

# STUDIARE FISICA ALL'UNIVERSITÀ

## INTRODUZIONE

Negli ultimi anni sta attirando sempre maggior attenzione e sta assumendo sempre maggiore importanza il tema dell'orientamento per i giovani che, al termine della scuola secondaria, si avvicinano agli studi universitari. L'enfasi è oggi aumentata a seguito delle precise indicazioni ministeriali, che impongono fin dalla fase ordinamentale la previsione di meccanismi di verifica dell'adeguatezza della preparazione iniziale per i ragazzi che vorranno iscriversi ai corsi di laurea riformati.

L'esperienza dimostra che esistono almeno tre distinti elementi di difficoltà che si incontrano comunemente nel processo di orientamento:

- la scarsa cognizione degli effettivi contenuti e delle possibili applicazioni delle differenti discipline, e in particolare dei loro più recenti sviluppi e tendenze, con l'immediata conseguenza di un'errata percezione dei potenziali sbocchi professionali che ciascuna scelta formativa potrebbe in seguito generare;
- la poca chiarezza sul tipo di attitudini, di competenze e soprattutto di atteggiamenti mentali richiesti per una buona riuscita in uno specifico ambito disciplinare;
- l'incapacità di individuare e prevenire le lacune formative che, quando poi si rivelano nel corso degli studi universitari, producono effetti devastanti sulla capacità di partecipare utilmente al processo formativo e generano quindi elevati livelli di abbandono e comunque forte rallentamento.

A partire da queste premesse abbiamo ritenuto opportuno predisporre un testo che, integrando l'imprescindibile azione di orientamento svolta dagli educatori ed affiancandosi ad essa, offra in forma compatta e leggibile informazioni e strumenti utili per il superamento delle tre tipologie di difficoltà sopra indicate:

- introducendo in modo ampio ma non nozionistico le tematiche che costituiscono l'oggetto delle ricerche che si svolgono oggi nell'ambito della fisica e negli ambiti interdisciplinari che coinvolgono tale scienza;
- chiarendo per quanto possibile quali siano le competenze richieste per un avviamento allo studio universitario della fisica e quali siano quelle che dovranno comunque essere acquisite fin dai primi passi di tale studio;
- infine analizzando criticamente e mediante esempi la struttura dei *test* di verifica della preparazione iniziale con l'obiettivo di un più preciso e mirato percorso di preparazione per quegli studenti che siano orientati verso lo studio universitario della fisica o comunque vogliano esplorare questa possibilità.

Destinatari del volume sono tre importanti gruppi di soggetti:

- gli studenti dell'ultimo e del penultimo anno delle scuole superiori che vogliono effettuare una scelta più consapevole del proprio percorso universitario e in particolare quelli che decidono di orientare nella misura del possibile la propria preparazione al fine specifico di superare agevolmente le prove d'ingresso ai Corsi di Laurea in fisica e materie affini e non trovarsi privi delle competenze che saranno richieste fin dall'inizio dei corsi stessi;
- i docenti degli ultimi anni della scuola media superiore che vogliono contribuire nel modo più aggiornato e consapevole all'orientamento

- preuniversitario dei propri allievi e in particolare aiutarli nella preparazione di cui al punto precedente;
- gli stessi studenti universitari neoimmatricolati che, alle prese con le difficoltà generate dalla propria scelta iniziale, vogliono cercare un approfondimento e un chiarimento delle proprie motivazioni e verificarne la compatibilità con le proprie attitudini, anche al fine di una rapida decisione tra un più convinto e finalizzato impegno nel campo prescelto e la scelta di riorientarsi, con la più piccola perdita di tempo possibile, verso differenti studi e verso professionalità più conformi alle proprie tendenze e aspirazioni.

Pisa, 31 marzo 2009

Enore Guadagnini, Professore ordinario di Fisica Teorica  
Paolo Rossi, Professore ordinario di Fisica Teorica  
Università di Pisa

## PARTE PRIMA: CHE COS'È LA FISICA OGGI

### 1. Che cos'è la Fisica: ambito, scopo e obiettivi generali

Nel corso di oltre duemila anni di storia la parola “Fisica” ha assunto significati assai differenti. Il vocabolo greco *physis* indica genericamente la Natura, e di conseguenza per il mondo classico *tà physikà* erano tutte le scienze della Natura, dall’astronomia alla biologia, e anche le relative speculazioni filosofiche.

A partire dalla grande rivoluzione scientifica culminata, nel corso del XVII secolo, nell’opera di Galilei e di Newton, la “Fisica” si è sempre più specializzata, fino a diventare, nell’accezione più ristretta del vocabolo, la scienza della materia (inanimata), del moto e delle sue cause, e quindi a ridursi, per così dire, ai differenti capitoli della Meccanica.

Beninteso, l’esclusione dal dominio della Fisica di tutto quanto è diventato di pertinenza della Chimica (lo studio degli elementi, dei composti e delle loro trasformazioni) e della Biologia (lo studio della materia vivente) ha lasciato comunque alla Fisica un territorio vastissimo di esplorazione, che va dall’infinitamente piccolo dei costituenti ultimi della materia (particelle elementari) all’infinitamente grande dei fenomeni astronomici e della cosmologia.

In realtà poi il potere esplicativo delle teorie fisiche e l’efficacia del metodo scientifico, che nella Fisica ha trovato la sua prima e più compiuta realizzazione, hanno stimolato, soprattutto nel corso dell’ultimo secolo, un processo inverso, per cui l’ambito degli interessi dei fisici e quindi le frontiere della disciplina si sono andati nuovamente e progressivamente allargando, con la nascita di discipline di frontiera (scienze dei materiali, fisica chimica, geofisica, biofisica, fisica medica, econofisica, per citare solo le principali) e con le costanti incursioni della fisica teorica nel campo della matematica pura e nelle molteplici diramazioni della matematica applicata.

È quindi forse per molti aspetti corretto (anche se apparentemente tautologico) affermare che oggi l’ambito della Fisica è “tutto ciò di cui si occupano i fisici”, quasi tornando al significato originale di scienza generale della Natura (ma con significative estensioni al dominio delle scienze sociali, soprattutto laddove i numeri in gioco sono tali da giustificare l’adozione di modelli matematici e statistici per la descrizione e la spiegazione dei fenomeni).

Gli elementi che più fortemente caratterizzano e accomunano tutti i fisici non sono quindi quelli relativi all’ambito delle loro ricerche, ma piuttosto quelli che hanno a che vedere con le metodologie adottate nello svolgimento della propria attività e soprattutto con lo scopo generale che essi si prefiggono.

In termini generali, lo scopo delle ricerche dei fisici è l’analisi dei fenomeni mediante l’osservazione e l’esperimento, la loro descrizione/rappresentazione in un linguaggio largamente formalizzato (fenomenologia) e la loro spiegazione sulla base di leggi per quanto possibile generali e formulate matematicamente (teoria). La caratteristica metodologica fondamentale è comunque il principio della verifica sperimentale delle affermazioni, che impone (in tutti i casi in cui ciò è possibile) l’adozione di procedure riproducibili e indipendenti dalla soggettività dello sperimentatore.

Dovremo tornare diffusamente su queste definizioni, che trovano articolazioni anche molto diverse nei differenti contesti in cui i fisici si trovano a operare: ad esempio è certamente difficile immaginare “esperimenti” di cosmologia, ma anche le teorie cosmologiche rientrano nell’ambito della fisica quando sono formulate in termini tali

da mantenere un carattere predittivo, ovvero la capacità di descrivere non soltanto la situazione osservativa presente ma anche l'esito di possibili e più raffinate osservazioni future.

