
in ricordo di Alberto e Riccardo

Indagine su competenze in ambito scientifico in uscita dalla scuola media

Pervenuto il 6.10.2005, approvato il 3.03.2006

Riccardo Bagnolesi – Liceo Scientifico "F. Buonarroti", Pisa

Elio Fabri – Dip. di Fisica, Università di Pisa

Alberto Giovannetti – Già docente di Scuola Secondaria Superiore

Francesco Giovannetti – Liceo Artistico "Virgilio", Empoli (FI)

Leonardo Gnesi – Istituto d'Arte, Cascina (PI)

Francesca Menozzi – Liceo Scientifico "U. Dini", Pisa

Marco Nacher – Già docente di Scuola Secondaria Superiore

Paolo Nesti – Già docente di Scuola Secondaria Superiore

Umberto Penco – Dip. di Fisica, Università di Pisa

Giulio Vissani – Liceo Scientifico "XXV Aprile", Pontedera (PI)

(Sezione A.I.F. di Pisa)

ABSTRACT - We tested the achievement in physics and mathematics for boys and girls leaving the lower secondary school ("scuola media", now "scuola secondaria di primo grado") aged 14. The test consisted of 12 multiple-choice questions and 4 simple problems. It was given to 1089 students, in the Pisa province and one school of the town of Lucca. Only about half of the 12 questions have given a good number of right answers. The results of the problems cannot be easily summarized. The number of right solutions varied with the problem, from good to poor. A widespread difficulty was encountered in explaining the solution given, even when it was correct. Rather frequently the wording was inadequate, also with grammatical errors. We also noted a less than satisfactory mastering of facts and phenomena of everyday life.

Presentazione

Nell'ambito delle attività della sezione A.I.F. di Pisa, nell'estate 2004 è stato preparato un questionario di indagine su competenze in ambito scientifico in uscita dalla scuola media, da proporre ai ragazzi delle classi prime dei Licei Scientifici delle province di Pisa e Lucca. Questo lavoro, che presenta un resoconto dell'indagine svolta, è stato articolato come segue.

Nel paragrafo 1 vengono esposti motivazioni e obiettivi generali del progetto mentre alcuni dettagli (destinatari, tipologia dei quesiti, somministrazione, correzione) sono descritti nel par. 2. Il par. 3 è dedicato ad una descrizione riepilogativa dei risultati ottenuti e il successivo par. 4 contiene i testi e l'analisi dettagliata delle risposte a ciascun quesito; il par. 5 tratta i quattro problemi proposti e comprende un'ampia analisi delle risposte. Le considerazioni conclusive sono riportate nel par. 6.

1. Motivazioni e obiettivi generali

Il questionario somministrato all'inizio dell'a.s. 2004/05 nasce da considerazioni distinte, espresse in contesti diversi ma collegate fra loro:

- a) Quando un insegnante all'inizio dell'anno scolastico accoglie gli studenti di una classe prima, per conoscere i nuovi allievi quasi sempre esegue un sondaggio, in modo formalizzato o amichevole, in parallelo con i colleghi delle altre classi o isolatamente. Su quali contenuti? Può ricorrere alla sua conoscenza, diretta o indiretta, dei programmi delle scuole medie; può basarsi sull'esperienza acquisita in precedenti situazioni analoghe; può essere interessato a scoprire quali sono le conoscenze e competenze dei nuovi allievi in ambiti collaterali rispetto alla propria disciplina d'insegnamento. Qualunque sia l'esito della prova d'ingresso, l'insegnante non sa quanto sia generalizzabile l'impressione che ha raccolto, cioè può essere più o meno contento della classe in cui si trova, senza sapere quanto essa sia rappresentativa del livello degli studenti di quella generazione.
- b) D'altro canto, durante le riunioni che si tengono periodicamente nella sezione di Pisa dell'A.I.F. ci siamo trovati sempre più spesso a discutere della crescente difficoltà incontrata dagli studenti nei confronti della nostra disciplina e della presenza di ostacoli che non sempre sono legati alla difficoltà degli argomenti studiati, ma che spesso riguardano idee fondamentali affrontate già nei primi anni di studio e che riaffiorano successivamente.

Per tutto ciò abbiamo pensato di effettuare una sorta di rilevazione delle conoscenze scientifiche possedute dai ragazzi in uscita dalle scuole medie, che raggiungesse un campione molto numeroso di studenti in modo da farle assumere una validità statistica più sicura rispetto a quella che potrebbe avere un test proposto a una singola classe. Tale indagine potrebbe anche essere considerata come un primo passo utile per capire da dove e in che modo partire per rendere più incisivo l'insegnamento della fisica e delle scienze in generale. Il questionario è stato indirizzato agli studenti delle prime classi della scuola secondaria e di fatto somministrato prevalentemente a studenti iscritti a licei scientifici della provincia di Pisa e della città di Lucca. La scelta di questo campione di studenti deriva dal fatto che il gruppo di promotori è costituito in prevalenza da insegnanti in questo ambito scolastico, e dalla presunzione che gli iscritti in questi licei avessero minori difficoltà e maggiore preparazione in ambito scientifico rispetto agli iscritti in altri tipi di scuola.

Hanno aderito all'iniziativa: il Liceo Scientifico "U. Dini" di Pisa (11 classi PNI), il Liceo Scientifico "F. Buonarroti" di Pisa (4 classi scientifico ex-Brocca, 2 classi scientifico-tecnologico ex Brocca), il Liceo Scientifico "XXV Aprile" di Pontedera (5 classi PNI), l'Istituto Tecnico "A. Pesenti" di Cascina (5 classi di liceo sportivo), il Liceo Scientifico "G. Marconi" di San Miniato (2 classi PNI e 1 di scientifico tradizionale), l'I.S.I. "G. Carducci" di Volterra (2 classi PNI) e il Liceo Scientifico "A. Vallisneri" di Lucca (una "mezza" classe di liceo scientifico tradizionale, 4 di liceo scientifico autonomia, 1 di liceo scientifico "Proteo", 1 di liceo ad indirizzo comunicazioni, 2 di liceo sportivo, 3 di liceo linguistico), per un totale di 44 classi con 1089 studenti.

La prova è stata svolta in contemporanea nelle classi della stessa scuola nei primi quindici giorni di lezione a settembre (2004) nel tempo di 60 minuti; è stato consentito l'uso della calcolatrice.

Il questionario è composto da 12 quesiti a risposta multipla (con 4 risposte) e da 4 semplici problemi che richiedono allo studente una breve spiegazione del procedimento risolutivo.

Per ridurre la possibilità di scambi di informazioni tra gli studenti sono state predisposte 15 varianti della parte a quesiti, mediante permutazioni delle domande e delle risposte. Ciascuna variante è stata corredata della sua griglia di correzione, in quanto la correzione dei 12 quesiti è stata affidata all'insegnante che ha proposto il questionario alla propria classe. Per procedere ad una prima analisi delle risposte, queste sono state riordinate e ricodificate in modo da fare tutte riferimento ad una versione base denominata [Rnd 0] del Questionario. Questa parte del lavoro, così come la precedente preparazione delle varianti e delle griglie, è stata curata dalla sezione¹.

Il testo completo del questionario, nella versione base e in formato PDF, è disponibile nella pagina della sezione A.I.F. di Pisa nel sito web dell'associazione.

La correzione dei problemi, interamente a carico della sezione A.I.F. per garantire maggiore uniformità e per non abusare della disponibilità dei colleghi, è stata effettuata da un gruppo di correttori: ogni problema è stato affidato a due o tre correttori², dopo la stesura di una griglia di correzione elaborata dal gruppo ristretto ma discussa e coordinata in alcune riunioni congiunte. In una seconda fase, è stata effettuata la correzione dei problemi di una "classe di prova" da parte di ciascun gruppo e, al termine di questo lavoro, i correttori si sono di nuovo riuniti per tarare le griglie sulla base delle risposte ottenute. Nonostante l'impegno profuso nella predisposizione delle griglie, la correzione è risultata laboriosa e la classificazione delle risposte ha creato spesso perplessità, ponendoci di fronte a situazioni non previste e non facilmente riconducibili a quelle schematizzate. Inoltre, non è stato possibile rendere pienamente omogenee le griglie relative ai vari problemi per le caratteristiche diverse dei problemi stessi.

Ciascun insegnante che ha collaborato alla somministrazione del questionario ha ricevuto, dopo la correzione, il seguente materiale:

- La tabella con tutte le risposte ai quesiti di ciascuno studente e la classificazione delle risposte ai quattro problemi;
- la statistica della classe delle risposte ai quesiti, con il confronto rispetto alla propria scuola e all'intero campione provinciale;
- un foglio di analisi del questionario (qui riportato in Tab. 1);
- un foglio con la classificazione dei quesiti e dei problemi riguardo al loro contenuto e alle conoscenze ritenute necessarie per la soluzione (riportato in Tab. 2);
- le quattro relazioni relative ai problemi, con la griglia di correzione e una prima analisi dei risultati (riportato al paragrafo 5).

Consapevoli dei limiti del nostro lavoro, saremmo lieti se qualche collega potesse trarne spunti per la propria attività quotidiana e ci farebbe piacere che chiunque pensasse di utilizzare anche parzialmente il questionario ci segnalasse osservazioni, modifiche o integrazioni. Nell'impossibilità di citarli tutti per esteso, desideriamo ringraziare i colleghi che si sono resi disponibili alla somministrazione del questionario e alla correzione dei quesiti.

2. Destinatari, tipologia dei quesiti, somministrazione, correzione

Nella formulazione dei quesiti e dei problemi abbiamo tenuto conto non tanto dei programmi ufficiali, quanto piuttosto di argomenti o contenuti ragionevoli e realistici e anche di conoscenze che riteniamo di base e indispensabili in uscita dalla scuola media. Ad esempio, uno dei temi spinosi, su cui alle superiori si riscontra sempre una confusione di fondo mascherata da una familiarità fasulla, è la questione della proporzionalità, su cui abbiamo centrato sia alcuni quesiti che due problemi; abbiamo riservato alcuni quesiti e un problema alla verifica di conoscenze di senso comune e "fenomenologiche", facendo riferimento a oggetti e situazioni familiari. Volutamente i dati sono forniti con vari "linguaggi": verbale, grafico, algebrico, per sondare le diverse capacità di lettura. Pensiamo che per alcuni quesiti le competenze matematiche necessarie siano acquisibili già dalla scuola elementare; per altri, già le esperienze di gioco e le capacità di osservazione potrebbero portare lo studente alla risposta corretta. Abbiamo anche cercato di usare un linguaggio accessibile a costo di rinunciare alla correttezza: ad esempio, si parla di *peso* e di *peso specifico* anziché di *massa* e di *densità* per adeguarci all'uso prevalente nelle scuole medie.

Di seguito (Tab. 1) vengono elencati, per ogni quesito e problema, l'argomento e il tipo di conoscenza e competenza specifica richiesta per la soluzione; e successivamente (Tab. 2) viene proposta una classificazione rispetto alla provenienza delle conoscenze, e alla presenza o meno di difficoltà legate non tanto all'argomento, ma al linguaggio usato, alle conoscenze di tipo matematico, alla capacità di osservazione.

QUESITI	
Q01	Capacità di tradurre in equazione di primo grado una situazione concreta descritta per mezzo di un'immagine.
Q02	Uso corretto delle equivalenze fra differenti unità di misura di un'unica grandezza fisica.
Q03	Capacità di leggere e utilizzare un grafico cartesiano.
Q04	Conoscenza del concetto di proporzionalità fra grandezze e capacità di risolvere un problema specifico. C'è un distrattore: prima si parla di un cubo e poi di un oggetto di forma qualsiasi.
Q05	Uso corretto delle equivalenze e ragionamento proporzionale per risolvere un problema descritto solo verbalmente. Volumi e unità di misura.
Q06	Conoscenza della proporzionalità inversa; possesso del concetto di volume. Le informazioni sul testo del problema vengono assegnate in modo algebrico.
Q07	Il quesito presuppone nozioni geometriche (volume di un parallelepipedo), la conoscenza del concetto di peso specifico e l'uso delle equivalenze. L'enunciato del testo è solo verbale.
Q08	Conoscenza del principio di Archimede e capacità di applicarlo insieme al calcolo di un volume; descrizione e utilizzazione di uno strumento di misura.
Q09	Conoscenza del concetto di peso specifico e capacità di descriverlo a parole.
Q10	Conoscenza del funzionamento di un circuito elettrico (circuito chiuso, passaggio di corrente a seconda che uno o più interruttori siano chiusi o aperti). Capacità di comprensione di un testo verbale e di lettura di uno schema.
Q11	Conoscenza di un fenomeno naturale (moto giornaliero del Sole rispetto al piano dell'orizzonte).
Q12	Capacità di stimare le dimensioni (ordine di grandezza) di un "oggetto" familiare.
PROBLEMI	
P01	Conoscenza del calcolo proporzionale e capacità di usarlo.
P02	Conoscenza di un fenomeno naturale (moto giornaliero del Sole rispetto al piano dell'orizzonte), capacità di lettura e di espressione grafiche con scopi applicativi.
P03	Conoscenze geometriche da applicare in un problema in cui deve essere interpretata una figura in tre dimensioni.
P04	Conoscenza della leva come macchina semplice, proporzionalità inversa in una situazione concreta con dati da leggere su una figura.

