FISICA I per Matematica- Prova scritta - A.A. 2015/16
Sessione estiva - Secondo appello
Lunedì 27 giugno 2016 - ore 9

Problema 1

In alcuni processi anelastici a livello microscopico l'energia meccanica totale si riduce di una quantità non arbitraria ma prefissata ΔE (energia di eccitazione). Assumiamo che un processo di questo tipo avvenga nel riferimento "del laboratorio", in cui una particella di massa m_1 dotata di velocità u_1 collide con una particella ferma di massa m_2.

1) Calcolare la velocità relativa tra le due particelle dopo la collisione $v_r = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|$, in funzione di u_1, ΔE e dei valori delle masse.

2) Determinare, in funzione di ΔE e delle masse, la cosiddetta "energia di soglia", ovvero il minimo valore dell'energia cinetica inizialmente posseduta dalla particella in movimento compatibile con la possibilità che avvenga il processo anelastico ipotizzato. Commentare il significato qualitativo del limite $m_1/m_2 \to 0$.

3) Determinare nel riferimento del centro di massa il valore delle energie cinetiche delle due particelle alla soglia, prima e dopo la collisione, in funzione di ΔE e delle masse.

Problema 2

Si consideri il sistema descritto dalla Lagrangiana (con E_0 e m_0 costanti)

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = -E_0\sqrt{1 - \frac{m_0\mathbf{v}^2}{E_0}} - V(\mathbf{r}).$$

1) Scrivere le equazioni del moto in forma vettoriale usando per il vettore formato dalle derivate parziali di V rispetto alle coordinate di $\mathbf{r}$ la notazione $\nabla V(\mathbf{r}) \equiv -\mathbf{F}(\mathbf{r})$.

2) Determinare la dipendenza dell'inerzia (intesa come coefficiente dell'accelerazione nelle equazioni del moto) dai parametri m_0 ed E_0 e dal modulo della velocità $|\mathbf{v}|$ nei casi in cui la velocità sia rispettivamente parallela e ortogonale all'accelerazione.

3) Dimostrare che vale in generale la relazione

$$\frac{d}{dt}\Big[\frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{m_0\mathbf{v}^2}{E_0}}}\Big] = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

e che di conseguenza è conservata la quantità $\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{m_0\mathbf{v}^2}{E_0}}} + V(\mathbf{r})$.