Le finalità intrinseche del metodo che abbiamo qui cercato molto brevemente di tratteggiare non esauriscono comunque il quadro degli obiettivi generali di un'attività di ricerca nella quale è oggi impegnata a livello mondiale una comunità molto ampia di studiosi e di ricercatori, e che comporta investimenti assai significativi anche in termini di impegno economico. Bisogna infatti tenere ben presente che la ricerca in Fisica ha tra i suoi principali obiettivi anche quello di acquisire (e se necessario creare) gli strumenti materiali e concettuali necessari a operare attivamente sul mondo naturale, controllandolo e trasformandolo.

L'avanzamento delle conoscenze si traduce quasi sempre nello sviluppo di nuove tecnologie, e le tecnologie, se correttamente indirizzate, possono favorire miglioramenti anche sostanziali della qualità della vita. È sotto gli occhi di tutti l'impatto che le scoperte della Fisica, soprattutto a partire dal XIX secolo, hanno avuto in quasi tutti i campi dell'ingegneria, dallo sfruttamento industriale e domestico dell'energia ai trasporti e alle telecomunicazioni, mentre non va sottovalutata anche la rilevanza dei progressi della Fisica nello sviluppo del calcolo elettronico, della diagnostica medica e delle biotecnologie, e più in generale nel perfezionamento della strumentazione scientifica che ha poi permesso gli straordinari avanzamenti della scienza dei materiali, della chimica e della biologia.

## **2. Il metodo scientifico: teoria ed esperimento**

Come avevamo già accennato, alla base di tutte le ricerche e di tutti i risultati dei fisici v'è l'uso sistematico e incondizionato del metodo scientifico. Su alcuni aspetti particolari di tale metodo e soprattutto sulle sue implicazioni filosofiche la discussione è stata in passato ed è tuttora molto accesa, ma sui molti dei suoi tratti fondamentali esiste tra gli scienziati un significativo consenso.

Il punto centrale del metodo consiste nell'asserzione che il criterio ultimo di validità di ogni teoria fisica consiste nel confronto delle sue predizioni con l'osservazione (o l'esperimento, quando è possibile).

Una "teoria" fisica accettata dalla comunità scientifica, come ad esempio la "teoria della relatività", non deve quindi essere intesa (come accade nel linguaggio comune) come una congettura più o meno affascinante e/o credibile, ma ha piuttosto il significato di una rappresentazione formale e sintetica di un grande numero di fatti verificati, capace di unificarli e quindi di "spiegarli" all'interno di un singolo quadro concettuale.

Esiste quindi un ulteriore criterio di validità della teoria, un po' più difficile da formalizzare, ma ben chiaro a chiunque operi concretamente nel campo della ricerca, e che può essere descritto come "semplicità": in altri termini una teoria è da considerarsi preferibile a un'altra se, a parità di potere predittivo, deve far ricorso a un minor numero di ipotesi e di concetti fondamentali.

La centralità metodologica della verifica si traduce in pratica nell'attribuzione di un ruolo predominante e privilegiato all'osservazione e all'esperimento, attività tra loro assai differenti, almeno in linea di principio. Mentre l'osservazione è la modalità d'indagine caratteristica di quei settori della Fisica che, per la dimensione degli "oggetti" coinvolti e/o per la scala temporale che caratterizza i processi non si prestano a una diretta manipolazione da parte degli scienziati (è il caso della maggior parte dei fenomeni studiati dalla geofisica e dall'astrofisica), l'esperimento è invece

l'intervento diretto sul sistema fisico atto a mettere in evidenza le variazioni nel comportamento o nell'evoluzione del sistema in seguito al cambiare delle condizioni iniziali. L'esperimento è tipico di quegli ambiti d'indagine in cui i fenomeni più peculiari in condizioni "ordinarie" non si manifestano spontaneamente o, quando si manifestano, sono comunque normalmente oscurati da altri fenomeni di maggior rilevanza quantitativa. Un esempio che vale per tutti è quello del piano inclinato galileiano: in condizioni ordinarie i moti causati dalla gravità non sono uniformemente accelerati, a causa degli attriti e della resistenza dell'aria, e soltanto un apparato sperimentale che rimuove per quanto possibile questi "disturbi" permette di mettere in evidenza una legge generale. Ciò è ancor più vero oggi nell'ambito della cosiddetta microfisica, sia alle basse che alle alte energie: in questi casi si può affermare, in un certo senso, che l'esperimento "produce" nuovi fenomeni, la cui possibilità è implicita nelle leggi generali che governano la materia, ma il cui manifestarsi richiede condizioni particolari normalmente non osservabili in natura.

Osservazione ed esperimento hanno comunque numerose fondamentali caratteristiche in comune: la principale sta nel fatto che in entrambi i casi si tratta di processi di misura, in cui ai fenomeni osservati sono associati numeri, definiti tramite il confronto quantitativo con "campioni" assunti come unità di misura.

La varietà delle misure possibili, e dei relativi strumenti di misura, è ormai straordinariamente elevata, ma vale forse la pena di notare che, attraverso passaggi spesso assai sofisticati, la maggior parte delle operazioni di misura si riconduce a processi di conteggio o alla valutazione di quantità, come lunghezze e angoli, la cui natura è geometrica. La misura, in effetti, può essere considerata in ultima analisi un'operazione di tipo matematico, in quanto si tratta di stabilire un rapporto numerico con il campione, nella cui definizione è incorporata la natura "fisica" dell'operazione. A ogni valore corrispondente ad una misura è sempre associato anche un certo grado di accuratezza, comunemente chiamato anche un "errore", la cui valutazione (e precisa definizione) è possibile sulla base delle leggi della probabilità e della statistica (teoria dell'errore).

Le quantità suscettibili di misura sono dette "grandezze fisiche", e le "leggi fisiche" sono in sostanza relazioni matematiche che legano tra loro misure di grandezze fisiche. Come si giunge in pratica, nella maggior parte dei casi, alla formulazione delle leggi fisiche? Il punto di partenza è usualmente la raccolta dei dati empirici, tramite l'osservazione e l'esperimento. L'analisi dei dati, e l'individuazione di relazioni funzionali (in senso matematico) tra differenti grandezze, producono le cosiddette "leggi fenomenologiche", che sono appunto rappresentazioni compatte di relazioni osservate empiricamente, in genere senza la pretesa che tali rappresentazioni costituiscano anche "spiegazioni" dei fenomeni osservati.

La spiegazione (nel senso che i fisici danno a questa parola) giunge nel momento in cui la legge fenomenologica viene derivata (deduttivamente) da uno o più principi (assiomi) che costituiscono la "teoria" dell'insieme di fenomeni che si stanno osservando (e auspicabilmente anche di molti altri fenomeni ad essi collegati).

Consideriamo l'esempio di una delle prime "leggi" della fisica moderna, l'isocronismo delle oscillazioni dei pendoli osservato da Galilei: si tratta certamente di una legge matematica che descrive con accuratezza un fenomeno osservabile, ma in assenza di un principio dinamico e di una teoria delle forze si tratta appunto e soltanto di una "fenomenologia", che la dinamica newtoniana si incaricherà in seguito di trasformare in una "teoria" (quella delle piccole oscillazioni in prossimità dell'equilibrio), che a sua volta rappresenta comunque soltanto un caso particolare della più generale teoria della Meccanica.

Nel momento in cui si giunge alla formulazione di una teoria tornano in gioco l'osservazione e l'esperimento, in quanto la teoria, per essere realmente interessante, dovrebbe essere in grado non soltanto di spiegare tutti i fatti già osservati, ma anche di predire fenomeni nuovi, o comunque diversi da quelli che si era già inteso descrivere, e pertanto dovrebbe diventare suscettibile di "falsificazione" (nel senso particolare attribuito a questo vocabolo dal filosofo della scienza Karl Popper), suggerendo il possibile esito di osservazioni/esperimenti effettuabili ma non ancora effettuati. Una teoria è considerata operativamente "vera" dai fisici se, essendo falsificabile, non è stata tuttavia falsificata.