Tabella 1: Quesiti (Q) e Problemi (P) – Argomenti, conoscenze e abilità richieste

Nella successiva Tab. 2, per ogni quesito e problema viene indicato il livello scolastico di riferimento (scuola elementare [ScE] o scuola media [ScM]) e il carattere delle abilità richieste: linguistiche (Linguaggi, lettura e scrittura [LIN]), matematiche (matematica, grafici o schemi [MAT]), di osservazione o di senso comune [OSS].

	Livello scolastico		Carattere delle abilità		
	ScE	ScM	LIN	MAT	OSS
Q01		*		*	
Q02	*				
Q03		*	*	*	
Q04		*		*	*
Q05		*		*	
Q06		*		*	
Q07	*				*
Q08		*		*	
Q09		*	*		
Q10		*	*		
Q11	*	*			*
Q12	*				*
P01		*	*	*	
P02	*	*	*		*
P03		*	*	*	
P04		*	*	*	*

Tabella 2: Livello scolastico di riferimento e carattere delle abilità

3. Distribuzione del numero di risposte corrette date al questionario

Presentiamo in questo e nel successivo paragrafo un'analisi dettagliata delle risposte date dai ragazzi ai 12 quesiti del questionario. La statistica è basata sull'intero campione di 1089 questionari raccolti (768 nei licei Scientifici della provincia di Pisa e 321 nel liceo Scientifico di Lucca).

Dopo un primo esame globale è parso di un qualche significato separare gli alunni iscritti a classi istituite secondo l'ordinamento di un liceo scientifico propriamente detto (tradizionale o sperimentale dei diversi tipi, d'ora in poi indicati con SCN) da quelli iscritti a classi aventi ordinamenti diversi (linguistico, comunicazioni, sportivo, indicati con ALT) che sono circa un quarto del totale.

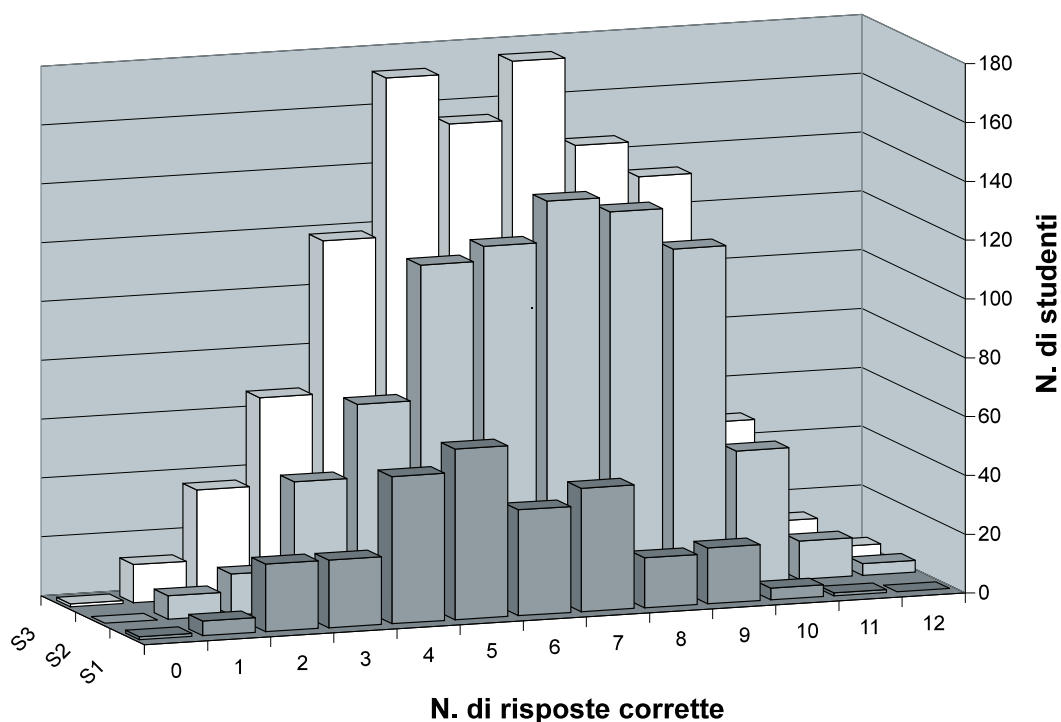
Per la totalità del campione (TOT) e per ciascuno dei due sottoinsiemi sopra citati (SCN e ALT, rispettivamente), la cui consistenza è riportata nella seguente Tab. 3, si è calcolata la distribuzione del numero di risposte corrette date al questionario, da cui si ottengono i valori medi e modali.

Campione	n.stud.	media	moda
SCN	810	6.55	7
ALT	279	5.30	5
TOT	1089	6.30	6 (bimodale?)

Tabella 3: Valori medi e modali del numero di risposte corrette

Come si vede dal grafico seguente, in cui sono riportate le tre distribuzioni, quella relativa alla totalità del campione presenta una bimodalità che di per sé non può essere ritenuta significativa: infatti l'errore statistico associato ai valori massimi della distribuzione può essere stimato dell'ordine di $\sqrt{170} \approx 13$ mentre le differenze dei conteggi sono intorno a 20.

Distribuzione delle risp.corrette S1 Non Scient.(ALT) - S2 Scientifico (SCN) - S3 Tutti (TOT)



Dunque in media ogni studente ha risposto correttamente a poco più di 6 quesiti su 12; più della metà dei ragazzi (60 %) ha dato tra 5 e 8 risposte corrette, degli altri il 22 % non è arrivato a 5 e il restante 18 % ne ha date più di 8. Può essere interessante notare che solo 4 studenti tra tutti quelli coinvolti hanno risposto correttamente a tutti i quesiti.

Per quanto i due sottoinsiemi in cui è stato diviso il campione non siano ugualmente rappresentativi, l'analisi separata delle due distribuzioni mostra una netta differenza. Per gli studenti SCN il grosso delle risposte corrette (oltre il 75 %) si colloca tra 5 e 9, solo il 17 % non arriva a 5, mentre quasi l'8 % risponde esattamente a 10 o più quesiti. Al contrario, tra gli studenti ALT solo il 2 % si colloca nella fascia più alta e oltre il 36 % non arriva a 5 risposte corrette.

In definitiva siamo portati a ritenere che l'aspetto di bimodalità presentato dalla distribuzione totale, pur scarsamente significativo, possa effettivamente essere riconducibile alla presenza nel campione di due popolazioni distinte; se questo è vero, tenuto conto che si tratta di ragazzi che alla data della somministrazione del questionario erano appena entrati nella scuola superiore, si deve dedurre una significativa differenza di preparazione di base e forse di predisposizione allo studio della matematica e della fisica tra coloro che si sono iscritti allo scientifico propriamente detto e gli altri.

4. Questionario: testi e distribuzione delle risposte date a ciascun quesito

In questo paragrafo viene approfondita l'analisi delle risposte date ai singoli quesiti che costituiscono il questionario presentando in dettaglio, separatamente per ciascun quesito, la percentuale di studenti che hanno dato una risposta e la distribuzione delle risposte date, ovvero delle scelte fatte tra le quattro alternative proposte. Con l'occasione vengono riportati anche i testi dei quesiti e la risposta corretta.

La distribuzione delle risposte è presentata sotto forma di istogramma nel quale la barra scura mette in evidenza la risposta esatta; la parte grigia del fondo del diagramma rappresenta la frazione – solitamente molto elevata – di coloro che hanno risposto al quesito mentre il valore di tale percentuale è riportato sulla destra esternamente al diagramma. Le percentuali indicate sopra ogni barra sono riferite

al totale delle risposte date; si osservi che essendo arrotondate al valore intero è possibile che in qualche caso la loro somma sia diversa da 100.

A seguito di quanto osservato nel paragrafo precedente, si è ritenuto di presentare questa analisi trattando separatamente, come omogenee, le due popolazioni SCN e ALT e riportando per ogni quesito due istogrammi: a sinistra quello relativo alle classi di licei scientifici tradizionali o sperimentali, a destra quello relativo alle classi con indirizzi linguistici, sportivi o altro. Si noter  che le percentuali di studenti che hanno provato a dare una risposta ai diversi quesiti differisce in modo irrilevante tra i due gruppi, se non in qualche caso particolare.

Prima di passare all'esame dei vari quesiti, vale la pena far notare come nessuna delle alternative proposte (48 complessivamente nei 12 quesiti), per quanto potesse sembrare assurda a priori,   stata scartata dalla totalit  dei ragazzi; pi  avanti verr  messo in evidenza qualche esempio specifico. Poich    veramente difficile pensare che qualcuno possa aver scelto consapevolmente una di quelle risposte occorre cercare qualche giustificazione plausibile: una   che i ragazzi possano aver "passato" ai vicini alcune risposte, senza essersi accorti che la sequenza delle alternative era diversificata tra una copia e l'altra del questionario; un'altra   che si sia cercato di rispondere a tutti i quesiti, come indicato dalla alta percentuale di risposte date, a costo di dover indicare anche risposte scelte a caso. In ogni modo, quale che sia la spiegazione, possiamo assumere che queste percentuali marginali diano la misura di un "rumore di fondo" valutabile attorno al $10 \div 12\%$ del totale.

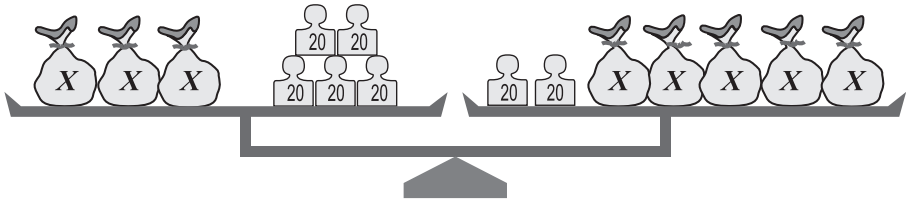
Per fissare dei limiti, per altro arbitrari, nel seguito assumeremo quindi come non significative le alternative che hanno ottenuto meno del $3 \div 4\%$ dei consensi e come certamente significative quelle attorno o al di sopra del 10% .

Un riepilogo per grosse linee mostra che per un terzo dei quesiti (nn. 1, 3, 5 e 9) la percentuale delle risposte esatte supera il 75% e per un altro terzo (nn. 2, 4, 7 e 12) sta al di sopra del 35% ; sui primi non si spenderanno molte parole mentre i secondi e soprattutto i restanti quattro quesiti (6, 8, 10 e 11) meritano qualche considerazione pi  approfondita nell'analisi delle risposte date. Le note di commento si riferiranno principalmente al primo gruppo (SCN) che   quello pi  consistente, salvo qualche situazione particolare; il secondo (ALT) sar  utilizzato, se non come un vero e proprio gruppo di *controllo*, almeno come un termine di confronto: normalmente le risposte corrette sono significativamente minori, aumentando di conseguenza il peso di quelle errate.

Per il gruppo SCN la media delle percentuali di risposte corrette   del 57.3% , valore confrontabile con la media del numero di risposte corrette (6.65) su 12 quesiti.

Ecco dunque i 12 quesiti proposti e la distribuzione delle risposte date a ciascuno di questi dai due sottocampioni.

QUESITO 1



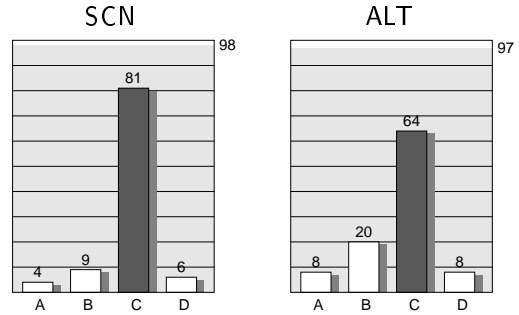
La figura mostra una bilancia in equilibrio.

- Sapendo che i sacchetti hanno lo stesso peso, che viene indicato con X, individua tra le seguenti l'uguaglianza corretta.

