

FISICA I per Matematica- Prova scritta - A.A. 2015/16
Sessione invernale - Primo appello
Lunedì 23 gennaio 2017 - ore 9

Problema 1

Un corpo di massa m si muove su un piano verticale restando vincolato a un filo di lunghezza iniziale l_0 che nel corso del moto si avvolge intorno a un cilindro (non rotante) di raggio R il cui asse è ortogonale al piano su cui avviene il moto. All'inizio il filo è verticale e il corpo ha velocità (orizzontale) $v_0 = \sqrt{2gl_0}$. Si consideri come variabile dinamica l'angolo θ tra la direzione istantanea del filo e la verticale: $\theta_0 = 0$. L'accelerazione di gravità è g .

1) Si calcolino, in funzione di θ , delle derivate di θ e dei parametri R ed l_0 , le componenti dell'accelerazione lungo la direzione del filo e lungo la direzione ortogonale al filo (che coincide con la direzione della velocità istantanea).

2) Si scriva la legge di conservazione dell'energia E , si calcoli E scegliendo l'origine dell'energia potenziale al centro del cilindro e si dimostri che, derivando l'energia rispetto al tempo, si può ottenere un'equazione che coincide con la legge del moto per la componente tangenziale dell'accelerazione.

3) Si ricavi in funzione di θ (ma non delle sue derivate) il valore istantaneo della tensione T del filo dalla legge del moto per la componente trasversale dell'accelerazione.

Problema 2

Un missile balistico è lanciato dalla superficie terrestre con velocità iniziale v .

1) Quale deve essere l'angolo iniziale θ_M della velocità rispetto al suolo se si vuole che il missile cada alla massima distanza possibile, trascurando la rotazione terrestre e la resistenza dell'aria ma assumendo che non sia in generale trascurabile la variazione di intensità del campo gravitazionale in funzione della distanza dal suolo? Si esprima il risultato in funzione della sola variabile (adimensionale) $\alpha = v^2R/GM$, dove R è il raggio terrestre, M è la massa della Terra e G è la costante di gravitazione universale.

2) Assumendo che l'angolo iniziale sia quello calcolato nella risposta alla domanda precedente, quale sarà la lunghezza dell'arco di circonferenza D tra il punto di partenza e il punto di arrivo? Si esprima il risultato in termini delle variabili R e α .

3) Si calcoli la risposta alla domanda precedente nel limite $\alpha \rightarrow 0$ e si confronti il risultato con la formula della gittata.