Spesso teoria ed esperimento si inseguono reciprocamente a distanza ravvicinata, ma possono accadere in entrambi i contesti autentiche fughe in avanti. È certamente accaduto spesso che i risultati osservativi siano rimasti per lungo tempo senza una soddisfacente spiegazione teorica, e a tutt'oggi sono ancora molti i fenomeni in attesa di un modello realmente esplicativo. Viceversa, anche la teoria ha non di rado preceduto, anche di qualche decennio, la possibilità di una propria verifica empirica, per l'assenza di strumentazione adeguata all'osservazione di fenomeni fino a quel momento neppure immaginati (è il caso delle onde elettromagnetiche, predette da Maxwell su base puramente teorica, osservate assai più tardi da Hertz, e in seguito applicate da Marconi alla trasmissione di segnali radio).

Purtroppo invece, nel caso di perdurante assenza di importanti novità sperimentali, spesso la ricerca teorica si impoverisce, o prende strade formalmente e matematicamente affascinanti ma che alla lunga si rivelano prive di reale interesse per la descrizione dei fenomeni naturali.

In ogni caso l'interazione tra teoria ed esperimento è comunque il più forte stimolo al progresso della ricerca. Nuove teorie spingono alla progettazione e alla realizzazione di nuovi esperimenti, un processo quasi sempre accompagnato dall'ideazione e dallo sviluppo di nuove tecnologie, con ricadute importanti, nel breve o nel medio periodo, anche sull'esistenza quotidiana di milioni di persone.

Viceversa gli esiti, spesso imprevisi, di nuove osservazioni e di nuovi esperimenti costringono alla revisione, alla riformulazione, all'adeguamento e all'estensione delle teorie esistenti, attività non di rado accompagnate da importanti sviluppi e ricadute in ambito matematico e computazionale, e talvolta l'esigenza di rendere conto di importanti evidenze sperimentali non spiegabili nel quadro della teoria accettata fino a quel momento porta a vere e proprie "rivoluzioni scientifiche", come è avvenuto nel XX secolo con le teorie einsteiniane della relatività (ristretta e generale) e con la nascita della meccanica quantistica. Resta famoso in tal senso nella storia della Fisica l'esperimento di Michelson e Morley (1881-1887) che mostrando empiricamente l'impossibilità di evidenziare un moto della Terra rispetto all'etere (che allora si supposeva essere il mezzo nel quale potevano propagarsi le onde elettromagnetiche) obbligò a ripensare i fondamenti della meccanica fino a mettere in discussione le nozioni stesse di spazio, tempo e simultaneità.

È bene tuttavia sottolineare che le teorie fisiche storicamente accettate hanno comunque un loro ambito di validità, ossia un intervallo di valori delle variabili entro il quale la descrizione offerta dalla teoria riproduce abbastanza accuratamente le osservazioni sperimentali. Questo significa, da una parte, che ogni teoria potrebbe in futuro risultare "falsa" al di fuori del proprio ambito di applicabilità. D'altra parte, ogni nuova teoria, anche se concettualmente "rivoluzionaria", deve ammettere come limite (in senso matematico) le teorie precedenti: così ad esempio la meccanica classica (newtoniana) riappare come limite (per velocità molto inferiori a quella della

luce) della meccanica relativistica, e come limite (per grandi numeri d'occupazione degli stati quantici) della meccanica quantistica.

Le conquiste della Fisica sono quindi permanenti, anche se i fondamenti concettuali sono in continua evoluzione a seguito dell'approfondirsi delle conoscenze.

Idealmente l'attività del ricercatore dovrebbe essere al tempo stesso teoretica e sperimentale, ma a differenza di altre discipline, come la biologia, nelle quali i due aspetti della ricerca riescono ancora a convivere nello stesso individuo, a partire dal XX secolo e con la notevolissima eccezione di Enrico Fermi (1901-1954) le due principali modalità dell'indagine fisica si sono andate separando, e in particolare nel campo della cosiddetta "fisica delle interazioni fondamentali", si è giunti attualmente a definire due figure professionali diverse, del tutto distinte e non sovrapponibili.

### **3. Relazioni e differenze con la matematica e con l'ingegneria**

Da quanto si è detto nella Sezione precedente dovrebbe emergere con chiarezza che esiste un intimo legame tra la Fisica (in particolare nei suoi aspetti teorici) e la matematica, che fornisce alla fisica sia il linguaggio in cui sono formulate le sue leggi che gli strumenti per l'analisi dei dati, per la manipolazione delle formule, per la risoluzione dei problemi e più in generale per la deduzione delle implicazioni non solo formali derivanti dagli assiomi su cui si fondano le teorie.

Questo intimo legame non si traduce tuttavia né in una subordinazione gerarchica delle teorie fisiche a quelle matematiche, né in una possibile reinterpretazione della fisica teorica come ramo peculiare della matematica. Il motivo fondamentale di tale impossibilità risiede proprio nell'esigenza di verifica sperimentale che abbiamo visto essere alla base del metodo scientifico. In matematica infatti l'unico criterio di verità è la mutua coerenza degli assiomi e la correttezza procedurale delle deduzioni.

In fisica invece, pur dovendosi salvaguardare l'esigenza di coerenza e di correttezza delle dimostrazioni, la validità degli assiomi resta assicurata soltanto nella misura in cui le conseguenze sperimentali di quegli assiomi sono state verificate in Natura.

Potrebbero esistere, per quanto ne sappiamo, moltissime teorie fisiche perfettamente coerenti da un punto di vista matematico ma incapaci di offrire una descrizione adeguata della realtà naturale nella quale siamo immersi. Il punto di vista per cui la condizione di perfetta coerenza matematica potrebbe essere così stringente da individuare in modo pressoché univoco la teoria fisica "vera", pur essendo stato più volte e autorevolmente sostenuto con affascinanti argomenti filosofici, appare assai poco convincente di fronte all'evidenza della continua evoluzione dei concetti e dei modelli della fisica e di una complessità dei fenomeni tale da sfuggire continuamente anche ai più coraggiosi tentativi di "riduzione" e di unificazione.

D'altro canto nel caso della fisica sperimentale risulta quasi spontaneo stabilire un confronto e individuare relazioni e differenze con le discipline ingegneristiche.

Non v'è dubbio che non piccola parte dell'attività del fisico sperimentale sia volta alla risoluzione dei problemi tecnologici che nascono in sede di realizzazione degli apparati necessari per l'esperimento, ma ci sono comunque numerose peculiarità che devono essere sottolineate.

In primo luogo il fisico "progetta" l'esperimento, che è qualcosa di ben diverso dal progettare l'apparato, in quanto non si tratta soltanto di definire "come" misurare le quantità fisiche, ma anche, e soprattutto, di definire "che cosa" si vuole misurare, e spesso, negli esperimenti più interessanti, è necessario anche definire (sempre in termini operativi e con modalità riproducibili) nuove quantità fisiche misurabili.

In secondo luogo il fisico, proprio perché lavora alle frontiere della conoscenza, non può limitarsi ad adattare alle nuove situazioni che ha di fronte gli strumenti e le tecnologie già esistenti, ma è obbligato a inventare nuove tecniche, spesso del tutto specifiche e, nella loro versione di laboratorio, inadatte agli usi e alle applicazioni “industriali” che sono l’obiettivo dell’ingegnere, e che risultano spesso, in tempi successivi, dalla rielaborazione dei prototipi usati nella ricerca (e non a caso si parla allora di “ingegnerizzazione”). Si pensi all’esempio del *transistor*, nato nel 1947 in un laboratorio di fisica nell’ambito di studi sui semiconduttori e largamente impiegato in seguito in un grandissimo numero di applicazioni nel campo dell’elettronica.

