva N.N., Kukarkina N.P., Kurochkin N.E., Medvedeva G.I., Pastukhova E.N., Perova N.B., Rastorguev A.S., Shugarov S.Yu.; General Catalogue of Variable Stars Volume IV, 4th ed. The cross-identification tables. Kholopov P.N., Samus N.N., Durlevich O.V., Kazarovets E.V., Kireeva N.N., Tsvetkova T.M.; Institute of Astronomy of Russian Academy of Sciences and Sternberg State Astronomical Institute of the Moscow State University, Nauka, Moscow, (1990); General Catalogue of Variable Stars, 4rd ed., vol.V. Extragalactic Variable Stars Artiukhina N.M., Durlevich O.V., Frolov M.S., Goranskij V.P., Gorynya N.A., Karitskaya E.A., Kazarovets E.V., Kholopov P.N., Kireeva N.N., Kurochkin N.E., Lipunova N.A., Medvedeva G.I., Pastukhova E.N., Samus N.N., Tsvetkova T.M.; "Kosmosinform", Moscow, (1995); New Catalogue of Suspected Variable Stars, Kukarkin B.V., Kholopov P.N., Artiukhina N.M., Fedorovich V.P., Frolov M.S., Goranskij V.P., Gorynya N.A., Karitskaya E.A., Kireeva N.N., Kukarkina N.P., Kurochkin N.E., Medvedeva G.I., Perova N.B., Ponomareva G.A., Samus N.N., Shugarov S.Yu.; <http://cdsweb.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?II/214A>].

4.7 Le stelle doppie per la determinazione di masse e raggi.

a) Le binarie visuali.

La terza legge di Keplero può essere scritta nella forma:

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} \quad (4.10)$$

dove M_1 ed M_2 sono le masse delle due componenti, a e P sono semiasse e periodo dell'orbita. Prendendo come unità di misura l'unità astronomica ($u.a.$, definita in precedenza), l'anno e la massa solare, si ottiene, in termini della parallasse π e dell'apertura angolare del semiasse maggiore, misurata in secondi d'arco, a'' :

$$M_1 + M_2 = \frac{1}{P^2} \left(\frac{a''}{\pi} \right)^3 \quad (4.11)$$

Nota la parallasse, osservati a'' e P , è facile ricavare la somma delle masse; mediante l'analisi del moto delle due componenti relativamente al centro di massa, essendo:

$$\frac{M_1}{a_2} = \frac{M_2}{a_1} \quad (4.12)$$

dove a_1 e a_2 sono due semiassi dell'orbita delle due componenti, si ricavano infine M_1 e M_2 . La ricostruzione dell'orbita richiede ovviamente l'analisi del moto proprio delle due componenti e la sottrazione del moto del centro di massa (cfr.fig. 4.10).