<p><input type="checkbox"/> A $x + 100 = x + 40$</p> <p><input type="checkbox"/> B $3x + 5x = 100 + 40$</p>	<p><input type="checkbox"/> C $3x + 100 = 5x + 40$</p> <p><input type="checkbox"/> D $3x/100 = 40/x$</p>
---	--

RISPOSTA \Rightarrow C

La grande maggioranza degli studenti dà la risposta corretta; solo la risposta B – secondo il criterio dato sopra – sembra evidenziare una limitata difficoltà nella traduzione in equazione della situazione mostrata nella figura del testo.



QUESITO 2

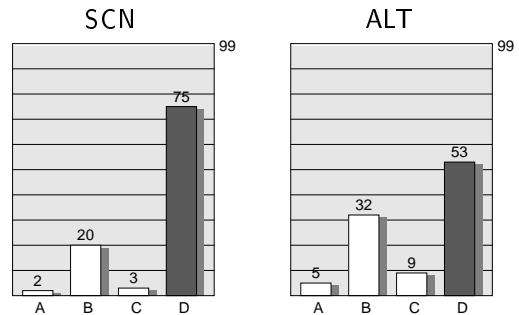
Un recipiente che pesa 30 g contiene 5 kg di patate.

- Il peso totale è

A 35 g B 5,3 kg C 3,05 kg D 5,03 kg

RISPOSTA \Rightarrow D

Anche in questo caso, ignorate le alternative A e C, solo la risposta B, oltre a quella esatta, è certamente significativa; l'interpretazione potrebbe apparire semplice: quasi un quarto dei ragazzi sbaglia la conversione da grammi a chilogrammi. In realtà quella risposta potrebbe derivare anche dall'errata trascrizione di un'espressione corrente che talora è ambigua: cosa intendiamo con "cinque chili e tre", oppure più spesso "2 euro e 5"?



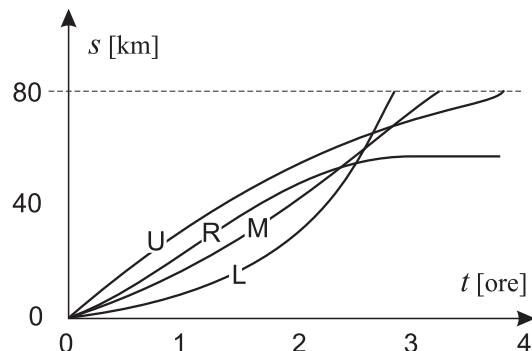
Si registra qui il maggior scarto tra il gruppo SCN e il gruppo ALT: per il gruppo di confronto queste difficoltà si manifestano in un terzo dei casi, mentre solo metà dei ragazzi esegue e scrive correttamente la somma.

QUESITO 3

Quattro ciclisti, Leonardo (L), Marco (M), Riccardo (R) e Umberto (U), hanno partecipato a una tappa di 80 km.

- In base al grafico chi ha vinto la gara?

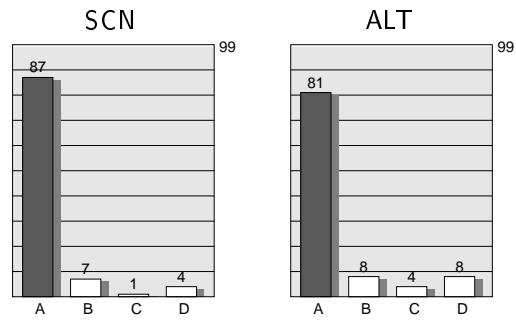
A Leonardo C Riccardo
 B Marco D Umberto



RISPOSTA \Rightarrow A

Poco da dire anche su questo quesito, affrontato e risolto dalla quasi totalità dei ragazzi.

Le scelte errate si pongono nella fascia di quelle che assumiamo date prevalentemente a caso. A riprova di questa interpretazione si può osservare l'incidenza della risposta B che sembra non avere alcuna giustificazione: nel grafico la curva di Marco non presenta nessuna particolarità ed anzi è proprio quella che a priori si sarebbe pensata meno "attraente".



QUESITO 4

Il peso di un cubetto di ferro di volume 2 cm^3 è di $15,6 \text{ g}$.

- È possibile con questi dati determinare il peso di un pezzo di ferro di volume 5 cm^3 ?

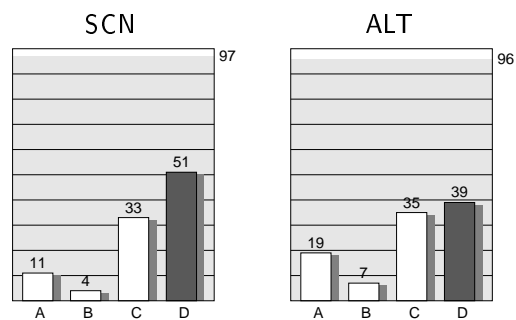
- A No, perché non si conosce il peso di un cubetto unitario.
- B No, perché 5 non è multiplo di 2.
- C Sì, soltanto però se il pezzo di ferro ha forma cubica.
- D Sì, qualunque sia la forma del pezzo di ferro.

RISPOSTA \Rightarrow D

La risposta dei ragazzi appare qui più articolata e se prevale ancora l'alternativa corretta, c'è subito da notare che essa viene data solo da metà del campione.

L'elemento di disturbo introdotto dalla forma dell'oggetto ha fatto presa in un terzo dei casi (risposta C) mentre per la risposta A pesa evidentemente anche una scarsa familiarità con le proporzioni.

Questi effetti sono ancora più pronunciati per gli studenti del gruppo ALT.



QUESITO 5

Elisa ha portato dagli Stati Uniti due bottigliette di plastica, una piccola e una media. La seconda recava scritto sull'etichetta che il contenuto era di 20 FL. OZ. (= once liquide) equivalente a 591 ml (= millilitri); la prima indicava solo la capacità in unità statunitensi, ovvero 8 FL. OZ.

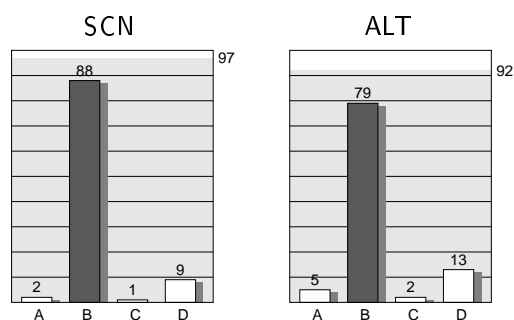
- Sapresti indicare la capacità della prima bottiglietta in millilitri?

- A** circa 701 ml **C** circa 7296 ml
- B** circa 236 ml **D** circa 118 ml

RISPOSTA \Rightarrow B

Poco da dire: l'uso delle equivalenze (anche prescindendo dalla proporzionalità diretta) appare certamente acquisito dalla quasi totalità dei ragazzi, almeno nella situazione più semplice come quella proposta in questo caso.

Come particolarità di questo quesito si può notare che il gruppo di confronto ha dato in questo caso un numero di risposte decisamente inferiore.

**QUESITO 6**

Si versa una certa quantità di liquido in un cilindro di area di base A_1 e si osserva che il liquido arriva a un'altezza h_1 ; poi si versa lo stesso liquido in un nuovo cilindro e si osserva che l'altezza è

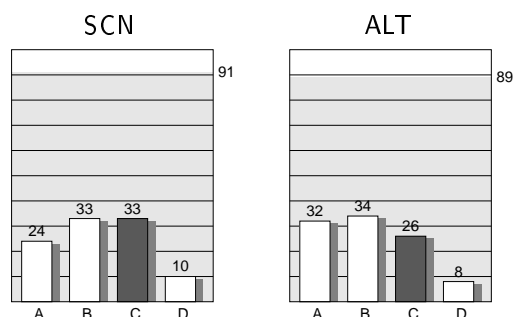
$$h_2 = \frac{3}{2} h_1.$$

- Quale sarà l'area di base A_2 rispetto ad A_1 ?

- A** $A_2 = \frac{9}{4} A_1$ **B** $A_2 = \frac{3}{2} A_1$ **C** $A_2 = \frac{2}{3} A_1$ **D** $A_2 = \frac{4}{9} A_1$

RISPOSTA \Rightarrow C

La lettura delle risposte a questo quesito non è forse così immediata perché se è vero che si mirava a valutare la conoscenza della proporzionalità inversa, ulteriori elementi di imbarazzo potevano essere dati dalla formulazione non numerica e quindi dalla possibilità di errori banali nel trattamento delle frazioni e dalla presenza contemporanea di grandezze lineari (altezza) e superficiali (area di base).



QUESITO 7

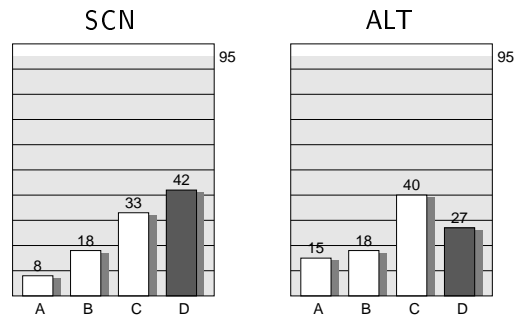
Pierino possiede un acquario di 70 cm di lunghezza, 50 cm di larghezza e 40 cm di altezza, quasi pieno d'acqua e vorrebbe spostarlo senza vuotarlo. Egli sa che 1 cm^3 d'acqua pesa 1 g e può quindi calcolare quanto pesa il suo acquario.

- Il peso dell'acquario di Pierino è all'incirca:

A 150 g **B** 1500 g **C** 15 kg **D** 150 kg

RISPOSTA \Rightarrow D

Per quanto l'alternativa corretta abbia avuto il maggior numero di preferenze, si nota un'elevata incidenza delle risposte A e B che, al di là di tutti i possibili errori di calcolo, un minimo di buon senso e di familiarità con il peso degli oggetti avrebbe dovuto far scartare in partenza.

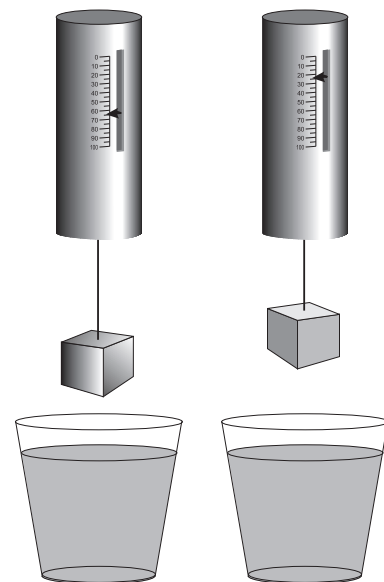


QUESITO 8

Due blocchetti cubici, entrambi di spigolo 2 cm, sono costruiti con materiali differenti; appesi a due dinamometri (bilance a molla) se ne determina il peso: il primo pesa 64 g e il secondo 24 g. I blocchetti – sempre appesi ai dinamometri – vengono poi immersi in acqua, senza toccare il fondo dei recipienti; in questo caso nessuno dei due dinamometri segnerà il peso reale.

- Ricordando che 1 cm^3 d'acqua pesa 1 g, scegli fra le seguenti affermazioni quella che ti sembra giusta:

- A** i due dinamometri segneranno rispettivamente 62 g e 22 g;
- B** la spinta di Archimede fa sembrare più leggeri i due blocchetti ma non possiamo dire esattamente di quanto;
- C** la spinta di Archimede è maggiore per il blocco più pesante;
- D** il primo dinamometro segnerà 56 g e il secondo 16 g.

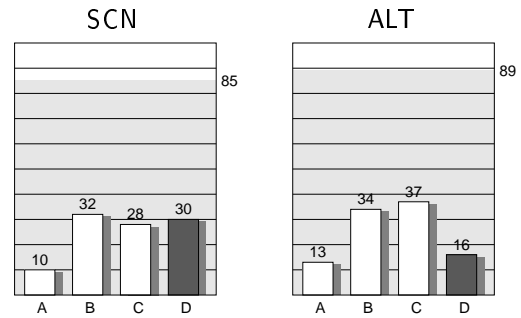


RISPOSTA \Rightarrow D

Al contrario del quesito precedente, questo richiedeva necessariamente delle conoscenze propriamente scolastiche: il concetto di peso specifico, il calcolo del volume del cubetto e soprattutto il principio di Archimede che tuttavia è ampiamente trattato nelle scuole medie a giudicare dal fatto che quasi tutti ne conoscono a memoria l'enunciato. Il quesito però era "appesantito" dalla presenza di altri elementi (il dinamometro) forse meno conosciuti. E probabilmente non è un caso che questo quesito presenti, fra tutti, il minor numero di risposte date.

La preferenza per l'alternativa B sembra quindi mostrare evidenti lacune in questo senso. Analogamente la scelta C sembra dettata da una conoscenza superficiale e non formalizzata del fenomeno insieme all'incapacità di distinguere con chiarezza i concetti di peso e volume degli oggetti. Si può notare inoltre che tra le risposte sbagliate sono state preferite quelle a carattere puramente qualitativo.