Infine, ma non è una differenza di poco conto, occorre sottolineare che nel lavoro del fisico, sia teorico che sperimentale, gioca un ruolo fondamentale la produzione di “modelli”, spesso di tipo matematico, per la descrizione fenomenologica dei nuovi fenomeni investigati, mentre l’ingegnere, almeno normalmente, progetta e opera sulla base di modelli già consolidati dei processi che lo interessano.

Non a caso nella formazione del fisico gioca un ruolo cruciale la pratica di laboratorio, volta a creare confidenza con i concetti e gli strumenti di misura e di raccolta dei dati, con la stima dell’accuratezza della misura, con i metodi statistici e di valutazione dell’errore casuale e sistematico, oltre che con le tecniche di manipolazione elettronica delle informazioni.

#### **4. I grandi capitoli della Fisica classica**

È bene aver chiaro che esiste una profonda differenza nella classificazione degli ambiti della Fisica a seconda che si vogliano metterne in luce i risultati consolidati e permanenti o che si vogliano piuttosto prenderne in esame i problemi aperti e i temi che suscitano oggi un interesse più vivace. Chi apre un manuale di Fisica, anche di livello universitario, troverà un’esposizione sistematica di risultati che, per la maggior parte, appartengono alla cosiddetta Fisica classica, le cui principali acquisizioni sono sostanzialmente tutte antecedenti gli anni Venti del XX secolo, e poiché questi risultati sono stati ormai largamente verificati essi certamente rappresentano, nel loro ambito di validità, una descrizione (approssimativamente) corretta della Natura. Ricordiamo qui di seguito i principali capitoli della Fisica classica.

##### Meccanica

Lo studio del moto è sempre stato al centro dell’attenzione dei filosofi naturali, fino a divenire, con Galilei e Newton, il punto di partenza per la nascita della Fisica come scienza nel senso moderno della parola.

La scienza del moto è distinta in Cinematica (la descrizione matematica del moto nello spazio e nel tempo, indipendentemente dalle sue cause) e Dinamica (lo studio delle cause del moto, rappresentate come forze, e la formulazione delle leggi di conservazione).

A fondamento della dinamica stanno i tre principi newtoniani (il principio d’inerzia, la relazione  $F=ma$  tra forza, massa e accelerazione e il principio di azione e reazione). Un ruolo fondamentale ha anche il concetto di energia (e la relativa conservazione).

Oltre la dinamica del punto e quella dei corpi rigidi fanno parte della Meccanica anche la Fluidodinamica e la dinamica dei continui (inclusi i fenomeni ondulatori).

Uno degli sviluppi più recenti della meccanica classica è la teoria del caos.

La teoria della relatività ristretta (anch’essa ormai considerata “classica”) postula l’invarianza e l’insuperabilità della velocità della luce ed estende il dominio della Meccanica ai moti che avvengono con velocità (relative) prossime a quella della luce.

### Teorie della gravitazione.

La legge newtoniana della gravitazione universale è la prima “teoria” fisica, e descrive con straordinaria accuratezza la dinamica del sistema solare. Essa costituisce il limite non relativistico della teoria einsteiniana della relatività generale, basata sul principio di equivalenza e su quello di covarianza generale, che portano a introdurre i concetti di curvatura dello spaziotempo e di moto geodetico. La relatività generale rappresenta anche il fondamento dei modelli cosmologici.

### Termodinamica e Meccanica Statistica

La Termodinamica è lo studio del calore e dei fenomeni ad esso associati, affrontato a livello macroscopico, introducendo nuovi principi indipendenti (equilibrio termico, conservazione dell’energia totale, “secondo principio” relativo all’irreversibilità dei fenomeni termici) e nuove quantità fisiche (temperatura, energia interna, entropia).

A partire dalla teoria atomica sulla costituzione della materia, la teoria cinetica dei gas e la meccanica statistica a loro volta permettono di descrivere i fenomeni termici riferendosi al comportamento microscopico della materia stessa.

### Elettromagnetismo e Ottica

I fenomeni elettrici e magnetici possono essere descritti come aspetti di una singola proprietà della materia, associata alla carica elettrica e al suo moto, e descritta dalla teoria elettromagnetica di Maxwell, fondata sulla nozione di campo, e capace di spiegare anche i fenomeni luminosi e i loro aspetti ondulatori.

L’Ottica si occupa in particolare di studiare la propagazione della luce e delle altre onde elettromagnetiche, e si distingue in Ottica geometrica e Ottica ondulatoria.

## **5. La Meccanica Quantistica**

La crisi della fisica classica si aprì verso la fine del XIX secolo di fronte all’evidenza dell’impossibilità di formulare una teoria della radiazione del cosiddetto “corpo nero” che descrivesse in modo coerente e fenomenologicamente corretto i risultati osservativi rispettando nel contempo tutti i principi fisici all’epoca comunemente accettati. Questa situazione portò in un quarto di secolo, a partire dalla teoria di Planck dei quanti d’energia (1900) e dalla teoria di Einstein dell’effetto fotoelettrico (1905) a una rivoluzione nei fondamenti della Meccanica, attraverso il modello atomico di Bohr (1913) e poi soprattutto con la formulazione della meccanica ondulatoria di Schrödinger e della meccanica delle matrici di Heisenberg (1925).

La Meccanica quantistica, di cui la Meccanica classica (tramite il principio di corrispondenza) rappresenta comunque un limite adeguato a descrivere la maggior parte dei fenomeni macroscopici, comporta una revisione profonda di molti concetti considerati fino a quel momento intuitivi, tra cui soprattutto l’idea di poter localizzare esattamente gli oggetti materiali e simultaneamente determinarne la velocità con illimitata precisione, idea che sta alla base della visione deterministica della Fisica e delle sue leggi.

Il principio d’indeterminazione di Heisenberg, la nozione di complementarità (dualità) tra il comportamento corpuscolare e quello ondulatorio delle particelle, il concetto di indistinguibilità microscopica delle particelle identiche, l’interpretazione probabilistica delle leggi fisiche hanno modificato anche a livello filosofico la nostra concezione del mondo, ma soprattutto hanno certamente aperto la strada a straordinari sviluppi teorici e sperimentali delle scienze fisiche. Non v’è campo di ricerca della

Fisica contemporanea che non sia pesantemente condizionato dalla meccanica quantistica e che non ne abbia fatti propri i principi e i metodi.

## **6. I principali filoni di ricerca della Fisica contemporanea**

Se vogliamo farci un'idea dei temi che costituiscono l'oggetto della ricerca attuale dei fisici, dobbiamo quindi aprire il capitolo della cosiddetta Fisica Moderna (anche se ha ormai quasi un secolo di vita, essendo nata con l'avvento della Meccanica Quantistica). La ricerca è oggi articolata in numerosi e ben distinti filoni d'indagine, che qui conviene non soltanto classificare, per quanto in modo sommario, ma anche descrivere con qualche dettaglio, mettendo in evidenza quelli che appaiono come i più interessanti tra i problemi ancora irrisolti nei differenti ambiti.

### Fisica atomica, molecolare e ottica

La fisica atomica e molecolare e l'ottica quantistica consistono nello studio delle interazioni materia-materia e luce-materia a livello di singoli (o pochi) atomi, per la cui comprensione è quasi sempre indispensabile l'utilizzo dei concetti propri della meccanica quantistica. Queste aree di ricerca sono accomunate dalla somiglianza dei metodi (sperimentali e teorici) e dall'affinità delle scale di energia coinvolte nei processi studiati.