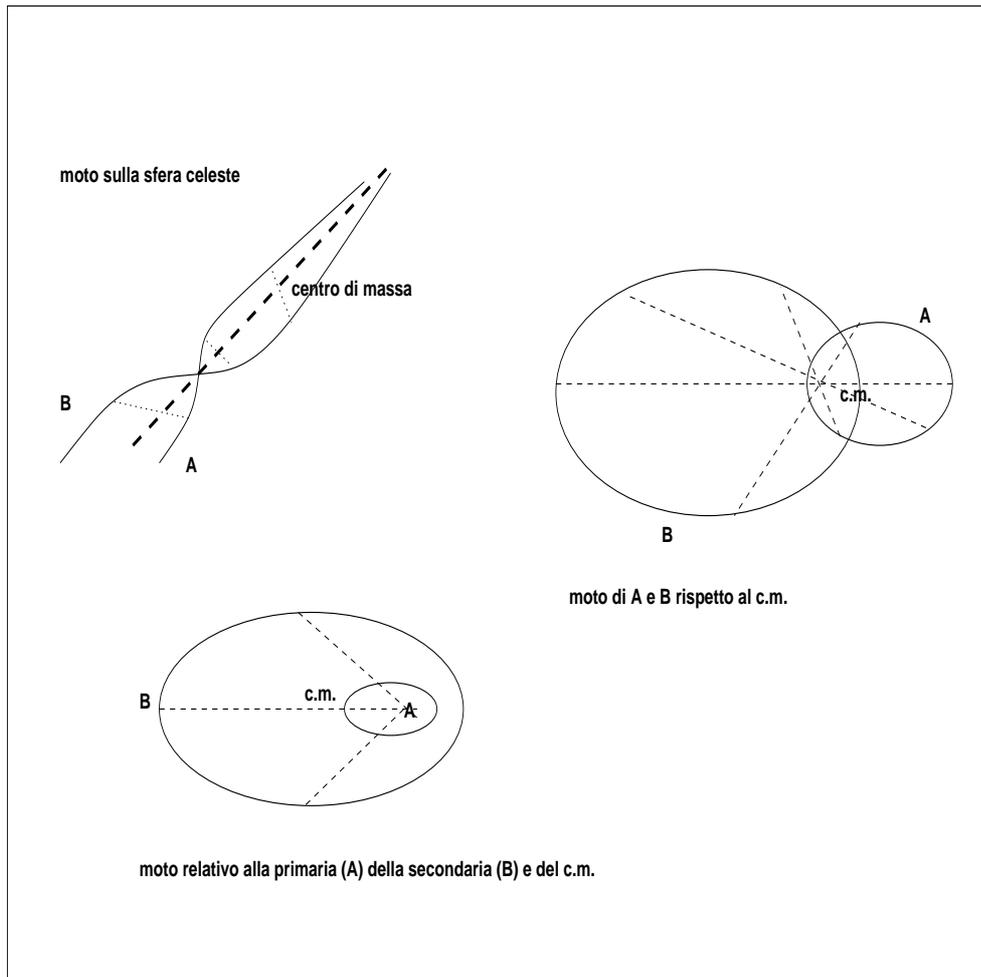


Figure 4.10: ad. da [8]; moto delle componenti di una binaria visuale rispetto alle stelle fisse di campo; la retta tratteggiata lunga corrisponde al moto del centro di massa; orbite dello stesso sistema, intorno alla primaria A (della secondaria B e del c.m.; a sinistra) ed al centro di massa (a destra)

b) Binarie spettroscopiche.

La terza legge di Keplero (eq.4.10) può essere applicata anche a una binaria spettroscopica; moltiplicando ambo i membri per il cubo del $\sin i$ (i è l'inclinazione dell'orbita) si ottiene:

$$(M_1 + M_2) \sin^3 i = \frac{4\pi^2 a^3 \sin^3 i}{GP^2} \quad (4.13)$$

Se la binaria presenta entrambi gli spettri visibili, è possibile calcolare dalle velocità radiali $a_1 \sin i$ e $a_2 \sin i$, e di conseguenza anche $(M_1 + M_2) \sin^3 i$ inoltre

$$\frac{a_1 \sin i}{a_2 \sin i} = \frac{M_2}{M_1}$$

e si ottengono quindi:

$$M_1 \sin^3 i; \quad M_2 \sin^3 i \quad (4.14)$$

Se, invece, è visibile soltanto uno spettro, possiamo seguire il seguente ragionamento:

$$a = a_1 + a_2 = a_1(1 + a_2/a_1) = a_1(1 + M_1/M_2) = a_1(M_2 + M_1)/M_2$$

e quindi:

$$a^3 \sin^3 i = a_1^3 \sin^3 i \left(\frac{M_2 + M_1}{M_2} \right)^3$$

Si può quindi calcolare la funzione delle masse:

$$(M_1 + M_2) \sin^3 i \frac{M_2^3}{(M_1 + M_2)^3} = \frac{4\pi^2}{GP^2} a_1^3 \sin^3 i \quad (4.15)$$

ossia

$$f(M_1, M_2) = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2} \quad (4.16)$$

Se il sistema è anche fotometrico (si ha cioè una eclissi del sistema quando una delle due componenti transita davanti all'altra) è possibile valutare l'inclinazione e quindi risalire alle masse; altrimenti, ponendo $i = \pi/2$ si ha una limitazione inferiore alle stesse.

c) Binarie ad eclisse (o fotometriche).

Per un sistema fotometrico, l'analisi della curva di luce ci permette anche di calcolare i raggi delle due componenti (Fig. 4.11).