Nel confronto con il gruppo ALT è interessante notare un comportamento forse più *disinvolto* di questi ultimi che – eccezionalmente – hanno risposto più numerosi dei primi, ma con molto minor successo.



QUESITO 9

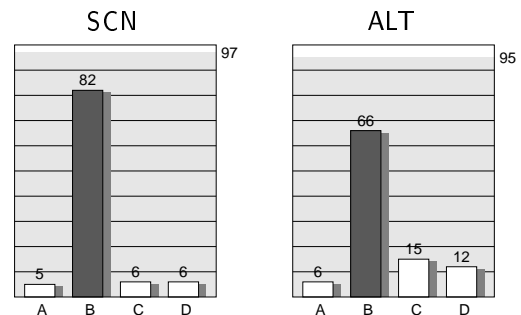
- Dicendo che il peso specifico di un certo tipo d'olio è di 900 kg/m^3 si intende che:

- | | | | |
|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A | 900 m^3 d'olio pesano 1 kg | <input type="checkbox"/> C | 900 kg d'olio occupano un volume di 9 m^3 |
| <input type="checkbox"/> B | 1 m^3 d'olio pesa 900 kg | <input type="checkbox"/> D | 0,9 kg d'olio occupano un volume di 1 m^3 |

RISPOSTA \Rightarrow B

Poco da dire su queste risposte. Il concetto di peso specifico è certamente acquisito dai più, mentre non è possibile individuare la consistenza di quanti hanno dato risposte errate o piuttosto risposte casuali.

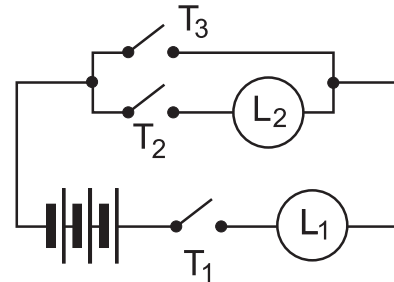
È questo il limite di un questionario "snello" che non consente di solito di effettuare analisi incrociate con la possibilità di confermare o meno certe ipotesi.



QUESITO 10

- Nel circuito disegnato in quale caso rimane accesa soltanto la lampadina L_2 ?

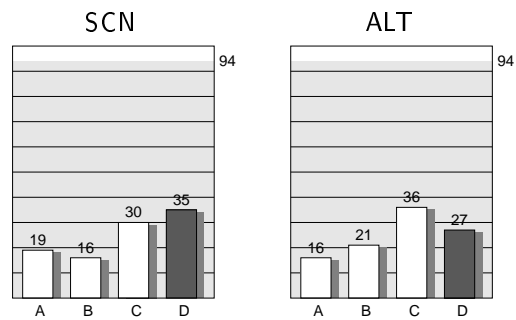
- A** Quando T_1 e T_3 sono chiusi e T_2 aperto.
- B** Quando T_1 e T_2 sono chiusi e T_3 aperto.
- C** Quando T_2 e T_3 chiusi e T_1 aperto.
- D** In nessun caso.



RISPOSTA \Rightarrow D

Come nel caso del quesito 7, la leggera prevalenza di risposte corrette non può far ritenere mediamente acquisite le capacità indagate in questa situazione.

La scelta massiccia dell'alternativa C sembra riferibile ad un tentativo di soluzione intuitiva, non supportata dalle necessarie conoscenze, in particolare per quanto riguarda la funzione del generatore: essa infatti è l'unica che realizza un circuito chiuso comprendente la lampadina 2 mentre la 1 resta in un ramo aperto.



Nel gruppo di confronto questo aspetto è ulteriormente evidenziato.

QUESITO 11

In un giorno sereno d'estate, verso le 9 del mattino, Firenze si trova su una spiaggia di Marina di Pisa, con la fronte rivolta a Sud.

- Quale osservazione potrà fare tra queste quattro?

- A** Vede il Sole alla propria sinistra; dopo qualche ora il Sole le passerà proprio sopra la testa e, aspettando ancora, potrà vedere il Sole alla sua destra.
- B** Vede il Sole alla propria sinistra; dopo qualche ora il Sole le passerà alto davanti e, aspettando ancora, potrà vedere il Sole alla sua destra.
- C** Vede il Sole alla propria destra; dopo qualche ora il Sole le passerà proprio sopra la testa e, aspettando ancora, potrà vedere il Sole alla sua sinistra.
- D** Vede il Sole alla propria destra; dopo qualche ora il Sole le passerà alto davanti e, aspettando ancora, potrà vedere il Sole alla sua sinistra.

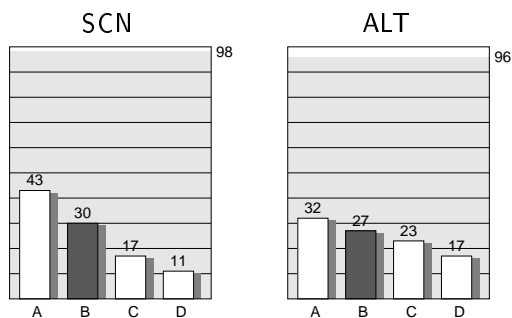
RISPOSTA \Rightarrow B

Il quesito è imperniato su due conoscenze distinte: il verso del moto apparente del Sole e l'altezza massima raggiunta alle nostre latitudini; conoscenze che possono derivare dalla semplice capacità di osservazione oltre che da nozioni scolastiche normalmente comprese nei programmi della scuola media.

Tuttavia poco meno di un terzo degli studenti sbaglia il verso del moto e quasi due terzi affermano che il Sole passa proprio sopra la testa; se ne deve dedurre che l'attitudine all'osservazione – almeno in questo campo – appare assai poco sviluppata e forse anche scarsamente sollecitata.

Il secondo dei quattro problemi proposti dopo i quesiti verte sullo stesso argomento e conferma, come si può vedere, la stessa conclusione.

Nel gruppo ALT la distribuzione delle risposte tende ulteriormente ad appiattirsi, a riprova che la richiesta del quesito investiva un campo al di fuori dell'esperienza comune.



QUESITO 12

Considera la larghezza complessiva della superstrada FI-PI-LI³ (corsie, barriere di separazione, guard-rail) nei tratti lontani dagli svincoli di ingresso e uscita.

- Quale di questi valori si avvicina di più a quello vero?

A 5 m

B 10 m

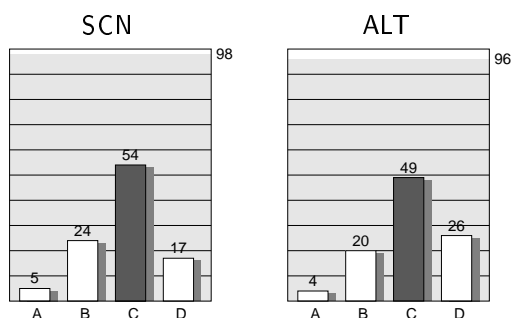
C 20 m

D 40 m

RISPOSTA \Rightarrow C

In questo caso la distribuzione delle risposte appare in linea con quello che ci si poteva aspettare. La prevalenza di risposte corrette è abbastanza significativa ma le valutazioni errate per difetto o per eccesso sono ancora in numero consistente (40 % ÷ 45 %).

Anche in questo caso si tratta forse di una capacità che non viene adeguatamente stimolata nell'ambiente scolastico, mentre rappresenta una base importante per la costruzione non astratta del sapere scientifico.



5. Problemi: testi, criteri di correzione e distribuzioni delle risposte date

Vengono ora presentati i quattro problemi proposti con il questionario. Per ciascuno viene riportato il testo seguito da una relazione sintetica del gruppo di correttori; questa contiene i criteri di correzione, informazioni di tipo statistico sulle risposte date ed eventualmente un certo numero di risposte individuate come emblematiche e proposte come tali all'attenzione del lettore; queste sono indicate dal simbolo \triangleright e sono riportate testualmente in carattere *italico* . . . compresi gli errori di ortografia e/o sintassi(!).

Facciamo ancora notare come, sia per le diverse caratteristiche dei problemi e delle loro possibili soluzioni che per le diverse modalità che ogni gruppo di correzione si è dato, le quattro relazioni presentano necessariamente aspetti disomogenei, cui solo in parte si è cercato di ovviare.

PROBLEMA 1

Il signor Corto è alto 4 fermagli; il signor Lungo è alto 6 fermagli. Se misuro il signor Corto usando dei bottoni, risulta alto 10 bottoni; quanti bottoni è alto il signor Lungo?

- Scrivi, in breve, le operazioni che ti servono per trovare la risposta.

Strategie di risoluzione e criteri di analisi

Per quanto sembrasse semplice e diretto, il problema ha offerto diverse strategie di risoluzione. Abbiamo quindi diviso le soluzioni in 6 categorie, a seconda del metodo scelto:

- A Cambiamento di unità di misura: determinazione del rapporto fra le unità di misura bottoni/fermagli, ricavato dall'altezza di Corto, e usato poi per esprimere l'altezza di Lungo con le nuove unità.
- B Determinazione del rapporto fra le altezze di Lungo e Corto espresse in fermagli e uso successivo del rapporto per determinare l'altezza di Lungo in bottoni.
- C Scrittura della proporzione fra le altezze di Corto e Lungo espresse in fermagli e in bottoni (incognita l'altezza di Lungo in bottoni) e determinazione dell'incognita.
- D Determinazione della differenza fra le altezze di Lungo e Corto espresse in fermagli, osservazione che la differenza è la metà dell'altezza di Corto e che questo rapporto deve essere mantenuto anche con la misura in bottoni; determinazione della metà dell'altezza di Corto in bottoni e calcolo dell'altezza di Lungo ottenuta sommando tale differenza all'altezza di Corto. Questo procedimento è stato svolto con esito positivo in pochissimi casi.
- E Procedimento non valido in quanto compromesso da errori concettuali.
- X Bianco, o procedimento del tutto incomprensibile.

Indipendentemente dal fatto che il procedimento sia corretto o meno, se è stato riportato un risultato ciò è stato espresso: con la lettera (S) in caso di risultato giusto o con la lettera (N) in caso di risultato errato (può essere errato anche solo per errori di calcolo).

In relazione ai quattro procedimenti si sono riconosciute alcune modalità di esposizione, che abbiamo indicato con i numeri 1, 2, 3 come segue:

- 1 Il procedimento è sostanzialmente corretto, ma è limitato a relazioni numeriche e quindi privo di commenti e dell'indicazione delle unità di misura.
- 2 Il procedimento contiene errori. Spesso è stato ottenuto il risultato esatto.
- 3 Il procedimento è accompagnato da qualche parola di commento o dall'uso corretto delle unità di misura, e indica una comprensione sicura da parte dello studente.

In alcuni casi c'è il risultato senza nessuna indicazione di come ci si arriva: li abbiamo catalogati come XS o XN, a seconda che il risultato sia giusto o sbagliato.

Ci sono due casi nei quali lo studente, oltre a fornire una soluzione corretta, ha anche presentato una seconda soluzione (anch'essa corretta).

Infine abbiamo trovato 7 casi in cui la soluzione segue una strada del tutto particolare, o comunque presenta elementi di originalità che la distinguono da quelle comuni.

Dati statistici

Diamo ora alcuni commenti sulle diverse strategie, sulle loro frequenze e sugli errori più comuni.

Le strategie risolutive più "popolari" sono state la A e la C, che in totale fanno il 76 % del campione. Quasi il 20 % hanno fornito una soluzione gravemente errata o nessuna soluzione. I rimanenti si dividono in parti uguali tra la B e la D.

A: Sebbene sia stata seguita da molti (31 %), solo pochi (6.5 %) indicano con chiarezza che stanno calcolando il numero di bottoni per fermaglio (pochissimi hanno usato il rapporto inverso, in modo corretto). Non si rado la sola spiegazione è:

$$10 : 4 = 2,5 - \text{un bottone.}$$

Questi casi (4.3 %) sono stati classificati AS2 (se il calcolo è giusto).

Alcuni hanno prodotto un'illustrazione grafica (v. commenti).

B: Soluzione piuttosto rara (2.0 %), generalmente data senza spiegazione.

C: È stata scelta dal 45 %. Nella stragrande maggioranza dei casi (42 %), si trova scritta la proporzione senza nessuna giustificazione. Quasi sempre è risolta correttamente.

Abbiamo considerata spiegazione valida (minima) quella in cui la proporzione era scritta così:

$$4 \text{ fermagli : } 6 \text{ fermagli} = 10 \text{ bottoni : } x \text{ bottoni}$$

corto lungo corto lungo

o in modi equivalenti.

D: Questa strategia complicata è stata scelta dal 2.0 % dei ragazzi, tutti tranne uno con risultato esatto. Soltanto un terzo di questi ha però dato una giustificazione soddisfacente.