Le tematiche di interesse corrente riguardano il controllo quantistico, il raffreddamento e il confinamento di atomi e ioni, la dinamica collisionale a basse temperature, i fenomeni collettivi nei gas debolmente interagenti (condensazione di Bose-Einstein e gas di Fermi degeneri), gli effetti della correlazione tra gli elettroni sulla struttura e sulla dinamica, le misure di precisione delle costanti fisiche fondamentali, l'uso informatico delle proprietà quantistiche della materia. La ricerca in molti di questi campi ha anche forti ricadute nel dominio della chimica quantistica. Un aspetto centrale della ricerca in quest'ambito è l'uso del laser, sia come strumento d'indagine che come oggetto d'investigazione e materia di ulteriore sviluppo tecnologico.

### Fisica dello stato condensato

La fisica dello stato condensato si occupa di analizzare e comprendere le diverse fasi (solide e fluide) e le proprietà macroscopiche (e mesoscopiche) della materia a partire dalle proprietà microscopiche di sistemi fisici formati da un grande numero di costituenti elementari fortemente interagenti tra loro (essenzialmente per effetto di forze di natura elettromagnetica). Fanno parte della fisica dello stato condensato anche lo studio delle proprietà dei polimeri e quello delle nanostrutture.

Di particolare interesse è la comparsa, in talune fasi della materia condensata, di proprietà magnetiche (ferromagnetismo, antiferromagnetismo) e di fenomeni quali la superfluidità e la superconduttività: specialmente interessante e ancora poco compresa è la superconduttività ad alte temperature.

La conoscenza dei fenomeni della materia condensata ha condotto a grandi progressi tecnologici che stanno alla base di molti dispositivi attualmente di uso comune e quotidiano (dai *transistor* ai circuiti integrati, dagli schermi a cristalli liquidi ai lettori DVD, dalle sorgenti luminose a stato solido ai *film* sottili magnetici e ai materiali con magnetoresistenza gigante).

Tra le sfide aperte per la fisica dello stato condensato vi sono da un lato la comprensione del comportamento collettivo di sistemi complessi e dall'altro la

produzione e la manipolazione di sistemi a dimensionalità ridotta come nanotubi, buche, fili e punti quantistici

La fisica della materia condensata ha quindi forti interazioni (e anche parziali sovrapposizioni) con la chimica, la scienza dei materiali e le nanotecnologie.

### Fisica dei plasmi

I plasmi sono gas totalmente o parzialmente ionizzati, in cui le particelle dotate di carica elettrica opposta non formano stati legati neutri. Le proprietà dei plasmi (in particolare in presenza di campi elettromagnetici) sono quindi molto diverse da quelle dei solidi, dei liquidi e dei gas. Lo stato di plasma può essere prodotto in laboratorio, ma è soprattutto tipico delle stelle e dello spazio interstellare.

Lo studio dei plasmi è rilevante per la comprensione dei fenomeni astrofisici, ma anche ai fini della produzione di energia mediante fusione nucleare (per la quale è cruciale il problema del confinamento).

### Fisica delle particelle

La ricerca dei costituenti fondamentali della materia e lo studio delle loro interazioni è passata attraverso differenti fasi storiche, dal riconoscimento di una struttura interna agli atomi (elettroni e nuclei) allo studio dei costituenti dei nuclei (protoni e neutroni), che costituisce l'oggetto della fisica nucleare, fino all'indagine sulle particelle subatomiche (quarks, gluoni, leptoni, bosoni intermedi e fotoni) che sono ad oggi considerate come i costituenti ultimi (conosciuti) di tutta la materia.

Il cosiddetto Modello Standard, sviluppatosi e consolidatosi nel corso dell'ultimo quarto del XX secolo, descrive queste particelle e rappresenta le loro interazioni sulla base di un modello teorico fondato sulle "teorie di gauge" (la cromodinamica quantistica, responsabile del confinamento dei quarks e della formazione della materia adronica, e il modello di Weinberg-Salam delle interazioni elettrodeboli, che spiega i decadimenti deboli dei nuclei e delle particelle e le interazioni elettromagnetiche).

La frontiera della ricerca sperimentale è rappresentata dalla fisica delle altissime energie, studiata in modo attivo ai grandi acceleratori (Tevatron a Fermilab, LHC al CERN di Ginevra) e in modo passivo con rilevatori sotterranei, subacquei e orbitali. La ricerca teorica punta invece a identificare meccanismi di Grande Unificazione e di Superunificazione che inquadrino le teorie esistenti in contesto più ampio e capace di incorporare anche una (finora elusiva) teoria quantistica della gravitazione: al momento molta attenzione è rivolta alle cosiddette "teorie di stringa", che però non hanno ancora prodotto predizioni sperimentalmente verificabili.

### Astrofisica

L'astrofisica, che nella sua accezione più ampia comprende da un lato l'astronomia osservativa e dall'altro la cosmologia, è lo studio di tutti i fenomeni relativi ai corpi celesti e delle loro proprietà fisiche. Di conseguenza si tratta di un soggetto assai vasto che comporta l'applicazione di nozioni e tecniche relative a quasi tutti gli aspetti della fisica, dalla meccanica classica e statistica all'elettromagnetismo e alla relatività, dalla fisica atomica a quella dei plasmi, fino alla fisica nucleare e particellare.

L'astrofisica osservativa esplora prevalentemente lo spettro elettromagnetico (radioastronomia, astronomia infrarossa, ottica e ultravioletta, astronomia a raggi X e raggi gamma). Un ruolo non marginale ha anche l'osservazione dei raggi cosmici, mentre sono in sviluppo le tecniche di osservazione dei neutrini e la realizzazione di osservatori di onde gravitazionali (LIGO, VIRGO).

L'astrofisica teorica spazia dai problemi di meccanica planetaria alla dinamica, alla formazione e all'evoluzione stellare e galattica, dalla fisica dei buchi neri alla comprensione della struttura su grande scala dell'Universo. Alcuni problemi astrofisici sono alla frontiera con la fisica delle particelle (tanto che si parla di fisica astroparticellare): tra le altre sono di particolare attualità e importanza le questioni collegate all'esistenza (di cui si hanno per ora soltanto evidenze teoriche) di "materia oscura" ed "energia oscura", la cui natura è sconosciuta, e che costituirebbero gran parte della massa e dell'energia dell'Universo.

Anche la cosmologia fisica (teoria del Big Bang e dell'evoluzione primordiale) si colloca oggi al confine tra astrofisica e fisica teorica delle interazioni fondamentali, e non sembra poter prescindere dalla soluzione del problema dell'unificazione tra teorie quantistiche e relatività generale.

## **7. Le applicazioni della Fisica**

Accanto alla ricerca di base, di cui abbiamo descritto i principali ambiti d'indagine, ha un ruolo non meno importante e articolato la ricerca applicata.

Per Fisica applicata, nel senso più ampio della parola, intendiamo tutto l'insieme delle attività volte a uno specifico uso tecnologico o pratico. Una definizione così larga lascia ovviamente spazio ad ampie zone di sovrapposizione con altre discipline o con differenti motivazioni. In quest'ultimo caso preferiamo però introdurre il concetto di fisica interdisciplinare, e di essa tratteremo a parte per approfondire le relazioni specifiche che intercorrono con le differenti discipline interessate.