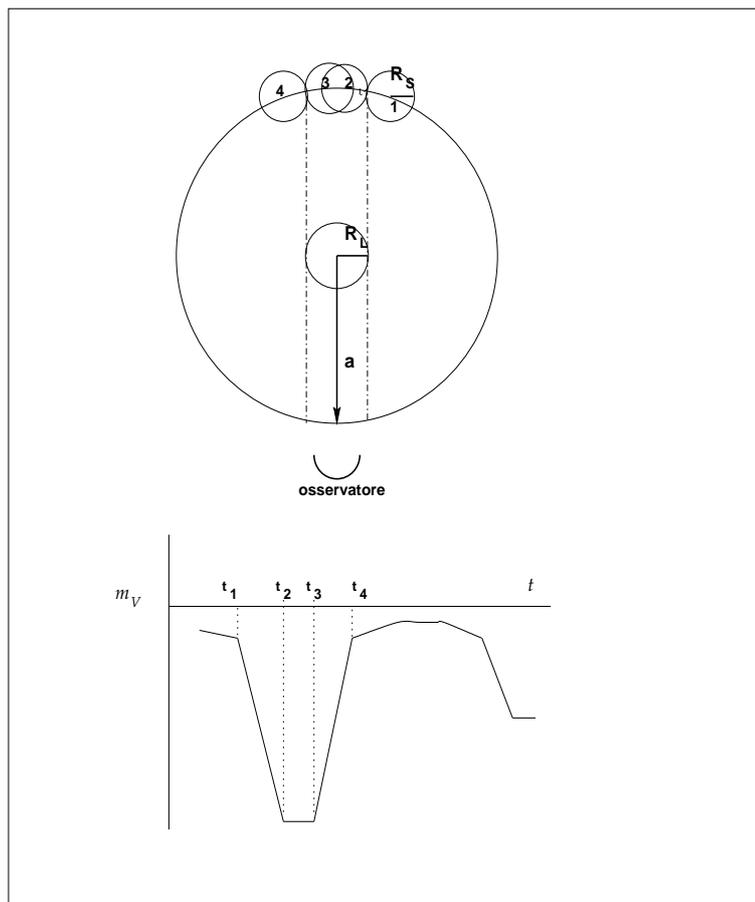


Figure 4.11: adattata da [8]; sistema binario ad eclisse. Sopra: rappresentazione in scala delle stelle e dell'orbita; sotto: curva di luce.

Dalla Fig. 4.11 risulta immediatamente che:

$$\frac{t_4 - t_1}{P} = \frac{2(R_L + R_S)}{2\pi a} \quad (4.17)$$

$$\frac{t_3 - t_2}{P} = \frac{2(R_L - R_S)}{2\pi a} \quad (4.18)$$

e ciò permette di calcolare R_L/a e R_S/a ed anche R_L ed R_S , essendo a dato dalla terza legge di Keplero, note le masse ed il periodo.

Le misure compiute con questi metodi permettono di rappresentare una relazione massa-raggio (crescente, come già confermato nel diagramma di HR; tipicamente $R \propto M^{1/2}$) e la importantissima relazione massa-luminosità.

L'andamento della relazione massa-luminosità può essere approssimato con una doppia legge di potenza:

$$\begin{aligned} L &\propto M^4 && \text{per } M < 0.8M_{\odot} \\ L &\propto M^3 && \text{per } M > 0.8M_{\odot} \end{aligned} \quad (4.19)$$

L'andamento sopra citato vale ovviamente per stelle di sequenza principale; per le stelle fuori dalla sequenza principale la situazione è più articolata.

Chapter 5

Composizione chimica e popolazioni stellari.

5.1 Popolazioni.

La struttura di una stella è determinata in primo luogo dalla sua massa e dalla sua età. Sarebbe utile per confermare le teorie evolutive poter misurare l'età di una stella prescindendo dall'analisi teorica e dai modelli, ma questo è possibile, in prima istanza, solo per il Sole, cui possiamo attribuire, ragionevolmente, un'età simile a quella della Terra, che indicazioni geologiche ci fanno stimare in circa 4.5 miliardi di anni.

Anche se non possiamo classificare direttamente le stelle per età, possiamo classificarle in **popolazioni** diverse, che non sono altro, come vedremo, che diverse generazioni. Per far ciò possiamo fare uso di tre fondamentali criteri:

1. le caratteristiche delle stelle più brillanti in ciascun sistema;
2. il comportamento cinematico dei gruppi di stelle;
3. le peculiarità spettroscopiche.