E: Nelle soluzioni messe in questa categoria (11 %), l'idea di gran lunga prevalente è di tenere costante non il rapporto delle misure, ma la differenza:

Lungo supera Corto per 2 fermagli, quindi lo supera anche per 2 bottoni.

Risposta: Il sig. Lungo è alto 12 bottoni.

X: Sono l'8.5%; tra questi l'1.3 % dà un risultato, giusto o sbagliato, ma senza la minima indicazione di come sia stato ottenuto.

Commenti vari e selezione di alcune risposte

Quanto agli errori di calcolo, in alcuni casi la sola spiegazione possibile è quella di uno sbaglio nel battere i tasti della "macchinetta". Esempio tipico: $10 : 4 = 0,25$ e il calcolo procede, portando al risultato finale 2,5; senza nessuna attenzione alla sua assurdità.

Sono frequenti scritture improprie o meglio scorrette dal punto di vista delle convenzioni matematiche. Esempio tipico:

$$10 : 4 = 2,5 \times 6 = 15.$$

Altro esempio:

$$4 : 10 = 6 : x = (6 \times 10)/4 = 15.$$

Abbiamo deciso di sorvolare su questo tipo di errori.

Mostriamo ora qualche esempio di soluzione ottenuta con metodi non canonici.

Sig. Corto = 4 fermagli	$4 \cdot 2 = 8$
4 fermagli = 10 bottoni	$4 : 2 = 2$
	$8 + 2 = 10$ bottoni (sig. corto)
Sig. Lungo = 6 fermagli	$6 \cdot 2 = 12$
	$6 : 2 = 3$
	$12 + 3 = 15$ bottoni (sig. lungo)

Il sig. Lungo è alto
15 bottoni

In questo caso lo studente, invece di calcolare il consueto rapporto $10/4$, ha scoperto che si arriva da 4 a 10 prendendo il doppio di 4 e aggiungendo la metà. Dopo di che ha capito che la soluzione si poteva ottenere facendo le stesse operazioni a partire dal numero 6.

Ci sembra un esempio significativo di un ragazzo che comprende esattamente la situazione ma non possiede gli strumenti formali e deve trovare un procedimento *ad hoc*.

Quanti bottoni è lungo un fermaglio = $10 : 4 = 2,5$ bottoni
 Quanti bottoni è alto il signor lungo = $2,5 \times 6 = 15$ bottoni

$\begin{matrix} \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \end{matrix}$	} 10	$\begin{matrix} \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \\ \text{O} \text{---} \text{O} \end{matrix}$	} 15
--	------	--	------

Questa soluzione grafica, che ottiene il risultato corretto, indica un ragazzo che ha bisogno di rendere concreta la situazione almeno con un disegno.

	CORTO 4 fermagli
	LUNGO 6 fermagli
	10 bottoni
	15 bottoni

Questo è un caso simile al precedente, anche se si nota una maggiore astrazione, in quanto bottoni e fermagli sono rappresentati come segmenti. È interessante notare che nelle due prime righe il numero di segmenti è sbagliato, ma l'errore si limita alla rappresentazione, senza influire sul risultato; il che fa pensare che probabilmente la figura è solo una rappresentazione del procedimento mentale.

Un caso che è stato di difficile classificazione è il seguente:

Dovremmo sapere quanti bottoni stanno in un fermaglio, moltiplicare i numeri dei bottoni che stanno in un fermaglio per il numero dei fermagli e otteniamo l'altezza del signor lungo in bottoni.

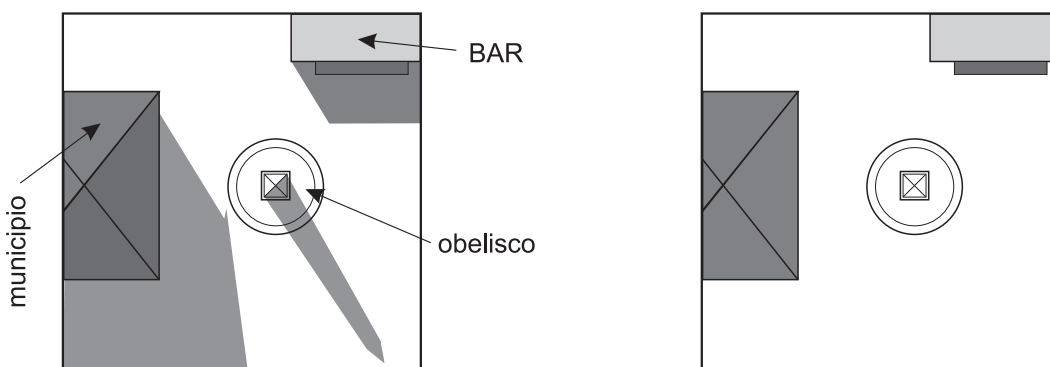
Il procedimento delineato è corretto, ma non si capisce come la ragazza non sia riuscita a vedere che con i dati a disposizione era possibile stabilire "quanti bottoni stanno in un fermaglio".

Nella seguente Tab. 4 viene riportata la statistica derivante dall'analisi di tutte le risposte date: tutti i valori sono espressi in percentuale sul totale dei problemi corretti. Considerato che hanno dato una qualche risposta quasi il 93% dei ragazzi, si deduce che il risultato corretto è stato ottenuto dal 77% del totale. Si può dunque ritenere che il problema è risultato facile.

Strategia	S (sì)			N (no)			Totale
	1	2	3	1	2	3	
A	18.5	4.3	6.5	0.9	0.5	0.1	30.9
B	1.0	0.4	0.5	-	0.1	-	2.1
C	41.5	0.1	2.9	0.7	0.1	-	45.4
D	1.0	0.1	0.7	-	0.1	-	2.0
Totale	62.1	4.9	10.7	1.6	0.9	0.1	80.3
E							11.2
XS/N		1.2			0.1		1.3
X							7.2
TOTALE							100

Tabella 4: Riepilogo delle risposte date al problema 1.

PROBLEMA 2



La prima figura riproduce la piazza principale di una piccola città italiana, "fotografata" dall'alto in un giorno sereno verso le 10 del mattino; vi si intravedono il tetto del municipio, quello del bar e un'aiuola con un obelisco e sono tracciate approssimativamente le ombre prodotte dalle tre costruzioni.

- Completa la seconda figura, indicando la direzione Sud e marcando le zone dove, secondo te, verrebbero proiettate le ombre delle tre costruzioni verso le ore 16 dello stesso giorno. Spiega brevemente il ragionamento che hai fatto.

Griglia di valutazione

Per la correzione del secondo problema è stata scelta una griglia che prendeva in considerazione gli elementi descritti di seguito.

È opportuno premettere che, nella formulazione del problema, *volutamente* erano stati omessi alcuni dati che sarebbero stati necessari per una soluzione esatta; la posizione delle ombre ad una data ora dipende infatti in modo essenziale dalle coordinate geografiche del luogo e dalla data nell'anno. Tuttavia, come è evidente, l'intento era soltanto quello di saggiare la capacità di osservare con sufficiente attenzione, e quindi di ricordare, fenomeni di esperienza comune. Per questo non essendoci "una" risposta esatta, sono state considerate corrette tutte le soluzioni entro un intero quadrante, tra 90° e 180° dalla posizione iniziale, in verso orario.

A Posizione delle ombre:

- S approssimativamente corrette;
- P tracciate a 180° da quelle date;
- I incoerenti, cioè non parallele;
- N ombre parallele ma errate;
- x ombre non indicate.

B Posizione del Sud:

- S risposta corretta (entro un quadrante, come detto sopra);
- N risposta errata;
- x manca la risposta.

C Spiegazione:

- S sostanzialmente corretta;
- N contenente errori;
- I inutile, insignificante o contraddittoria;
- x mancante.

Poiché in molti elaborati erano presenti anche informazioni non richieste, queste sono state vagliate considerando:

D Posizione del sorgere e tramontare del Sole rispetto ai punti cardinali:

- S corretta;
- N errata.

E Indicazione degli altri punti cardinali:

S corretta;

N errata.

F Percorso del Sole: eventuale presenza di una dichiarazione del passaggio allo Zenit.

Sintesi delle risposte

Il problema è stato affrontato – in varia misura – dall'86 % degli studenti. Se ne potrebbe dedurre che la stragrande maggioranza ha sentito la questione posta come "facile", forse come "non strettamente scolastica", come del resto era nell'intendimento dei proponenti.

La posizione corretta delle ombre viene individuata dal 19 % dei ragazzi; solo considerando accettabile anche la risposta "a 180°" (vedi commenti e tre figure) si arriva al 63 %.

La direzione del Sud è stata individuata correttamente (ma entro un ampio margine di tolleranza) dal 31 % degli studenti.

Considerando invece le risposte esatte ad entrambe le domande (disegno delle ombre e indicazione corretta della direzione del Sud) si trova solo il 7.3 %, percentuale che sale al 25 % accettando come corretta la posizione delle ombre "a 180°".

Sull'esposizione del ragionamento fatto, sono relativamente poche le spiegazioni chiare anche se necessariamente concise: attorno al 21 %. Più spesso – nel 24 % dei casi – appaiono insignificanti o inconsistenti e quindi sostanzialmente inutili (a prescindere da errori di sintassi, grammatica e ortografia e dall'uso di un lessico quanto meno approssimativo ...). Un altro 24 % degli studenti dà spiegazioni contenenti errori e il restante 18 % non spiega i motivi delle risposte date.

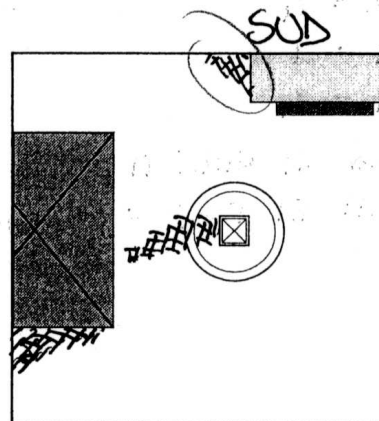
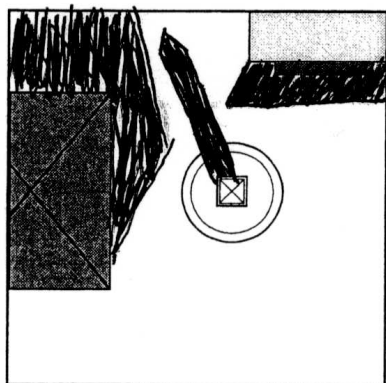
Si è ritenuto interessante prendere nota anche di indicazioni e affermazioni contenute nelle spiegazioni ma non richieste nel testo del problema, in particolare sul moto apparente del Sole e la posizione di tutti i punti cardinali: ne parlano circa il 26 % dei ragazzi; i tre quarti di questi citano la posizione del sorgere e tramontare del Sole, ma la quasi totalità cita i punti Est e Ovest ignorando o trascurando le variazioni stagionali. Sorprendentemente il 16 % di questi afferma che il Sole sorge ad Ovest e tramonta ad Est; e un quarto circa afferma in modo più o meno esplicito che a mezzogiorno si trova allo Zenit ("allo Zenit", "perpendicolare alla piazza", "al centro del cielo...").

Infine il 16 % dei ragazzi indica sulla mappa tutti i punti cardinali, ma circa un terzo di questi in maniera sbagliata.

Commenti alla correzione (e questioni aperte)

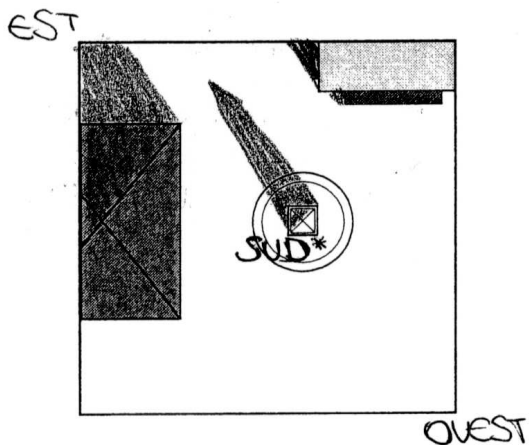
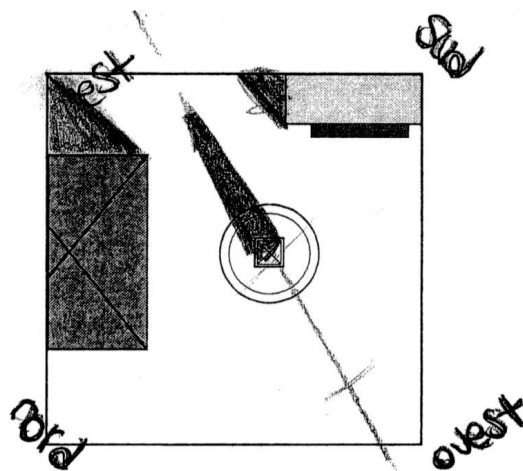
1) Come detto, quasi tutti hanno messo le ombre – giuste o sbagliate – e hanno scritto almeno qualche parola di spiegazione (giusta o sbagliata), ma fra questi molti non hanno indicato la posizione Sud. Perché non l'hanno localizzato o solo per non aver letto completamente il testo?