Per quanto riguarda le motivazioni vale invece la pena di notare che molti casi di "fisica applicata" sono il risultato di ricerche di fisica di base, che impongono al ricercatore la produzione o il raffinamento di tecnologie e di strumenti di osservazione e misura, dei quali risulta poi spesso naturale sviluppare quelle caratteristiche che si prestano a un utilizzo anche completamente esterno al contesto nel quale sono stati inizialmente concepiti.

La frontiera tra fisica applicata e ingegneria, anche se non può essere tracciata con assoluto rigore, è quindi soprattutto riconducibile alle differenti motivazioni, che nel caso dell'ingegneria sono di solito riconducibili alla realizzazione di un obiettivo specifico e predefinito, mentre nel caso della fisica applicata la focalizzazione è quasi sempre sull'utilizzo di concetti fisici di base e di idee fisiche originali per lo sviluppo di nuove tecnologie, che a loro volta possono essere destinate, a seconda dei casi, tanto alla risoluzione di problemi di ricerca quanto ad applicazioni di interesse pratico.

È praticamente impossibile presentare un elenco esaustivo, anche schematico, di tutti gli ambiti e i temi della fisica applicata. È però certamente utile fornire una breve descrizione dei principali contesti applicativi, e in particolare di quelli che appaiono più promettenti per la qualità dei risultati finora ottenuti e per l'interesse di quelli attualmente prevedibili.

### **A. Applicazioni basate prevalentemente sulla Fisica classica:**

L'Acustica studia la propagazione del suono nei fluidi e nei solidi, e ha quindi applicazioni nel campo dell'architettura (insonorizzazione, qualità acustica delle sale), dell'ambiente (prevenzione e controllo dell'inquinamento acustico), della musica

(proprietà fisiche degli strumenti musicali), della medicina (effetti fisiologici del suono e loro misurazione)

La Balistica si occupa del moto dei proiettili, e trova quindi applicazioni nello studio dei propulsori, nello studio del comportamento dei proiettili in moto attraverso l'aria e altri mezzi e in quello degli effetti dell'impatto dei proiettili; oltre a quelle militari (e spaziali) sono di particolare interesse le applicazioni forensi della balistica, per la ricostruzione della tipologia e dell'origine dei proiettili a partire dai loro effetti.

La Fluidodinamica ha un vasto campo di applicazioni, che vanno dallo studio dell'aerodinamica necessario per la progettazione di velivoli e mezzi terrestri, ai problemi di idraulica, all'analisi del moto dei fluidi nelle condutture (in particolare su grande scala, come oleodotti e gasdotti), alle applicazioni meteorologiche, allo studio delle onde d'urto, fino all'analisi dei problemi di traffico (che può essere trattato come un fluido continuo).

La Microfluidica si occupa in particolare del comportamento, del controllo e della manipolazione di fluidi costretti su scale piccole (submillimetriche), ed è rilevante per le applicazioni alla stampa, ma oggi soprattutto nelle procedure della biologia molecolare (biochips) e nella realizzazione di celle a combustibile.

La Fisica dei suoli è lo studio delle proprietà fisiche dei suoli e dei materiali granulari e dei processi che li riguardano, ed è rilevante ai problemi di gestione degli ecosistemi naturali e di quelli manipolati ai fini della produzione agricola e della realizzazione di manufatti di ingegneria (edile, civile e idraulica).

La Criogenia si occupa dello studio, della produzione e dell'utilizzo di temperature molto basse, e del comportamento dei materiali in queste condizioni; oltre le numerose altre applicazioni industriali la criogenia è importante nella manipolazione dei semiconduttori, necessaria per la realizzazione delle più sofisticate apparecchiature elettroniche, e per la predisposizione degli apparati necessari allo studio dei fenomeni di bassissima temperatura (superconduttività, superfluidità).

L'Ottica classica è tuttora il principale fondamento di un grandissimo numero di applicazioni, in particolare relative al perfezionamento degli strumenti ottici per uso osservativo, per la fotografia e per la correzione dei difetti della visione.

B. Applicazioni basate prevalentemente sulla fisica delle interazioni radiazione-materia:

La Fotonica è il settore della Fisica che si occupa della generazione, del controllo (inclusa la trasmissione, l'amplificazione e la modulazione) e della rilevazione dei quanti di luce (fotoni), in particolare nelle regioni dello spettro elettromagnetico corrispondenti alla luce visibile e all'infrarosso (anche lontano), con estensioni verso l'ultravioletto. Tra le molteplici applicazioni della fotonica vanno ricordate almeno le telecomunicazioni (uso delle fibre ottiche), il trattamento dell'informazione (e in prospettiva il *quantum computing*), l'illuminazione e la rilevazione di luce, la metrologia (misure di frequenza e di tempo), la spettroscopia, l'olografia, le applicazioni mediche (chirurgia laser, endoscopia), le arti visuali, le applicazioni dei laser nella lavorazione dei materiali, i sensori per la robotica, la biofotonica.

L'Optoelettronica in particolare è il campo della fotonica che studia l'applicazione di apparati elettronici per generare, rilevare e controllare la luce, basandosi sugli effetti quantistici della luce sui materiali semiconduttori, tra cui l'effetto fotovoltaico usato nei fotomoltiplicatori e nelle celle solari, la fotoconduttività, la fotoemissività, l'emissione stimolata, la ricombinazione radiativa (alla base dei LED), le proprietà

delle fibre ottiche, la piezoelettricità (usata anche nella realizzazione dei microscopi a forza atomica).

La Fisica dei laser, anch'essa parte della fotonica, è a sua volta oggetto di un numero grandissimo e costantemente crescente di applicazioni (di cui molte già menzionate in precedenza), sia nei contesti di ricerca che nell'industria e nella vita quotidiana.

La Fisica dei plasmi, già menzionata nel contesto della ricerca di base, è anche un importante settore della Fisica applicata, non soltanto nel contesto delle attività volte allo sfruttamento dei processi di fusione nucleare per la produzione di energia, ma anche per la realizzazione di sorgenti luminose (schermi e torce al plasma, tubi a fluorescenza) e in vari processi industriali (generazione di scariche di alta potenza, lavorazione di semiconduttori). Sia per la ricerca che per le telecomunicazioni sono importanti anche le applicazioni della fisica dei plasmi alla fisica spaziale (fenomeni elettrici nell'atmosfera)

C Applicazioni basate prevalentemente sulla fisica dello stato solido:

La Fisica dei semiconduttori si occupa di quei materiali (tra cui il più comune è il silicio) le cui proprietà di conduzione sono intermedie tra quelle dei conduttori e quelle degli isolanti. Poiché i semiconduttori sono essenziali per le tecnologie elettroniche, le applicazioni di queste ricerche sono alla base di tutta l'elettronica, sia per la produzione commerciale che per la ricerca.

L'Elettronica digitale, in particolare, permettendo la rappresentazione fisica delle regole e delle funzioni della logica (algebra di Boole), costituisce lo strumento principe per la realizzazione delle macchine calcolatrici e per lo sviluppo di tutta la tecnologia dei *computer* e delle reti, oltre che di numerose altre applicazioni.

La Spintronica è una tecnologia emergente che sfrutta le proprietà magnetiche legate allo *spin* degli elettroni per la realizzazione di particolari dispositivi a stato solido, utilizzati ad esempio per le memorie dei calcolatori.

La Fisica dei superconduttori studia le proprietà di quei materiali nei quali, in particolari condizioni (di solito a bassissime temperature), la resistenza elettrica si annulla e il campo magnetico non penetra nel materiale (effetto Meissner). Appaiono promettenti gli sviluppi applicativi della superconduttività, come la realizzazione di potentissimi magneti superconduttori (usati ad esempio negli apparati NMR e negli acceleratori di particelle), la costruzione delle giunzioni Josephson usate come base dei sensibilissimi magnetometri di tipo SQUID, e in prospettiva anche trasformatori ad alta efficienza, dispositivi per l'accumulo e la trasmissione di energia, motori elettrici e dispositivi a levitazione magnetica, soprattutto grazie allo sviluppo di materiali ceramici caratterizzati dalla cosiddetta superconduttività ad alta temperatura.