5.1.1 Il colore delle stelle più luminose di un ammasso stellare.

In gran parte degli ammassi galattici le stelle più luminose sono blu, ma negli ammassi globulari sono giganti rosse; la stessa differenza si rivela, in grande, fra le galassie ellittiche, in cui le stelle più luminose sono rosse, e le galassie spirali o irregolari, più o meno ricche di luminose stelle blu. Il contrasto nel colore corrisponde ad una differenza d'età. Per le supergiganti blu abbiamo due indizi osservativi a favore della giovane età: il fatto che si trovano immerse o vicine a nubi interstellari, da cui sembrano essere state originate; l'espansione di alcuni ammassi e associazioni vicine contenenti supergiganti blu permette una ricostruzione all'indietro nel tempo del loro moto che limita superiormente la loro età a valori dell'ordine dei cento milioni di anni, 50 volte meno del Sole (fig.5.1).

D'altro canto, anche se non possiamo stimare direttamente l'età delle giganti rosse negli ammassi globulari e nelle galassie ellittiche, è significativo il fatto che sia gli ammassi globulari sia le galassie ellittiche appaiono completamente privi di gas interstellare e di polvere (il che

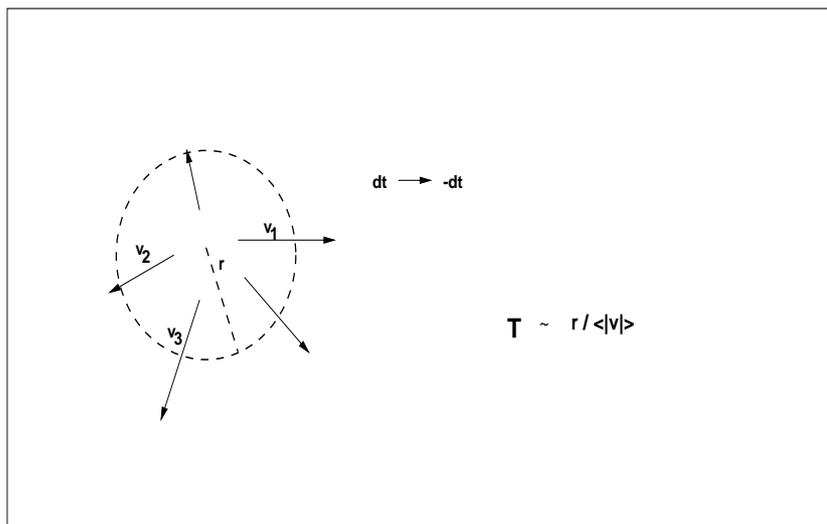


Figure 5.1: L'età di un ammasso in espansione può essere stimata in eccesso calcolando il tempo che avrebbe impiegato ad espandersi, a velocità costante, partendo da dimensioni puntiformi.

è segno di evoluzione); inoltre, da un punto di vista teorico, gli ammassi globulari sembrano essere sistemi dinamici di lunga vita.

5.1.2 Comportamento cinematico.

La distribuzione della velocità delle stelle vicine presenta una netta bimodalità: è possibile così separare le *stelle ad alta velocità* caratterizzate da una velocità relativa, sul piano galattico, superiore a circa 60km/h e le *stelle a bassa velocità* (ovviamente le altre). Le stelle ad alta velocità comprendono numerose giganti rosse, ed il loro diagramma di HR ricorda abbastanza quello degli ammassi globulari. Le stelle a bassa velocità comprendono invece tutte le O e B e producono un diagramma di HR simile a quello degli ammassi galattici. Questi ultimi, d'altro canto, presentano in media un moto d'insieme caratterizzato da una moderata velocità, a differenza degli ammassi globulari.

Altre coincidenze significative: le nubi interstellari hanno bassa velocità; le subnane hanno alta velocità. La prima ci conferma che le stelle O e B sono state originate in tempi recenti da nubi cosmiche, la seconda ci costringe a sospettare che le sequenze degli ammassi globulari debbano essere confrontate, per una opportuna taratura, con le subnane e non con le nane ordinarie. Ne consegue che la scala di distanza degli ammassi globulari (derivata dal confronto magnitudini apparenti–magnitudini bolometriche assolute) deve essere rivista (gli ammassi globulari risultano meno distanti di quanto non si fosse stimato in precedenza per un fattore dell'ordine di 1.5) (fig. 5.2).

L'analisi dinamica delle stelle permette poi di identificare, tra gli estremi, popolazioni intermedie. L'alta velocità sul piano galattico è di norma collegata anche ad alte velocità perpendicolari allo stesso, e quindi ad una distribuzione spaziale non piatta ma sempre più sferica. Un semplice argomento geometrico permette di spiegare quanto sopra detto e anche di capire perchè le stelle ad alta velocità hanno tipicamente un moto *retrogrado* sul piano galattico (fig.5.3).

