

**FISICA I per Matematica- Prova scritta - A.A. 2014/15**  
**Sessione autunnale - Secondo appello**  
Giovedì 17 settembre 2015 - ore 9

Problema 1

Una massa  $m$  soggetta alla gravità  $g$  si trova inizialmente alla sommità di una cupola emisferica di raggio  $R$  posata su un piano orizzontale. Alla massa viene impressa una velocità iniziale  $v_0$  che soddisfa la relazione  $v_0^2 = \alpha gR$ , con  $1 \geq \alpha \geq 0$ . La velocità iniziale è diretta orizzontalmente, e di conseguenza la massa inizia a scendere lungo la cupola.

1) Calcolare in funzione di  $\alpha$  il valore dell'angolo  $\theta_1$  per il quale avviene il distacco della massa dalla cupola.

2) Calcolare, in funzione di  $\alpha$  e  $gR$ , il valore del modulo quadro  $v_1^2$  della velocità posseduta dal corpo al momento del distacco.

3) Calcolare in funzione di  $\theta_1$  il valore del rapporto  $D/R$ , dove  $D$  è la distanza tra il punto di contatto della massa con il piano su cui posa la cupola e il centro della base della cupola stessa.

Problema 2

. Un pendolo di lunghezza  $l$  e massa  $m$  oscilla su un piano verticale in un campo di gravità  $g$ . Il piano ruota a velocità angolare costante  $\Omega$  intorno a un asse verticale passante per il punto di sospensione del pendolo.

1) Scrivere la Lagrangiana del sistema e derivare le equazioni del moto.

2) Determinare la condizione per l'equilibrio dinamico del sistema sulla base dei parametri assegnati, distinguendo i possibili scenari che si verificano al variare del valore di  $\Omega$ .

3) Calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio dinamico, tenendo conto anche in questo caso dei possibili differenti scenari identificati nella risposta alla domanda precedente.