La Fisica dei polimeri studia le proprietà meccaniche, termodinamiche ed elettriche dei polimeri, macromolecole composte di lunghe catene formate dalla ripetizione di unità strutturali di base; l'importanza di questa ricerca dal punto di vista applicativo risiede nella straordinaria varietà di impieghi che le sostanze polimeriche hanno trovato e continuano a trovare nel mondo contemporaneo, e in particolare nello sviluppo dell'elettronica molecolare. Anche le proteine e lo stesso DNA possono essere considerati come tipi molto particolari di polimeri.

Per Nanotecnologie si intendono le tecniche sviluppate per il controllo della materia sulla scala atomica e molecolare e la realizzazione di nuovi materiali e di dispositivi operanti a quelle stesse scale (ricordiamo che per definizione un nanometro è un milionesimo di millimetro). Si tratta di un campo molto variegato, che coinvolge anche la chimica e la biologia, ma nel quale la Fisica gioca un ruolo molto importante.

La ricerca corrente è indirizzata principalmente alla realizzazione di materiali nanostrutturati a base di semiconduttori e superconduttori, in genere nella forma di fili, buche e punti quantistici, anche con applicazioni industriali e mediche, oltre che all'elettronica e alla nanofotonica. Altri importanti filoni di ricerca sono orientati all'autoassemblaggio molecolare per la realizzazione di molecole complesse di forma predeterminata (con applicazioni anche al DNA), ma anche alla fabbricazione di microprocessori e altri dispositivi di dimensioni nanometriche, anche nella prospettiva della nanorobotica.

#### D. Applicazioni basate prevalentemente sulla fisica nucleare e subnucleare

Le Tecnologie nucleari, al di fuori degli ambiti di ricerca, trovano le loro principali applicazioni nella progettazione degli impianti nucleari per la produzione di energia (reattori nucleari e altri apparati basati sui fenomeni di fissione, ma anche impianti, per ora solo sperimentali, per la fusione nucleare), nella radioprotezione, nella sicurezza nucleare, nel trattamento delle scorie nucleari, ma anche nelle applicazioni, in particolare mediche e biologiche, della radioattività e delle altre proprietà dei nuclei. Un capitolo a parte è costituito dalle ricerche relative alle armi nucleari.

La Fisica degli acceleratori è il campo della ricerca applicata che si occupa dei problemi connessi con la costruzione e la gestione degli acceleratori di particelle, e richiede l'impiego di competenze anche relative alle interazioni radiazione-materia, alle tecniche di vuoto, all'elettronica e alle proprietà dei rivelatori.

La Fisica Medica fa anch'essa uso di un gran numero di risultati della fisica nucleare e subnucleare (radioterapia, radioprotezione, medicina nucleare, diagnostica, PET), ma ricorre anche ampiamente agli altri campi della Fisica, dall'uso degli ultrasuoni e dei raggi X a quello dei laser, dalla risonanza magnetica alle tecniche di *imaging*. Anche lo sviluppo delle apparecchiature per la misura di parametri fisiologici e delle tecniche di analisi non distruttiva è largamente fondato sull'applicazione di proprietà fisiche.

L'Analisi non distruttiva è un settore di applicazioni di grande interesse non soltanto per la medicina ma anche in molti altri contesti, che vanno dalla progettazione e manutenzione strutturale, meccanica e aerospaziale agli impianti industriali, alle reti energetiche e di comunicazione, allo studio e alla conservazione dei beni culturali, alla ricerca archeologica. Le tecniche fisiche impiegate vanno dall'ottica alla radiografia e alla spettroscopia NMR, dall'uso di ultrasuoni ai *test* meccanici, termici ed elettromagnetici, fino all'impiego di laser e di fasci di particelle.

#### E. Applicazioni della fisica teorica

La Fisica computazionale, in quanto studio e implementazione di algoritmi numerici ai fini della risoluzione di problemi (non solo fisici) per i quali esista un modello quantitativo, rappresenta uno sviluppo della fisica teorica. I principali contesti di applicazione della fisica computazionale, oltre tutti gli ambiti già discussi della Fisica, nei quali solo rarissimamente si può giungere a una risoluzione analitica dei problemi, sono varie aree della matematica, dell'ingegneria, della chimica e dell'economia.

## 8. La Fisica nei contesti interdisciplinari

Per il fatto stesso di investigare le proprietà della materia, dei suoi movimenti e delle sue interazioni, la Fisica si trova ad avere, pressoché automaticamente, territori di frontiera e confini labili con un grande numero di discipline che si occupano a vario titolo dei più diversi fenomeni naturali (e, come vedremo, non solo di quelli).

Questa contiguità è stata la base per la formazione e il consolidamento di un certo numero di ambiti interdisciplinari, ognuno dei quali ha ormai raggiunto lo *status* e la dignità di una disciplina autonoma, i cui cultori tuttavia traggono una parte importante delle loro competenze di base proprio dalla conoscenza dei principi e degli strumenti, sia materiali che concettuali, delle scienze fisiche.

Caratterizzeremo brevemente almeno i principali tra questi ambiti, sottolineando sia gli aspetti fisici di base che il tipo di ricadute che le competenze di Fisica possono avere nei rispettivi contesti.

### Fisica matematica

Le relazioni tra la Fisica e la Matematica sono antiche e profonde, a partire dallo stretto legame tra cinematica e geometria e dalla nascita dell'Analisi matematica per opera di Newton, e investono soprattutto, anche se non esclusivamente, l'ambito della Fisica teorica. Se storicamente con il nome di Fisica matematica si tendeva a indicare l'applicazione della matematica alla risoluzione di problemi fisici e lo sviluppo di metodi matematici finalizzati a tale applicazione, in tempi più recenti importanti sviluppi delle ricerche matematiche più astratte sono stati originati da particolari ricerche di fisica teorica, come ad esempio quelle connesse con la teoria delle stringhe. Più in generale, campi importanti di ricerca della fisica matematica includono l'analisi funzionale (in connessione con gli sviluppi della meccanica quantistica), la geometria differenziale (in particolare con riferimento alla relatività generale), la teoria delle probabilità (che sta alla base della meccanica statistica), la geometria algebrica, la geometria complessa e la topologia algebrica (che mostrano stretti legami con la teoria quantistica relativistica dei campi e delle stringhe), l'analisi numerica (applicata ai più diversi campi sperimentali e teorici)

### Fisica chimica

In un certo senso tutta la Chimica potrebbe essere considerata come un vastissimo e articolato capitolo della Fisica, in quanto da un punto di vista concettuale la Chimica non si fonda su principi indipendenti dalle leggi (fisiche) che governano la struttura e il moto degli atomi, la formazione delle molecole e le loro interazioni. In pratica tuttavia le tecniche e le procedure sperimentali della Chimica ne fanno nel suo complesso una disciplina metodologicamente indipendente. In questo caso come non mai, tuttavia, le aree di sovrapposizione sono talmente estese e sfumate che si fatica a fornire criteri rigidi di distinzione. Si parla quindi di fisica chimica e di chimica fisica, riservando la prima espressione allo studio dei processi chimici effettuato dal punto di vista della fisica, e più specificamente della fisica atomica e molecolare e di quella dello stato condensato. I fisici chimici studiano (sia dal punto di vista teorico e computazionale che da quello sperimentale) la struttura e la dinamica degli ioni, dei radicali liberi, delle molecole e dei polimeri, investigandone in particolare il comportamento quantomeccanico. È quasi superfluo sottolineare che tali ricerche hanno importanti ricadute non soltanto sugli altri settori di ricerca della chimica, ma anche nel campo delle applicazioni.