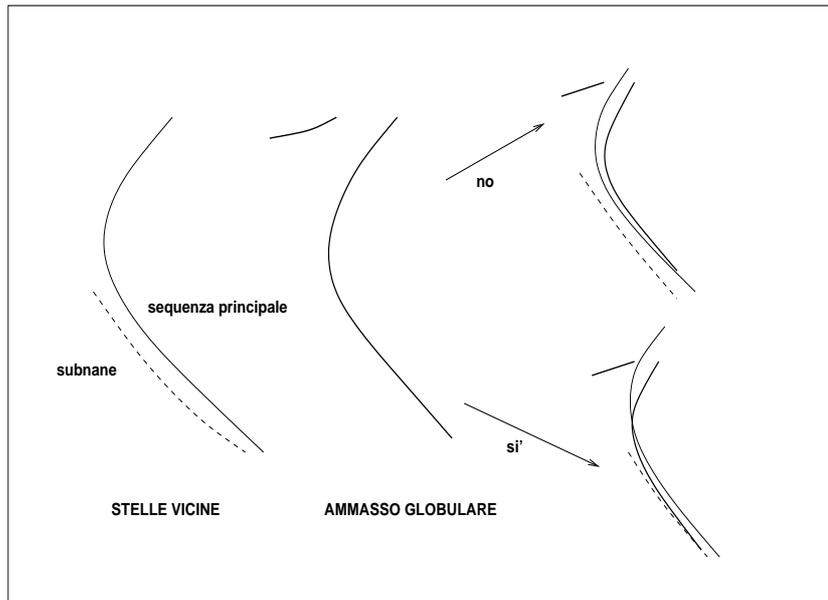


Figure 5.2: Ritaratura del diagramma di HR degli ammassi globulari.

In tempi recenti gli studi relativi ai moti delle stelle hanno progressivamente coinvolto buona parte della Galassia. Sono state studiate le velocità di molte stelle, rispetto alle stelle vicine e rispetto al nucleo galattico; solo in pochissimi casi esse sono superiori ad alcune centinaia di chilometri al secondo. Il quadro complessivo che ne emerge conferma le idee generali qui sintetizzate.

É anche possibile, tenendo conto della maggiore età che caratterizza gli ammassi globulari, tentare una interpretazione evolutiva, in termini della progressiva trasformazione della galassia da una struttura quasi sferica ad un disco relativamente sottile accompagnato da un rarefatto alone, in cui restano appunto gli ammassi globulari (fig.5.4)

5.1.3 Differenze spettroscopiche.

L'analisi spettroscopica permette l'identificazione di diversi sottotipi delle popolazioni principali: all'interno della **POPOLAZIONE I** (quella cui appartiene il Sole, e che corrisponde al disco galattico) le stelle con righe "forti" (più lente) e quelle con righe "deboli" (più veloci), e altrettanto per la **POPOLAZIONE II** (stelle ad alta velocità ed ammassi globulari). E' anche possibile scoprire come le subnane veloci e le giganti rosse degli ammassi globulari siano caratterizzate da righe metalliche molto deboli.

In definitiva le analisi condotte con i vari metodi permettono di costruire uno schema sufficientemente articolato di popolazioni stellari, quale quello qui riportato in tabella 3.1 (organizzato come in [9] ma aggiornato secondo [10]). Naturalmente anche uno schema simile non pretende di identificare delle vere e proprie "generazioni stellari" rigidamente distinte, ma vuole suggerire la progressiva variazione delle caratteristiche fisiche e dinamiche delle stelle appartenenti a gruppi diversi o, come risulterà sempre più chiaro nel seguito del discorso, formatesi in epoche differenti.