2) Nel disegno delle ombre abbiamo trovato molte contraddizioni. Ci aspettavamo di vedere o di intravedere che le ombre dei tre oggetti (i due edifici e l'obelisco) dessero un'idea di luce proveniente da un'unica direzione; quindi ombre con dei tratti paralleli. In vari casi le "tre" ombre risultavano chiaramente incoerenti fra di loro come nella figura che segue a sinistra. In altri casi, la risposta voluta si intravedeva ma in presenza di qualche particolare "fuori luogo", come nella figura a destra. Perché gli studenti avevano in mente un'idea sbagliata o perché non sapevano usare correttamente il linguaggio necessario, cioè non avevano competenze grafiche sufficienti?



3) Abbiamo trovato molti casi di ombre alle 16 nella stessa direzione delle ombre alle 10 ma nel verso opposto (in particolare per l'obelisco l'ombra sembra ottenuta con una simmetria centrale rispetto all'obelisco stesso o con una rotazione di 180°). Come interpretare la risposta? Tre possibilità sono le seguenti:

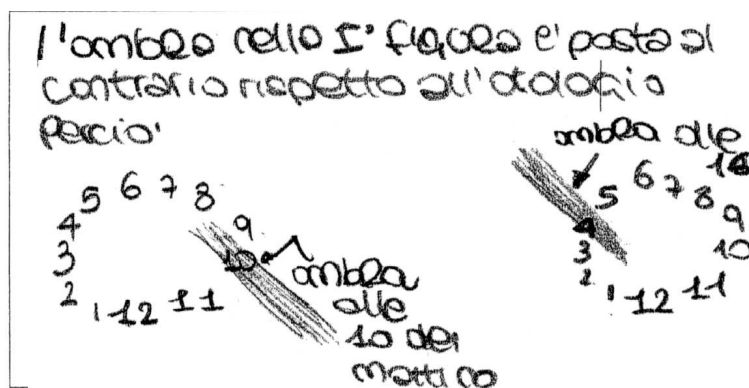
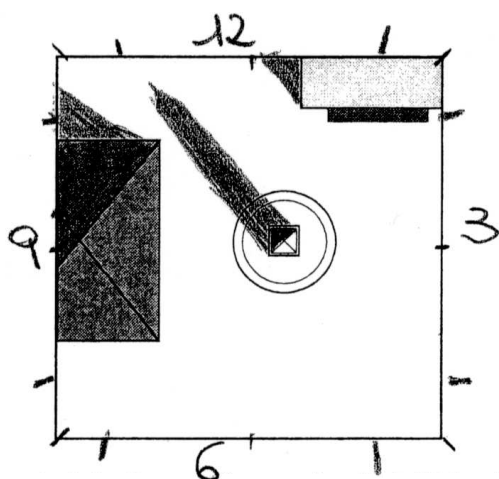
3.1) Lo studente ha visto bene il verso del moto del Sole ma ha estremizzato le sue posizioni: alle 10 sorge (o si trova) a Est e alle 16 tramonta (o si trova) a Ovest; in tali casi la risposta è completata con il Sud messo nell'angolo alto a destra del secondo disegno. La risposta è stata considerata sostanzialmente corretta.



* IL SUD E' SOPRA LA CITTA'.

3.2) Lo studente ha messo le ombre come sopra ma non ha disegnato il Sud; oppure l'ha messo a ridosso dell'obelisco, oppure con la spiegazione ha evidenziato un ragionamento del tipo: "il Sole nasce a Est, a mezzogiorno culmina allo Zenit (e quindi gli oggetti non danno ombre), poi tramonta a Ovest". La risposta è stata considerata sbagliata e in molti casi risultava coerente con l'errore nella risposta a uno dei test della prova; infatti il 64% di chi ha dato questa risposta, nel Q.11 aveva dato in modo analogo la risposta A oppure C ("Il Sole passa proprio sopra la testa")

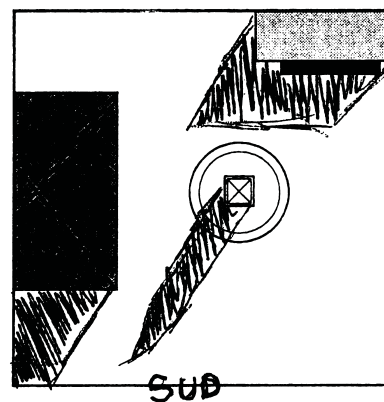
3.3) Lo studente ha messo le ombre come sopra e nella spiegazione o nel completare il disegno ha fatto capire di essersi riferito al quadrante di un orologio e al fatto che la lancetta alle ore 10 si trova diametralmente opposta alla posizione che ha quando sono le 16.



In questo caso probabilmente è stato indotto in errore dalla scelta delle ore, le 10 e le 16 che appunto sul quadrante dell'orologio sono alle estremità di un diametro. Ma è possibile che ci siano a monte anche nozioni scorrette.

4) Come detto sopra un buon numero di studenti afferma che il sole nasce a Ovest. È semplicemente un lapsus, è un'informazione che hanno ricevuto a monte, o sono stati indotti a questa risposta dalla formulazione del quesito, in particolare dal fatto che i punti cardinali non sono nella posizione consueta delle carte geografiche? Quando tale risposta è stata associata al simbolo "S" messo in basso sul disegno, abbiamo pensato ad un "ragionamento" (non esplicitato) del tipo: "Di solito nelle cartine il nord è in alto, il sud in basso, l'ovest a sinistra; se nel disegno l'ombra dell'obelisco alle 10 va verso il lato destro, il sole deve trovarsi a sinistra quindi è sorto ad Ovest."

5) In alcuni casi le ombre sono state messe correttamente (cioè le ombre alle 16 sono dirette con un angolo acuto rispetto a quelle delle 10) ma il Sud è in basso nel foglio. Ciò fa supporre che nel rispondere lo studente abbia fatto coincidere l'ombra che va in un certo verso con la luce che proviene da quella direzione.



Selezione di alcune risposte

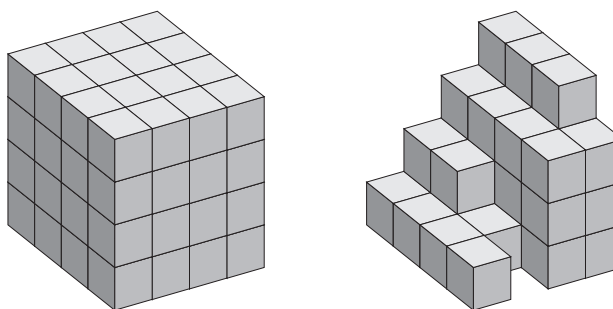
Concludiamo riportando un piccolo campionario di spiegazioni errate, in particolare relativamente al moto del Sole, ed uno per esemplificare casi di risposte inconsistenti o del tutto incomprensibili.

1) Spiegazioni contenenti errori di varia natura

- ▷ Se il sole nasce a ovest e le ombre sono dirette verso Sud, alle 16.00 le ombre si ripresenteranno uguali nella direzione inversa.
- ▷ Ho pensato che se il sole sorge a sud, nel pomeriggio sarebbe circa nel centro-destra perciò l'ombra sarà a sinistra (ombre incoerenti verso l'alto del disegno)
- ▷ Ho proiettato le ombre verso ovest perché il sole sta tramontando
- ▷ Il sole sorge sempre a est, quindi posso dedurre che alle 16 il sole sarà leggermente spostato verso nord-ovest.

- ▷ Perché alle 16 il sole è a nord pronto a tramontare
 - ▷ Se alle 10 del mattino il Sole è a **NORD OVEST** alle 16 è circa a **NORD EST**.
 - ▷ Ho fatto finta che un goniometro a 100 indicasse le ore 10.00. Quindi ho segnato dove il goniometro segna 160 per le ore 16:00 approssimativamente
 - ▷ Se a mezzogiorno il sole cade perpendicolarmente sulla piazza alle 16.00 il sole sarà spostato leggermente verso est visto che il sole sorge a ovest.
 - ▷ Questo avviene perché il sole verso le 12 sarebbe al centro e alle 16 è spostato dalla parte opposta.
 - ▷ Secondo me le 12:00 avrebbero avuto l'ombra perfettamente verticale e col passare del tempo è andato dall'altra parte.
 - ▷ Alle 10:00 il sole è a est e proietta le ombre verso ovest, mentre alle 16:00 il sole è a ovest e, appena passato mezzogiorno, momento in cui il sole è proprio sopra, proietta le sue ombre a est.
 - ▷ Alle 10:00 il Sole si trova a sinistra, quindi nel pomeriggio verso le 16:00 il Sole sarà sulla destra e naturalmente alle 12:00 sarà in alto
 - ▷ Tra le ore 12.00 e le ore 13.00 il sole dovrebbe cadere perpendicolarmente (sic) sull'obelisco quindi alle 16.00 l'ombra dovrebbe cadere opposta a quella delle 10.00 ma con una lunghezza minore.
- 2) Spiegazioni inconsistenti o incomprensibili
- ▷ Il sole si è spostato verso sinistra
 - ▷ Ho scoperto dove è sud
 - ▷ Perché sud è alla sinistra di est
 - ▷ Ho cercato di posizionare, dove batteva la luce del sole, e così ho potuto calcolare l'ombra (disegni incoerenti)
 - ▷ Il ragionamento è dato dal modo in cui lo guardiamo perché è come un orologio all'incontrario
 - ▷ Ho fatto girare un sole immaginario in senso orario anche se il sole sta fermo poi ho fatto lo stesso con la terra e sono arrivato ad una conclusione

PROBLEMA 3



Pierino, giocando con blocchetti cubici, prima ha montato una costruzione cubica compatta che aveva quattro blocchetti in larghezza, quattro in lunghezza e quattro in altezza, come nella figura a sinistra. Poi, annoiato, l'ha parzialmente smontata lasciando quello che vedi nella figura a destra.

- Quanti blocchetti ha tolto? Aggiungi qualche parola su come hai fatto il conto.

Griglia di correzione

Nella classificazione delle soluzioni del problema sono state utilizzate le seguenti categorie:

P Procedimento utilizzato:

- 1 Impossibile risalire al procedimento usato;
- 2 Solo descrizione qualitativa del procedimento;
- 3 Soluzione ottenuta per differenza;
- 4 Conteggio diretto delle lacune;
- x Nessuna indicazione.

R Risultato ottenuto:

- N Indicazione del risultato numerico finale errato;
- S Indicazione del risultato numerico finale corretto;
- x Non viene indicato alcun risultato.

S Spiegazione:

- 1 Presenza di commenti esplicativi significativi;
- 2 Presenza di commenti esplicativi non significativi.

Sintesi delle risposte

Il problema è stato affrontato dall'89% dei partecipanti al test. Tra questi hanno fornito il numero corretto dei cubetti rimossi il 66%, il 32% indicano un valore errato mentre gli altri (2%) non si pronunciano.

Per quel che riguarda la strategia messa in atto per giungere alla soluzione possiamo distinguere due filoni principali: nel primo rientrano coloro i quali hanno effettuato il calcolo della differenza tra cubetti inizialmente presenti e cubetti residui, il 69% di quanti hanno risposto al problema; nel secondo quelli che hanno direttamente conteggiato i cubetti rimossi nella seconda figura, il 17%. Osserviamo che in diversi casi (13%) i solutori si limitano ad indicare il solo risultato numerico o lo accompagnano con commenti troppo generici (e a volte contraddittori) per poterne ricavare il metodo di risoluzione usato, mentre i pochi restanti (1%) si fermano al calcolo del numero dei cubetti rimasti, forse per una errata lettura della domanda.

