

**FISICA I con Laboratorio- Prova scritta - A.A. 2014/15**  
**Sessione invernale - Secondo appello**  
Venerdì 19 febbraio 2016 - ore 9

Problema 1

Si consideri un sistema costituito da  $N$  corpi di masse diverse  $m_i$  che interagiscono tutti tra loro con interazioni binarie la cui legge di forza (attrattiva) ha la forma generale  $\mathbf{F}_{ij} = K m_i m_j (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ .

- 1) Scrivere l'equazione del moto per la particella  $i$ -esima.
- 2) Mostrare che la stessa equazione del moto, scritta nel riferimento del centro di massa, può essere riformulata in funzione della sola variabile dinamica  $\mathbf{r}_i$ .
- 3) Calcolare l'energia potenziale totale nel riferimento del centro di massa come somma di termini dovuti alle interazioni binarie, e mostrare esplicitamente che può ridursi alla somma di  $N$  termini, ciascuno dipendente da una singola variabile  $\mathbf{r}_i$ .

N.B. Se si incontrano difficoltà nella trattazione del caso generale, si affronti il problema limitandosi al caso  $N = 3$ .

Problema 2

Un secchio cilindrico di raggio  $R$  contiene un liquido incompressibile che in condizioni di quiete raggiunge un'altezza  $h$  all'interno del secchio. Quando il secchio è posto in rotazione intorno al proprio asse verticale con velocità angolare costante  $\omega$  il liquido entra anch'esso in rotazione e, raggiunta la condizione di equilibrio dinamico, risulta disposto in modo tale che la superficie del liquido risulti in ogni punto ortogonale alla risultante delle forze agenti sul liquido stesso.

1) Determinare la forma della curva che rappresenta il profilo della superficie di rotazione, esprimendola mediante la funzione  $y(x)$  dove  $y$  è una coordinata verticale (misurata a partire dal fondo del secchio) e  $x$  è una coordinata radiale (misurata a partire dall'asse di rotazione del secchio).

2) Calcolare, in funzione di  $\omega$ ,  $R$  e  $g$ , di quanto si abbassa la superficie del liquido, nel punto più basso, rispetto al valore a riposo  $h$ .

3) Calcolare il rapporto tra il momento d'inerzia del fluido in rotazione e il momento d'inerzia del fluido in quiete, esprimendo il risultato esclusivamente in funzione del rapporto adimensionale  $\frac{\omega^2 R^2}{g h}$  e verificando la coerenza con il limite  $\omega \rightarrow 0$ .