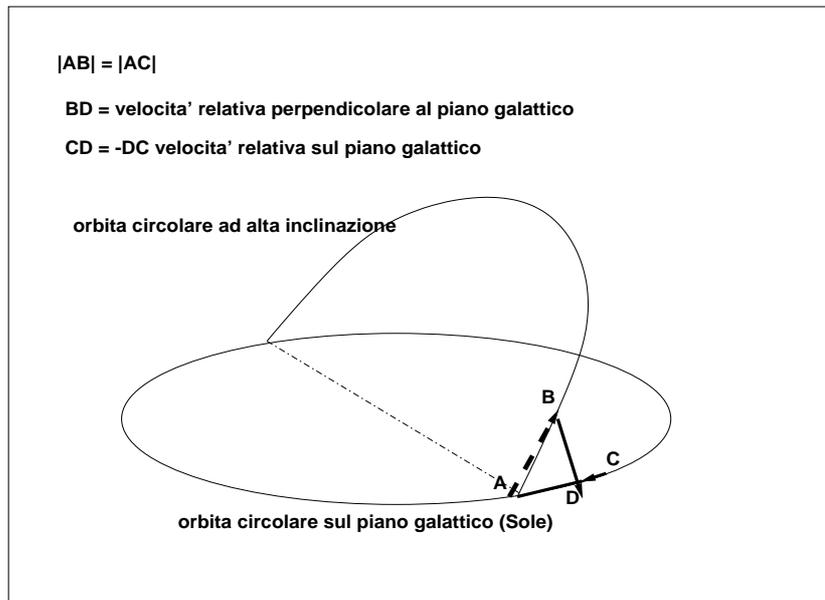


Figure 5.3: Velocità relative tra due corpi in orbita circolare, una sul piano galattico e l'altra fortemente inclinata

Nella tabella 5.1 poniamo:

$V =$ velocità media perpendicolare al piano galattico (in Km/s);

$d =$ distanza media dal piano galattico (in *parsecs*);

$Z/Z_{\odot} =$ abbondanza in massa degli elementi *pesanti* (numero atomico maggiore di 2) v.seguito;

$\tau =$ età (in unità dell'età dell'universo).

La classificazione è leggermente cambiata alla luce delle più recenti osservazioni extragalattiche e della migliore conoscenza della dinamica galattica e della chimica. Si veda [10, tab.19.3, in basso] o, sinteticamente, la tabella 5.2.

5.2 Composizione chimica.

Non è banale l'analisi della composizione chimica di una stella; essa viene in prima istanza valutata mediante lo studio degli spettri stellari, ed in particolari delle righe di assorbimento in essi presenti. A rigore le abbondanze dei vari elementi, che così possono essere, sia pure non senza difficoltà, adeguatamente stimate, si riferiscono alla sola composizione degli strati esterni della stella. E' comunque generalmente ritenuto che la mancanza di processi di fusione nucleare in atmosfera renda attendibile l'ipotesi che la composizione superficiale resti durante l'evoluzione quella iniziale, e possa essere quindi usata per dedurre la **composizione chimica iniziale** della stella nel suo complesso.

La presenza di fenomeni di **dredge up** e di sedimentazione, durante l'evoluzione, è stata rilevata e complica alquanto la situazione, impedendo una applicazione ingenua della proprietà sopra enunciata. Per quanto riguarda sia il Sole, sia le stelle sufficientemente luminose da permettere osservazioni spettroscopiche ad alta dispersione, la composizione chimica può essere

POPOLAZ.	COLLOCAZIONE	TIPO STELLE	V	d	Z/Z_{\odot}	τ	GALASSIE ESTERNE
I estrema	Ammassi aperti, braccia a spirale di galassie	Supergiganti blu, variabili T Tauri, Cefeidi.	8	60	≥ 1	0.–0.005	Spirali, irr.
I vecchia		Stelle a forti righe metalliche, supernovae II.	10	160	≥ 0.75	0.05–0.25	Spirali, irr.
I di disco	Disco e nucleo galattico	Nebulose planetarie, novae, RR Lyrae $P < 0^d.4$	16	300	≥ 0.5	0.25–0.8	Bulges gal.
II intermedia		Stelle ad alta velocità, variabili a lungo periodo.	25	500	0.25	0.8–1	galassie ell.
II di alone	Ammassi globulari;	Subnane, RR Lyrae con $P > 0^d.4$, stelle di ramo orizzontale.	75	2000	0.1	~ 1 .	galassie ell.

Table 5.1: caratteristiche delle popolazioni stellari.

POPOLAZ.	CARATTERISTICHE	TIPI STELLE	Z/Z_{\odot}	τ	GALASSIE
I estrema	Disco giovane	Cefeidi	≥ 1	≤ 0.1	Spir.(bcd), irr.
I (più vecchia)	Disco		0.9	0.1–0.9	Spir.(bcd), irr.
II di bulge	Nucleo	plan.neb., RR Lyr.	0.1–2.	0.5–1	Spir.(a), S0, gE
II intermedia	Disco spesso, amm.glob.	RR Lyr	0.3	0.8–0.9	Spir.(a), S0, gE
II estrema	alone	Subnane, RR Lyrae	0.03	0.9–1	dE.