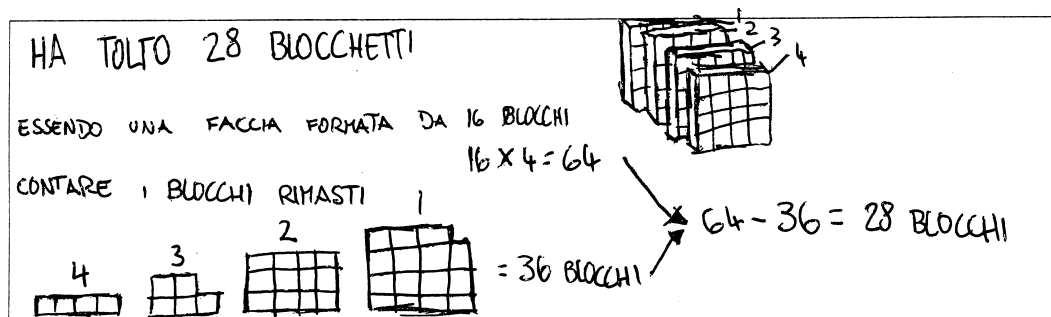
Nel testo del problema veniva richiesto di aggiungere qualche parola di commento ai calcoli eseguiti. Nella maggioranza dei casi i ragazzi hanno ritenuto sufficiente accompagnare le operazioni svolte con una frase tipo: *"Ho contato i blocchetti della prima figura e poi, dopo aver contato quelli della seconda, ho fatto la sottrazione"*. Espressioni simili a quella appena citata si ritrovano nel 35% degli elaborati e, quando non erano completate da altre spiegazioni, sono state ritenute non significative. Abbiamo invece annoverato tra i commenti significativi, oltre alle descrizioni esplicite delle procedure seguite, anche le semplici indicazioni dei valori numerici relativi alle somme parziali dei cubetti eseguite per raggiungere il risultato finale.

Entrando maggiormente nel merito dello svolgimento secondo il primo filone (differenza tra cubetti iniziali e residui) osserviamo che nel 21.8% di questi casi ci si limita a riportare il risultato finale, accompagnato al più dalla frase citata sopra, senza fornire altre informazioni. Nel 25.2% dei casi vengono aggiunti i valori del numero dei cubetti iniziali e di quelli finali, senza tuttavia indicare come siano stati ottenuti. Con l'aumentare dei dettagli, forniti dal 36.3% degli elaborati, scopriamo che la stima del numero iniziale di cubetti viene fatta principalmente calcolando il volume (68%), altri preferiscono contare i cubetti di uno "strato" (faccia del cubo) e moltiplicare per gli "strati" necessari a completare il cubo, (18%); con una certa frequenza, 14% dei casi, compare l'errore di calcolare il volume moltiplicando il numero di cubetti di una faccia per il numero di facce.

Negli ultimi elaborati di questo gruppo (17% circa) ritroviamo le stesse tipologie unite ad informazioni più ricche su come è stato organizzato il conteggio dei cubetti residui della seconda figura. Di seguito riportiamo un paio di esempi scelti per la loro originalità di impostazione nel cercare di ricondurre il secondo volume ad una forma più regolare e semplice da trattare.

- ▷ *"Ho diviso a metà diagonalmente, poi ho contato quanti cubetti mancavano per completare la figura e gli ho sottratti"*
- ▷ *"Se si inserisce un cubetto negli spazi vuoti del primo e dell'ultimo piano del cubo si forma una scala che osservata bene corrisponde a $4 \times 4 + 4 \times 3 + 4 \times 2 + 4 = 40$ cubetti"*

Nel secondo filone risolutivo (conteggio dei cubi rimossi) possiamo individuare tre sottoclassi. Nella prima troviamo quelli che si sono limitati a dire che la loro risoluzione si è basata sul conteggi degli spazi rimasti vuoti, 59 % dei casi. Nelle altre due troviamo spiegazioni un po' più dettagliate che mostrano come le strade seguite nell'organizzare il calcolo siano sostanzialmente due. Da una parte il problema viene affrontato suddividendo il solido per piani paralleli (v. figura seguente) e contando per ciascuno di essi i cubetti rimossi, 28 % dei casi; dall'altra si preferisce partire da una delle facce e ricostruire mentalmente le "file" di cubetti necessarie a riempire il volume, 13 % dei casi.



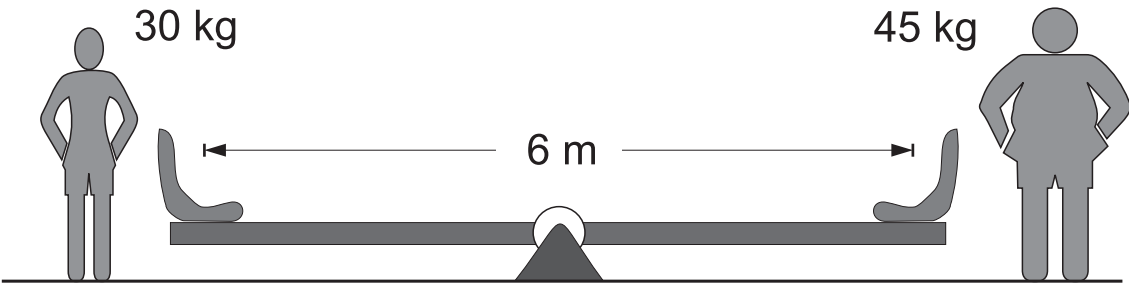
Selezione di alcune risposte

Dalla lettura delle risposte si ha la netta impressione di una grande fatica da parte degli studenti nel giustificare, o addirittura solo descrivere, quello che stanno facendo. In alcuni diversi casi cercare di ricostruire i loro ragionamenti è stato assai difficoltoso, in altri impossibile.

Per rendere meglio l'idea, ecco un piccolo campionario.

- ▷ Ho elevato alla terza le tre dimensioni del cubo e poi ho tolto dal prodotto i cubetti mancanti.
- ▷ Ha tolto 220 cubetti. Ho fatto la radice cubica di $4 = 256$. Ho tolto i 36 dai 256 e mi è risultato che Pierino ha tolto 220 blocchetti.
- ▷ Per prima cosa ho trovato il volume del cubo intero; poi l'ho diviso per il numero di cubetti in modo da ottenere il volume di un cubetto. Ho moltiplicato questo volume per il numero di cubetti della figura di destra, l'ho sottratto al volume del cubo ed il risultato è stato diviso per il volume di un cubetto.
- ▷ Ho fatto il conto sommando e a volte moltiplicando i vari cubetti
- ▷ Ne ha tolti 4 dato che ogni piano di cubetti ne deve avere 4 di questi ultimi.
- ▷ $4^2 \times 6 = 96$ quadratini cubo 1 39 quadratini $4^3 = 64V \text{ cm}^3$
 $96 : 64 = 1.5$ (vol. quadratino) $96 - 39 = 57$ (blocchetti tolti)
- ▷ Prima ho calcolato la superficie totale del cubo intero, poi ho calcolato la superficie totale del solido dentro il cubo smontato aggiungendo quelli che vedevo.
- ▷ $4 \times 4 = 16 \times 4 = 64 - 24 = 40$ li ho contati (secondo me ho sbagliato...)
- ▷ Ho calcolato l'aria del primo cubo e successivamente ci ho sottratto l'area di quello sfatto

PROBLEMA 4



I due amici, Smilzo e Ciccio, vogliono sedersi sull'altalena in modo da rimanere in equilibrio orizzontalmente. Se uno dei due si siede su un seggiolino, l'altro deve trovare la posizione giusta.

- Quale dei due si siede su un seggiolino e dove si siede l'altro? Disegna la posizione dei due amici sull'altalena, e spiega in poche parole come le hai scelte.

Griglia di correzione

Il problema 4 propone una situazione schematizzabile come una leva; l'equilibrio si realizza con l'uguaglianza dei momenti della forza peso di ciascun ragazzo valutato rispetto al perno dell'altalena, perciò Smilzo (S) si siede sul seggiolino e Ciccio (C) più avanti, a 2 metri dal centro.

La griglia di correzione prevede quattro sezioni:

- D Disegno qualitativo, anche senza indicazione di misure
- P Procedimento di calcolo
- R Risultato numerico
- S Spiegazione verbale del procedimento o delle indicazioni qualitative

Ognuna di queste è stata ulteriormente suddivisa come segue.

La sezione D è stata suddivisa in due voci:

- DS posizione di S, cioè S si siede sul seggiolino;
- DC posizione di C, cioè C si siede più vicino al fulcro.

A ciascuna di esse è stato assegnato valore

- S (sì) in caso di indicazione qualitativamente corretta;
- N (no) in caso di indicazione errata;
- x in caso di mancanza di indicazioni.

Sono stati classificati come corretti relativamente alla sezione D anche i disegni che prevedono di spostare il perno dell'altalena dalla parte di C, sebbene la risposta non sia verosimile e rispondente alla richiesta del testo, in quanto comunque è emersa l'idea che alla forza di maggiore intensità debba corrispondere un valore minore del braccio.

La sezione P è stata così classificata:

- 1 proporzione;
- 2 uguaglianza di prodotti, cioè dei momenti;
- 3 considerazioni sui rapporti;
- 4 procedimento sbagliato;
- x assenza di procedimento risolutivo.

Sono stati classificati come 1 quei procedimenti che utilizzano una proporzione sullo schema delle leve, del tipo $P : R = b_R : b_P$; mentre le soluzioni impostate secondo l'uguaglianza dei momenti $P \times b_P = R \times b_R$ sono state classificate come 2. In 3 abbiamo incluso strategie risolutive che utilizzano questo schema: "C pesa $3/2$ di S, quindi deve sedersi a $2/3$ di distanza dal centro dell'altalena".

In 4 rientrano procedimenti errati, fra cui quelli che pur partendo da una proporzione potenzialmente corretta arrivano ad una conclusione errata per il fatto di non aver dichiarato o non aver interpretato correttamente il significato dell'incognita presente nella proporzione. Altri tipici procedimenti errati compresi in questa categoria sono l'assunzione di proporzionalità diretta tra forza e relativo braccio, oppure quelli in cui la differenza di peso dei due ragazzi viene distribuita sull'asta. Sono state considerate corrette quelle risposte numeriche in cui risulta evidente un malinteso sulla lunghezza dell'altalena, qualora sia stata interpretata complessivamente di 12 m, 6 per parte.

La sezione R è stata così classificata:

- S per risultato numerico corretto;
- N per errato;
- x mancante.

La sezione S è stata suddivisa in quattro voci:

- 1 richiamo di una legge nota (quella delle leve);
- 2 buon senso con uso di termini impropri;
- 3 insignificante;
- 4 errata;
- x assenza di spiegazioni verbali.

Questa sezione si riferisce a spiegazioni verbali. In 1 sono comprese quelle risposte in cui è esplicito il riferimento alla legge dell'uguaglianza dei momenti, sia per uso di termini appropriati (come "fulcro, braccio, ...") sia per un'esposizione logica e coerente col testo del problema del contenuto della legge. Sono invece classificate in 2 quelle spiegazioni in cui emerge lo sforzo di parlare di un concetto senza essere in possesso della terminologia corretta; ad esempio chi afferma che, avvicinandosi al fulcro, "Ciccio pesa di meno". Rientrano in 3 quelle spiegazioni che nulla aggiungono ai calcoli o al disegno già fatti in precedenza, ad esempio: "ho risolto una proporzione" oppure "C deve sedersi più vicino al centro perché pesa di più". Risposte come quest'ultima, in assenza di disegno, sono state classificate nella sezione D.

Sintesi delle risposte

Il problema è stato proposto pensando che l'argomento "leve" faccia parte dei programmi normalmente svolti alla scuola media; è stato affrontato dal 76 % dei ragazzi.

Fra coloro che hanno risposto, il 77 % indica la posizione corretta di Smilzo sul seggiolino, il 74 % indica la posizione qualitativamente corretta di Ciccio più vicino al fulcro, mentre il 16 % dà indicazioni errate anche solo da un punto di vista qualitativo, cioè avvicinano al fulcro il ragazzo che pesa meno e lasciano all'estremo dell'altalena il ragazzo più pesante.

Passando a valutazioni quantitative però i risultati cambiano: il 27 % indica in maniera errata la distanza di Ciccio dal fulcro o per errori nella risoluzione numerica della proporzione o per errori di impostazione del procedimento risolutivo: ad esempio, la proporzione impostata è errata perché esprime una proporzionalità diretta anziché inversa, oppure la proporzione potrebbe essere corretta, eventualmente contiene anche i termini di potenza, resistenza e braccio, ma l'incognita, il cui significato non viene preventivamente dichiarato, viene poi interpretata come distanza da uno dei due estremi dell'altalena anziché dal fulcro.

Non mancano casi di risposte in cui uno dei due ragazzi dovrebbe sedersi fuori dell'altalena.

Fra i risultati numericamente errati è abbastanza diffuso quello per cui il ragazzo più pesante deve sedersi a metà del suo tratto di altalena, risposta data in genere senza alcun procedimento di calcolo che la giustifichi. I risultati errati sono comunque pari al 27 % di coloro che affrontano il problema, mentre nel 43 % dei casi manca un risultato numerico.

