MECCANICA CLASSICA- Prova scritta - A.A. 2010/2011
Sessione invernale - Secondo appello
Venerdì 25 Febbraio 2011 - ore 15

La prova consiste nei problemi **A.1, R.1, S.1**. Il tempo a disposizione è di tre ore.

Il recupero della prima prova in itinere consiste nei problemi **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di due ore.

La prova scritta di Fisica aIII consiste nei problemi **A.1, A.2, R.1**. Il tempo a disposizione è di tre ore. La prova scritta di Fisica aIV consiste nei problemi **S.1, S.2**. Il tempo a disposizione è di due ore.

Problema A.1

Un corpo di massa m è libero di muoversi su un piano inclinato che incontra l'asse delle x nel punto x_0 e l'asse delle y nel punto y_0. Il corpo è connesso all'origine degli assi da una molla di costante K e lunghezza trascurabile.

1) Scrivere la Lagrangiana del sistema.

2) Determinare la posizione di equilibrio del corpo.

3) Calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni intorno all'equilibrio.

Problema A.2

Si consideri la Lagrangiana di un sistema a due gradi di libertà, descritti dalle coordinate generalizzate x e y, e si ammetta la possibilità che, oltre a termini cinetici (quadratici nelle velocità generalizzate) e a termini di energia potenziale (indipendenti dalle velocità) siano presenti nella Lagrangiana termini lineari nelle velocità, aventi la forma generale

$$A(x,y)\dot{x} + B(x,y)\dot{y}.$$

1) Si dimostri che, nel caso in cui si verifichi la condizione

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x},$$

i termini lineari nelle velocità non possono influenzare le equazioni del moto.

2) Si dimostri quindi che, nel caso indicato nella domanda 1), il contributo alla Lagrangiana dei termini lineari nelle velocità può essere scritto come la derivata totale rispetto al tempo di una funzione $F(x,y)$.

Problema R.1

Si consideri il processo di decadimento in tre corpi $M \to m + \gamma + \gamma$, nel quale alle particelle massive M ed m sono associati rispettivamente i quadrimpulsi P^μ e p^μ, mentre ai due fotoni sono associati i quadrimpulsi k_1^μ e k_2^μ.

Si introducano le variabili di Mandelstam $s = (P-p)^2$, $t = (P-k_1)^2$, $u = (P-k_2)^2$, con la proprietà che $s + t + u = M^2 + m^2$, e si noti che i vincoli cinematici impongono che la frontiera delle regioni cinematicamente accettabili soddisfi in questo caso particolare la relazione $s(tu - M^2 m^2) = 0$.

1) Si rappresentino graficamente sul piano (t, u) le curve che rappresentano la frontiera sopra descritta, individuando con esattezza i punti di intersezione tra le diverse curve.

2) Si individui nel grafico la regione corrispondente ai valori fisicamente accettabili delle variabili per il processo di decadimento, e si offra una precisa descrizione fisica delle configurazioni cinematiche dei prodotti di decadimento corrispondenti ai punti disposti lungo i diversi tratti della frontiera.

3) Si descrivano i processi descritti dal "crossing", ossia dai differenti possibili spostamenti di una delle particelle finali nello stato iniziale, accompagnato dallo scambio nel segno del corrispondente quadrimpulso, si individuino nel grafico di cui alla domanda 1) le regioni cinematicamente accettabili per ciascuno di questi processi e si offra una descrizione delle configurazioni cinematiche corrispondenti ai diversi tratti della frontiera.

Problema S.1

Un sistema termicamente isolato è costituito da un cilindro diviso in due parti da un pistone conduttore di massa e spessore trascurabili. Nello stato 0 iniziale il pistone è bloccato in una posizione tale da separare il sistema in due parti di volume V_A e V_B.

La parte A contiene n_A moli di gas perfetto monoatomico, mentre la parte B contiene n_B moli di gas perfetto biatomico, e nello stato 0 le due parti si trovano all'equilibrio termico alla temperatura T_0.

Il pistone viene poi sbloccato, e si sposta fino a raggiungere lo stato 1 in cui oltre all'equilibrio termico si realizza anche l'equilibrio meccanico.

Infine il pistone vienre rimosso, e i due gas si mescolano fino a raggiungere un nuovo stato di equilibrio (stato 2).

1) Quanto valgono la temperatura T_1 e la pressione p_1 nello stato di equilibrio 1?

2) Quanto vale la variazione di entropia del sistema nel passaggio dallo stato 0 allo stato 1? Si dimostri che tale variazione è positiva per ogni valore dei parametri iniziali.

3) Quanto vale la variazione di entropia nel passaggio dallo stato 1 allo stato 2?

Problema S.2

Un moto browniano avviene in un reticolo unidimensionale asimmetrico, per cui la probabilità di uno spostamento verso destra è p mentre la probabilità di uno spostamento verso sinistra è $1 - p$.

1) Partendo da una posizione assegnata, si calcoli il valore atteso dello spostamento verso destra dopo N spostamenti.

2) Nelle stesse ipotesi, si calcoli lo scarto quadratico medio dal valore atteso e si valuti per quale valore di p lo scarto è massimo.