Table 5.2: Popolazioni stellari moderne.

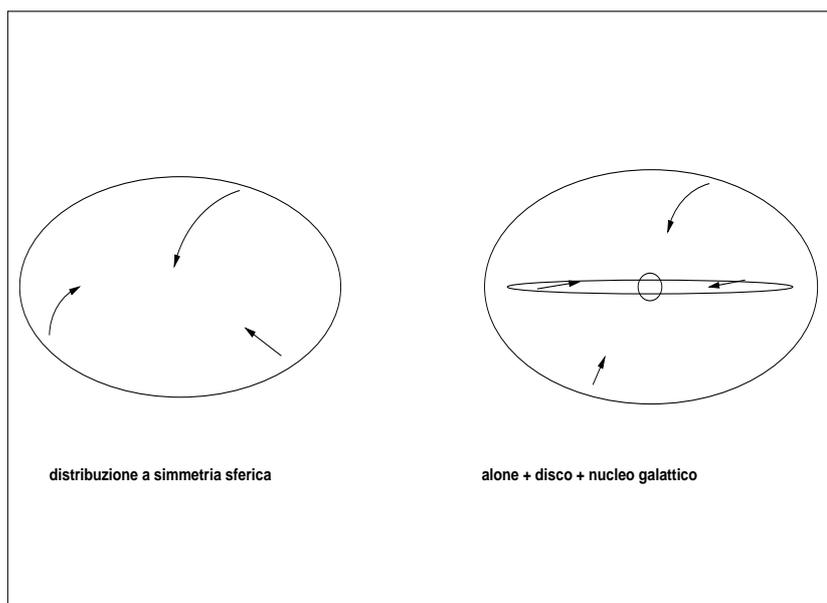


Figure 5.4: Schema di evoluzione galattica.

Gruppo di elementi	Abbondanza (numero)	Abb. (massa)	Numero di elettroni	Abb. (perc.massa)
Idrogeno	100	100	100	70.7
Elio	9.8	39	20	27.4
C,N,O,Ne	0.145	2.19	1.1	0.0155
Altri elementi	0.013	0.44	0.21	0.0031

Table 5.3: Ad. da [10]; abbondanze degli elementi nel Sole.

valutata con notevole accuratezza. Fa eccezione l'elio, le cui righe sono presenti a frequenze molto alte, fuori dalla banda visibile, e la cui abbondanza, almeno per stelle come il Sole, non è misurabile direttamente dallo spettro.

Come già accennato nel Cap. 1, si usa definire sinteticamente la composizione chimica di una stella mediante due parametri fra i tre: X , Y , e Z , corrispondenti, relativamente, all'abbondanza relativa in massa di idrogeno, elio e tutti gli elementi più pesanti dell'elio, genericamente chiamati metalli. Ovviamente $X + Y + Z = 1$.

Importante dal punto di vista evolutivo è l'abbondanza di carbonio e azoto che, combinati, giocano un ruolo determinante nell'attivazione di uno dei principali cicli di reazioni nucleari (CNO); per il Sole $Z_{CN} \geq Z/4$. In genere si fa l'ipotesi che le **abbondanze relative** dei metalli siano ovunque le stesse che nel Sole. Tale ipotesi è ragionevole, ma sembra in parte da rivedere sulla base di recenti risultati relativi agli ammassi globulari.

Sinteticamente le abbondanze solari possono essere rappresentate secondo la tabella 5.3 (dati da [10]):

Le popolazioni si contraddistinguono per valori diversi di Y e Z ; soprattutto importante è il ruolo della **metallicità** (la somma delle abbondanze dei gruppi 3 e 4 nella tabella 5.3, che vale circa 0.02 nel Sole), che cresce nettamente passando dalla popolazione II alla I (v.tab.5.1).

La formazione degli elementi costituisce uno dei problemi più importanti ed appassionanti dell'astrofisica.

