

**FISICA I per Matematica- Prova scritta - A.A. 2014/15**  
**Sessione invernale- Primo appello**  
Venerdì 23 gennaio 2015 - ore 9

Problema 1

Il pendolo balistico è un semplice strumento utilizzato per misurare la velocità di un proiettile. Si tratta essenzialmente di un bersaglio di massa  $M$  appeso a un filo di lunghezza  $L$  e di massa trascurabile. Il bersaglio è quindi libero di muoversi su un arco di cerchio (come un normale pendolo). Inizialmente il bersaglio è fermo in posizione verticale. Il proiettile, la cui massa  $m$  è anch'essa nota, viene sparato contro il bersaglio, nel quale rimane incastrato. Per effetto della collisione il bersaglio si mette in moto e, senza perdere energia nel corso del moto, raggiunge un angolo massimo  $\theta_0$  rispetto alla verticale.

Dalla misura di  $\theta$  è possibile risalire alla velocità iniziale  $v_0$  del proiettile.

1) Indicando con  $v_1$  la velocità del sistema bersaglio+proiettile subito dopo la collisione, calcolarne il valore in funzione di  $v_0$  e delle masse.

2) Calcolare  $v_0$  in funzione dei parametri indicati nel testo ( $M, m, L$ ), dell'angolo massimo raggiunto  $\theta_0$  e dell'accelerazione di gravità  $g$ .

3) Determinare quale sia la massima velocità misurabile con questo strumento in funzione dei parametri indicati e di  $g$ , tenendo conto del fatto che l'angolo massimo utile corrisponde alla posizione orizzontale del filo.

Problema 2

Un corpo di massa  $m$  si muove nel campo gravitazionale di una stella di massa  $M \gg m$  percorrendo un'orbita parabolica. Il momento angolare del corpo è noto e vale  $L$ . Si indichi con  $G$  la costante di gravitazione universale.

1) Determinare la velocità  $v_0$  del corpo quando si trova a una distanza  $r_0$  dalla stella.

2) Determinare in funzione dei dati indicati nel testo il valore della distanza minima  $r_m$  dalla stella che il corpo potrà raggiungere nel corso della fase di avvicinamento.

3) Assumendo che, quando il corpo si trova alla distanza  $r_0$ , la sua traiettoria formi un angolo  $\theta_0$  con la retta che congiunge il corpo alla stella, determinare il valore della distanza minima  $r_m$  come funzione di  $r_0$  e  $\theta_0$ , mostrando che ogni altro parametro può essere eliminato dalla formula finale.

Problema 3

Si consideri un ciclo di Carnot costituito da una sola mole di gas perfetto che compie il ciclo partendo dal volume minimo  $V_A$  alla temperatura massima  $T_A$ , giungendo con un'isoterma seguita da un'adiabatica al volume massimo  $V_C$  e alla temperatura minima  $T_C$  e tornando allo stato di partenza con un'isoterma seguita da un'adiabatica.

1) Si calcolino i volumi intermedi  $V_B$  e  $V_D$ , occupati dal gas al passaggio dalle isoterme alle adiabatiche, come funzioni delle temperature e dei volumi (minimi e massimi) indicati nel testo e in dipendenza dal parametro  $\gamma \equiv c_p/c_v$ .

2) Si calcolino i valori dei rapporti  $p_A/p_B$  e  $p_D/p_C$  in funzione di  $V_A, V_C, T_A, T_C, \gamma$  e si confrontino i risultati.

3) Si calcoli il lavoro compiuto nel ciclo in funzione di  $V_A, V_C, T_A, T_C$  e  $\gamma$ .