

MECCANICA CLASSICA- Prova scritta - A.A. 2010/2011
Sessione invernale - Primo appello
Venerdì 4 Febbraio 2011 - ore 9

La prova consiste nei problemi **A.1, R.1, S.1**. Il tempo a disposizione è di tre ore.

Il recupero della prima prova in itinere consiste nei problemi **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di due ore.

La prova scritta di Fisica aIII consiste nei problemi **A.1, A.2, R.1**. Il tempo a disposizione è di tre ore. La prova scritta di Fisica aIV consiste nei problemi **S.1, S.2**. Il tempo a disposizione è di due ore.

Problema A.1

Un sistema è costituito da due aste, connesse tra loro a un'estremità, aventi lunghezza rispettiva l_1 e l_2 . La prima asta ruota su un piano orizzontale intorno a un asse verticale passante per l'estremo libero dell'asta stessa, mentre la seconda asta può ruotare intorno alla prima ma deve restare su un piano verticale ortogonale alla prima asta. Le due aste hanno massa trascurabile, mentre all'estremo libero della seconda asta è ancorata una massa m , soggetta alla gravità.

Nell'ipotesi in cui la prima asta ruoti con velocità angolare costante ω :

- 1) Determinare la Lagrangiana esatta per la massa m .
- 2) Calcolare le posizioni di equilibrio dinamico della massa m , discutendone la stabilità al variare del rapporto tra i parametri del problema.
- 3) Calcolare, in funzione dei parametri del problema, la frequenza delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio stabile.

Problema A.2

Si consideri la trasformazione

$$q = \alpha (P + \beta)^\gamma \sin Q, \quad p = \alpha (P + \beta)^\gamma \cos Q.$$

- 1) Si determini per quali valori di α , β e γ la trasformazione è canonica.
- 2) Nei casi in cui la trasformazione è canonica si costruisca una funzione generatrice di tipo F_1 e una di tipo F_3 .

Problema R.1

Un'astronave in volo di avvicinamento a Terra con velocità costante v si trova, all'istante terrestre $t = 0$, a una distanza L da Terra (misurata nel riferimento terrestre).

All'istante $t = 0$ viene inviato da Terra un segnale e.m. verso l'astronave, con richiesta di immediata conferma. Al momento del ricevimento a Terra della conferma parte da Terra una seconda astronave che viaggia con velocità costante u dirigendosi verso la prima. Quando le due astronavi si incontrano inviano un secondo segnale di conferma a Terra.

- 1) Quanto tempo terrestre trascorre tra la partenza della seconda astronave e la ricezione del secondo segnale di conferma?
- 2) Quanto tempo trascorre, nel riferimento della prima astronave, tra la ricezione del primo segnale e l'incontro con la seconda astronave?

Problema S.1

Un recipiente termicamente isolato di forma cilindrica ha sezione A e la base inferiore giace su un piano orizzontale, mentre il recipiente è chiuso superiormente da un pistone scorrevole di massa M , perfettamente isolante e perfettamente stagno. Il recipiente contiene n moli di gas perfetto biatomico.

Inizialmente il pistone è bloccato a un'altezza h_0 (misurata rispetto alla base inferiore) e il gas esercita una pressione p_0 , mentre la pressione sulla superficie esterna del pistone è e resta trascurabile.

Quando il pistone viene sbloccato, esso si muove sotto l'azione del proprio peso e della pressione interna del gas. A causa dell'attrito il pistone finisce con l'arrestarsi in una posizione di equilibrio meccanico, avendo trasferito al gas la propria energia cinetica sotto forma di calore. Siano h e p i valori dell'altezza del pistone e della pressione del gas quando il pistone si trova all'equilibrio meccanico.

1) Calcolare il valore di p e di h all'equilibrio, come funzioni dei parametri sopra specificati e di g .

2) Calcolare la variazione della temperatura e dell'entropia del gas tra l'inizio e la fine del processo, come funzioni dei parametri, di g e della costante dei gas R .

3) Mostrare che la variazione dell'entropia è comunque positiva, indipendentemente dal verso del movimento, per tutti i valori accettabili dei parametri, e che il processo risulta approssimativamente adiabatico quando $|h - h_0| \ll h_0$.

Problema S.2

Una lega metallica è costituita per il 25% da oro e per il 75% da rame. A basse temperature gli atomi si dispongono in una struttura ordinata per cui gli atomi d'oro formano un reticolo cubico e gli atomi di rame occupano il centro di tutte le facce dei cubi (formando quindi tre reticoli cubici per ogni reticolo di atomi d'oro). A temperature elevate il sistema è disordinato e ogni sito di ciascuno dei reticoli sopra descritti può essere occupato indifferentemente da un atomo d'oro o da uno di rame.

Si consideri un sistema costituito da N atomi d'oro e $3N$ atomi di rame.

1) Calcolare il numero degli stati microscopici a basse temperature e il numero di stati microscopici ad alte temperature nell'ipotesi che gli atomi di ciascun metallo siano tra loro distinguibili.

2) Calcolare il numero degli stati microscopici nelle due fasi nell'ipotesi (fisicamente corretta) che gli atomi di un dato metallo siano fra loro indistinguibili.

3) Calcolare la variazione di entropia per mole nella transizione di fase da basse ad alte temperature nelle due ipotesi precedenti (facendo uso della formula di Stirling) e si mostri che il risultato è in entrambi i casi lo stesso.