In generale la nucleosintesi, per la quale rimandiamo ad un testo di Fisica Stellare [3] o di Astrofisica Nucleare [5], tende a formare elementi sempre più pesanti, partendo da una composizione chimica iniziale dominata dall'idrogeno e dall'elio. In sintesi, tali processi sono favoriti in quanto esotermici. La sintesi dell'elio dall'idrogeno libera $\sim 7\text{Mev}/\text{adrone}$ ed è il primo e il più efficiente (dal punto di vista dell'energia liberata) processo di nucleosintesi. In tale fase le stelle si situano sulla **sequenza principale**. Il processo di nucleosintesi dell'elio avviene attraverso i cicli delle catene **PP** (protone-protone) che sono caratterizzati da reazioni di fusione, dovute alle interazioni forti, e da processi *deboli* capaci di scambiare la carica fra i reagenti (questi processi sono necessari in quanto la sintesi dell'elio comporta la trasformazione di due protoni iniziali in due neutroni). Un altro gruppo di cicli per la nucleosintesi dell'elio utilizza come catalizzatori gli elementi più pesanti già presenti (in particolare carbonio, azoto, ossigeno) e prende il nome di ciclo **CNO**. Nelle zone centrali della stella l'idrogeno viene completamente esaurito dai processi di fusione. Successivamente le reazioni si spostano in zone più periferiche della stella (*bruciamento in shell*) e la stella si sposta sul **ramo delle giganti**. In seguito si avvia, nella zona centrale, il bruciamento dell'elio in carbonio, mediante una reazione detta 3α e che richiede una temperatura di circa 10^8K . Se la stella è sufficientemente massiccia il carbonio prodotto viene usato per processi di nucleosintesi via via più complessi. La catena di processi esotermici si ferma al ferro, che è l'elemento con la maggiore energia di legame per particella. La sintesi di elementi più pesanti del ferro è possibile, ma non produce energia e quindi non dà luogo a reazioni a catena. Gli elementi più pesanti del ferro sono prodotti in modesta quantità.

I processi di nucleosintesi favoriscono la formazione di nuclei molto legati, che restano quindi in genere i più abbondanti. Sono tali in particolare i nuclei *pari-pari* (con numeri pari di protoni e neutroni) che a volte completano i *multipletti di spin isotopico*. Si veda un testo di Fisica Nucleare per una discussione di questi aspetti.

Si noti anche che tutte le reazioni nucleari di fusione sono ostacolate dalla repulsione coulombiana tra i nuclei. Tale repulsione (che crea un potenziale repulsivo con energia dell'ordine dei MeV) può essere superata per effetto tunnel quantistico (e quindi con energie cinetiche dei reagenti molto più basse). Ciò nonostante, solo temperature alte rendono sufficientemente probabili le reazioni, e ne sono quindi un requisito essenziale. Per la fusione dell'idrogeno, che coinvolge nuclei di piccola massa (e quindi carica) occorrono temperature dell'ordine dei 10^7K . Il ciclo CNO, usando come catalizzatori elementi più pesanti, richiede temperature più alte di un fattore 2 o 3. Il ciclo dell'elio, come già detto, richiede circa 10^8K . Le fusioni che coinvolgono elementi più pesanti richiedono temperature via via più alte (anche 10^9K) che possono essere raggiunte solo nelle zone centrali delle stelle più massicce.

In generale, si pensa oggi che in gran parte i "metalli" siano stati formati nelle reazioni nucleari che avvengono all'interno delle stelle; le stelle più giovani sarebbero così più ricche di metalli (come testimoniato dalle righe spettrali) in virtù di un arricchimento chimico della materia interstellare, investita da materia nuclearmente evoluta espulsa nelle fasi finali ed esplosive dell'evoluzione stellare. Si ha così un aumento continuo di Z con il tempo, fino a valori che potrebbero anche, per le popolazioni più recenti, superare il 3%. Come vedremo la metallicità influisce anche sulla pendenza della *sequenza principale* (che risulta più ripida per grandi Z). L'elio presente nelle stelle sarebbe invece, in buona parte, di origine cosmologica.

Resta aperto, ed irrisolto, il problema della formazione dei primi metalli: i modelli cosmologici non consentono infatti di superare uno Z dell'ordine $\sim 10^{-6}$, mentre le più vecchie stelle osservate si mantengono ad un livello superiore di circa tre ordini di grandezza.

Il problema del raccordo fra la materia cosmologica e quella originaria della popolazione II è stato affrontato con diverse ipotesi, ma nessuna soluzione certa è finora emersa.

Rimandiamo ad un testo di Fisica Stellare [3] o di Astrofisica Nucleare [5] per una discussione dettagliata delle abbondanze degli elementi pesanti.