Per quanto riguarda la sezione procedimento di calcolo (P) si ha la seguente ripartizione:

1	2	3	4	x
12 %	11 %	5 %	15 %	57 %

Sulla sezione delle spiegazioni (S) si ha la seguente ripartizione:

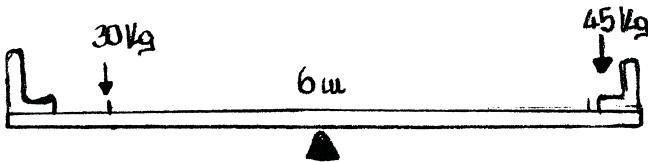
1	2	3	4	x
6 %	10 %	16 %	9 %	58 %

Selezione di alcune risposte

Si conclude con una piccola antologia di spiegazioni curiose; tra parentesi quadre è riportata la classificazione adottata: i cinque caratteri danno nell'ordine i codici relativi a DS, DC, P, R ed S secondo quanto indicato sopra.

- 1) Spiegazione con richiamo di una legge nota: quella delle leve.
 - ▷ *Le leve per essere il perfetto equilibrio devono avere lo stesso peso su ogni braccio. Il peso viene calcolato moltiplicando la lunghezza del braccio al peso del peso perciò diminuendo la lunghezza del braccio del peso più pesante la leva si trova il equilibrio⁴ [SSxx1]*
 - ▷ *S. si siede sul seggiolino, mentre C. sul braccio della leva, cioè sulla "canna". Ho scelto così perché l'altalena, quindi la leva, per essere in equilibrio la potenza deve essere uguale alla resistenza e siccome C. pesa di più del compagno si è dovuto mettere più vicino al fulcro, così da fare meno resistenza [SSxx1]*
- 2) Spiegazione con uso di termini impropri.
 - ▷ *S., che pesa di meno, si siede sul seggiolino in maniera da esercitare tutto il suo peso e quindi a 6 m di distanza dal seggiolino di C.. C. invece non potrà sedersi sul seggiolino perché eserciterebbe il suo peso e quindi vi sarebbe differenza. Quindi si siede a 5 m dal sedile di S. in maniera che il suo peso si distribuisca più uniformemente [SSxS2]*
 - ▷ *Ho pensato che colui che era più peso doveva sedersi poco più in là della sua metà perché più che si allontanava dal fulcro più il suo peso aumentava [SSxx2]*
 - ▷ *S. si siede sul seggiolino e C. si siede più vicino al fulcro così il suo peso diminuisce [SSxx2]*
 - ▷ *L'amico di 30 kg si siede sul seggiolino mentre l'altro si trova a 2/3 dell'altalena ma dall'altra parte. Così il peso di 45 kg, non essendo all'estremità, non si esercita del tutto, ma solo i suoi 2/3, cioè 30 kg [SS3S2]*
 - ▷ *Ho diviso mentalmente il peso di C. nei 3 m della sua parte e per fargli avere lo stesso peso l'ho fatto avanzare di 1 m per togliergli 15 kg immaginari mentre a S. occorre il suo peso reale. [SS1S2]*
 - ▷ *Gli ho scelti così perché se quello grasso si mette sul seggiolino in qualsiasi modo si mette quello secco va giù. Mentre invece se quello grasso si mette nel mezzo e quello secco sul seggiolino, c'è contrappeso [SSxx2]*
- 3) Spiegazione non significativa.
 - ▷ *Se C. si siede in una posizione più avanzata rispetto a quella di S. l'altalena si terrà in equilibrio [SSxx2]*
 - ▷ *Prima sale S. e dopo C., perché così facendo vede la posizione giusta per non far alzare il seggiolino a S. [SSxx3]*
- 4) Spiegazione errata.

Uso della proporzionalità diretta, come nell'esempio riportato qui sotto in figura.



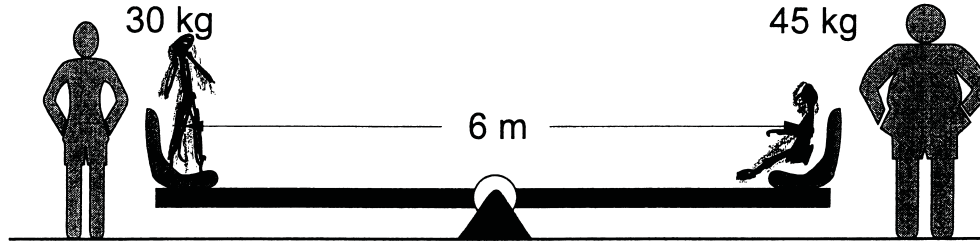
Ho prima di tutto diviso a metà i sei metri dopo di che ho risolto con i seguenti calcoli:

$$3 : 45 = x : 30 \quad x = 2$$

[Per tanto perché l'altalena sia in equilibrio il più pesante deve sedersi a 2m dal fulcro.]

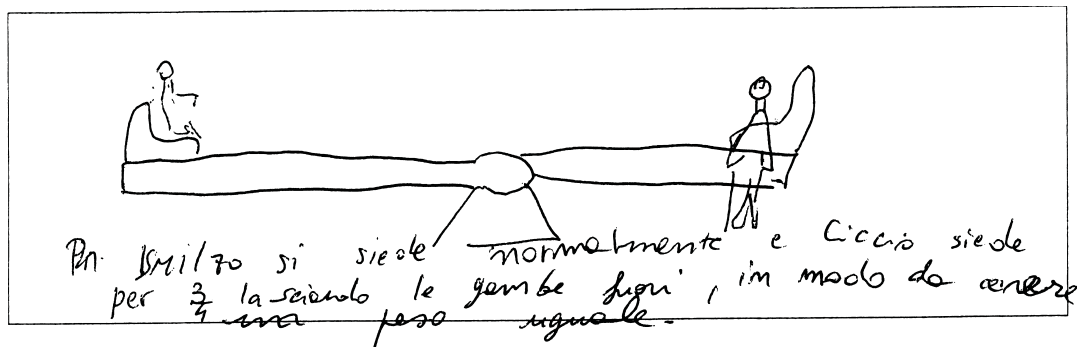
- ▷ L'amico che pesa di più si deve mettere a sedere. Quello che pesa meno deve rimanere in piedi. In modo che ci sia un rapporto uguale tra massa e altezza [SNxx4] (v. figura seguente.)

PROBLEMA 4



- ▷ Ho sottratto il peso maggiore a quello minore e ho diviso il risultato per la lunghezza totale della bilancia [SS4N4]
- ▷ C. si siede sul seggiolino. Ho calcolato il rapporto che c'era tra il peso di C. e di S., poi ho riportato il rapporto sull'altalena e ho visto che S. si doveva sedere sulla quarta parte dell'altalena [NNxx4]
- ▷ S. si deve sedere più verso il centro dell'altalena per stare in equilibrio, perché avvicinandosi al centro (fulcro) esercita una forza maggiore con la sua leva [NNxx4]
- ▷ S. pesa 30 kg e ha 6 m a disposizione. C. pesa 15 kg in più di S. che sono la metà dei suoi chili. Quindi per stare in equilibrio ha bisogno di 3 m e quindi si mette più o meno al centro [SS3N4]
- ▷ S. si siede normalmente e C. siede per lasciando le gambe fuori, in modo da creare un peso uguale [SSxx4]
- ▷ S. dovrà sedersi normalmente, mentre C. dovrà allungare le gambe per distribuire maggiormente il suo peso [SNxx4]

E infine due tra le risposte più bizzarre, nella loro versione autografa, qui sotto in figura:



6. Considerazioni conclusive

Il quesito Q5 e il problema P1 vertono sulla proporzionalità diretta pura ed hanno avuto alta percentuale di successo, il che potrebbe far pensare che l'argomento in questione sia largamente acquisito. Tuttavia, il quesito Q4, che verte sempre sulla stessa competenza ma mediata da conoscenze collaterali (peso specifico), dimostra una padronanza più limitata.

Il quesito Q6 e il problema P4 trattano della proporzionalità inversa e hanno registrato percentuali di successo decisamente più basse di quelle relative alla proporzionalità diretta. Va comunque osservato che il Q6 richiede la padronanza della proporzionalità inversa in un contesto di calcolo letterale oltre a quella dell'uso delle frazioni, mentre il P4 propone la proporzionalità inversa attraverso la conoscenza della legge delle leve.

I quesiti Q1, Q3, Q9 e Q10 richiedono di interpretare un testo espresso con linguaggi diversi: in particolare, algebrico per Q1 e Q9, grafico per Q3, simbolico per Q10. L'esito dei primi tre può essere considerato più che buono, mentre il Q10 registra una percentuale di successi decisamente più bassa. Nello stesso quesito risulta molto elevata la scelta dell'alternativa che esclude il generatore dal circuito: resta il dubbio se tale scelta derivi da incapacità di lettura dello schema o dalla mancanza di una conoscenza pratica di senso comune.

Anche nei quesiti Q7, Q11, Q12 e nel problema P2 potevano essere utilizzate conoscenze di senso comune, indipendentemente da quelle scolastiche. In tutti questi casi, la percentuale relativamente bassa di risposte corrette e la dispersione sulle risposte sbagliate denota difficoltà di acquisire ed elaborare informazioni dall'osservazione diretta.

Per rispondere ai quesiti Q4, Q7, Q8 e Q9 era necessaria la conoscenza del concetto di peso specifico; quando tale conoscenza interviene in modo esclusivo e diretto il numero delle risposte giuste è risultato elevato in entrambi i campioni; quando è inserita in un contesto più ampio (Q4, Q7, Q8) le risposte corrette sono notevolmente diminuite e soprattutto si sono diversificate nei due campioni.

A conclusione di questa indagine proponiamo alcune riflessioni a cui un insegnante di classe prima può fare riferimento o che possono essere tenute presenti in una riformulazione di indagini analoghe.

Il campione utilizzato è piuttosto ampio ma presenta un solo tipo di disomogeneità, cioè fra classi SCN e classi ALT in licei; per altro questa distinzione è emersa solo *a posteriori* durante l'analisi delle risposte mentre non era stata prevista nella stesura e nella somministrazione del questionario. Potrebbe essere interessante estendere intenzionalmente il sondaggio differenziando il campione tra tipi diversi di istituti.

Il numero di quesiti e problemi è stato contenuto in considerazione del tempo assegnato (un'ora). Di fatto, mentre il tempo è risultato ampiamente sufficiente, il basso numero di quesiti ha limitato il campo di indagine, sia costringendo ad escludere argomenti, sia impedendo l'approccio ad uno stesso argomento da più punti di vista.

Dai risultati è emerso che quando un quesito propone un determinato contenuto in forma "atomica", esso riscuote maggior successo di quando presenta lo stesso contenuto in forma "molecolare", cioè aggregato ad altre conoscenze. Si nota inoltre che nei quesiti molecolari è più accentuato il divario tra i gruppi SCN e ALT. Ciò suggerisce pertanto che sarebbe stato opportuno organizzare il questionario in modo che la distribuzione di quesiti atomici e quesiti molecolari fosse più organica e più mirata.

Accanto a quesiti che hanno ottenuto molte risposte esatte e che denotano la presenza di conoscenze raggiunte con certezza, ce ne sono altri di minor successo, soprattutto quelli relativi a osservazioni e conoscenze di senso comune, se pure indagate in settori molto limitati. Ciò denota da un lato un limite nello sviluppo di tali capacità da parte degli studenti in questa fascia di età e una carenza nel raggiungimento di un obiettivo a nostro parere fondamentale nella didattica della scuola dell'obbligo; ma anche dall'altro, un dato di fatto da cui partire per organizzare i piani di lavoro e scegliere il metodo didattico nella scuola secondaria.

Un'ultima considerazione in riferimento ai problemi e alle richieste di fornire brevi spiegazioni verbali. Abbiamo constatato che tale richiesta spesso è stata disattesa anche in presenza di soluzioni corrette e che quando è presente viene per lo più intesa come una semplice descrizione a parole dei procedimenti di calcolo e non come una motivazione delle scelte adottate. Segnaliamo inoltre gravi e diffuse difficoltà linguistiche (ortografiche, grammaticali, sintattiche e di lessico) che potrebbero costituire utile materia di riflessione anche per i colleghi di italiano. È anche per questo motivo che abbiamo riportato un'ampia antologia di citazioni.

NOTE:

- ¹ I programmi necessari e la redazione del testo sono stati curati da U. Penco.
- ² E. Fabri e P. Nesti per il problema n. 1; R. Bagnolesi e U. Penco per il n. 2; G. Vissani, M. Nacher e F. Giovannetti per il n. 3; F. Menozzi e L. Gnesi per il n. 4.
- ³ Si tratta della strada di grande comunicazione Firenze-Pisa-Livorno, a due carreggiate, ciascuna con due corsie, separate da spartitraffico e prive di corsie d'emergenza.
- ⁴ Come detto si tratta di una citazione testuale; non ci sono errori di battitura!