### Geofisica

La geofisica occupa un posto di grandissimo rilievo tra le Scienze della Terra, trattandosi dell'osservazione quantitativa delle caratteristiche fisiche del pianeta, che sono ovviamente alla base della sua costituzione e della sua evoluzione. Le osservazioni dei geofisici sono di tipo meccanico (misure sismiche, misure di potenziale gravitazionale), elettromagnetico (misure di campi elettrici e del campo magnetico terrestre, fenomeni connessi alla generazione e alla propagazione di onde elettromagnetiche), o anche legate allo studio dei fenomeni di radioattività naturale.

Tra i principali capitoli della geofisica ricordiamo la geodesia (studio della forma della Terra e del suo campo gravitazionale), la geodinamica (che studia il moto delle masse terrestri e i moti interni del pianeta), il geomagnetismo (che studia il campo magnetico terrestre e i numerosi fenomeni ad esso collegati), la geocronologia (impiego di metodi fisici per la datazione delle rocce). È importante ricordare anche la geofisica d'esplorazione, che usa strumentazione e tecniche fisiche per la ricerca di minerali e idrocarburi, oltre che per la ricerca archeologica e ambientale, e la petrofisica (mineralogia fisica).

Alla geofisica si riconnette anche l'oceanografia fisica, che consiste nello studio delle proprietà fisiche e dei moti delle grandi masse d'acqua che ricoprono la superficie terrestre.

### Meteorologia

Anche la meteorologia può essere considerata un importante capitolo della geofisica. Sulla base delle leggi della fluidodinamica essa si propone di comprendere i fenomeni relativi all'atmosfera terrestre e la loro evoluzione, con l'obiettivo di perfezionare progressivamente la capacità di previsione di tali fenomeni, e in particolare degli eventi estremi. Se l'interesse pratico di questa disciplina è notevolissimo, altrettanto notevoli sono le difficoltà computazionali legate alle previsioni meteorologiche, per la necessità di disporre di un gran numero di dati (relativi a temperatura, pressione, umidità) e di manipolarli rapidamente, unita a una grande e ineludibile instabilità matematica (caos) delle equazioni che governano i moti atmosferici: il problema della turbolenza è di per sé uno dei grandi temi aperti della fisica teorica.

### Biofisica

L'applicazione dei metodi delle scienze fisiche per l'investigazione dei sistemi biologici si estende a tutti i livelli dell'organizzazione della materia vivente, a partire dalla scala molecolare e cellulare fino al livello degli organismi e degli ecosistemi. Il rapporto interdisciplinare in questo caso coinvolge inevitabilmente anche la chimica (e in particolare la biochimica) e fornisce un ampio ambito di applicazioni alla ricerca sulle nanobiotecnologie.

La biofisica molecolare studia quantitativamente le interazioni tra i vari sistemi presenti nelle cellule, incluse le interazioni del DNA e del RNA e la sintesi delle proteine. Le tecniche sperimentali adottate sono varie, e vanno dalle tecniche di imaging alla NMR, dalla cristallografia a raggi X alla microscopia elettronica e a forza di campo. Gli eventi biologici vengono osservati (e manipolati) alle nanoscale. Dal punto di vista teorico sono coinvolte soprattutto la meccanica statistica, la termodinamica, la teoria del trasporto quantistico e la cinetica chimica. Moderni sviluppi teorici riguardano anche le proprietà statistiche delle sequenze di DNA e i meccanismi di ripiegamento delle catene di aminoacidi che formano le proteine.

I metodi della fisica statistica trovano oggi applicazione anche nello studio teorico di sistemi biologici estesi (fino al livello delle popolazioni e degli ecosistemi).

#### Agrofisica

Uno sviluppo recente della biofisica che si caratterizza ormai come sottodisciplina autonoma è lo studio, con i metodi delle scienze fisiche, degli oggetti biologici e degli ecosistemi che sono influenzati dall'attività umana, e in particolare dall'agricoltura.

Modelli fisici sono impiegati per la descrizione e l'analisi delle complesse interazioni tra suolo, piante e atmosfera che intercorrono nei processi di produzione agricola, con importanti ricadute anche sui temi della protezione della biodiversità, del controllo di qualità dei processi e dei prodotti e della sicurezza alimentare.

#### Archeometria

L'applicazione di tecniche e metodologie scientifiche all'archeologia vede ancora una volta una significativa presenza di competenze derivate dalla ricerca fisica.

Le aree principali dell'archeometria sono la datazione di strati e manufatti (con tecniche che vanno dall'analisi della concentrazione del carbonio 14 e di altri elementi chimici alla luminescenza stimolata otticamente e alla termoluminescenza, l'analisi di provenienza dei materiali sulla base della loro composizione, lo studio delle tecnologie di produzione degli artefatti, la modellazione quantitativa degli ecosistemi passati anche dal punto di vista climatico e del bilancio energetico, l'uso di sensori remoti per l'individuazione dei siti e di tecniche non distruttive per il lavoro sul campo, le tecniche di conservazione e di restauro.

#### Econofisica

L'applicazione delle teorie e dei metodi della fisica (e in particolare della fisica teorica e della meccanica statistica) per l'analisi e la risoluzione di problemi specifici delle scienze economiche ha una storia recente ma ha già suscitato notevole interesse.

Temi tipici sono quelli che riguardano processi stocastici e dinamiche non lineari, soprattutto nel contesto dei mercati finanziari (studio delle fluttuazioni e della volatilità).

#### Fisica della complessità

Un sistema complesso è un sistema costituito da un grande numero di componenti interagenti, la cui attività aggregata è un effetto non lineare delle attività delle parti costituenti il sistema. La definizione copre uno spettro vastissimo di sistemi, di natura fisica sia microscopica che macroscopica (dal clima ai fenomeni sismici), ma anche di natura biologica (cellule, organismi, sistemi nervosi, popolazioni, ecosistemi) e sociale (dall'economia alle reti infrastrutturali e di telecomunicazione, fino anche alla produzione di testi letterari).

Uno degli aspetti più interessanti della teoria della complessità è l'emergere di forme di complessità organizzata, nelle quali l'interazione tra le parti non è casuale ma correlata, anche se la coordinazione non è "guidata" da un agente esterno. La fisica, in particolare teorica, studia i fenomeni di complessità auto-organizzata dal punto di vista della dinamica dei sistemi, utilizzando in particolare le tecniche della meccanica statistica.

Uno dei filoni attuali di tale studio riguarda la cosiddetta criticità auto-organizzata, caratterizzata dall'emergere di leggi di scala affini a quelle dei fenomeni critici (transizioni di fase) in contesti molto differenti, che vanno dalla distribuzione degli incendi boschivi e dei terremoti a quella dei redditi, dalle dimensioni delle città alla

portata dei fiumi, dalle classifiche di vendita dei libri alle frequenze dei nomi propri, delle parole nei testi o delle citazioni scientifiche.

Questi concetti sono stati applicati in particolare alla teoria delle reti, con sviluppi molto interessanti per la comprensione delle caratteristiche e delle proprietà di stabilità delle infrastrutture energetiche e di Internet.

## 9. Le prospettive della ricerca

Come dovrebbe essere emerso ormai chiaramente anche soltanto dalla lunghezza del precedente, pur molto superficiale, *excursus* attraverso i campi di ricerca e di applicazione delle scienze fisiche e dal quadro delle interazioni con le altre discipline scientifiche, non ha molto senso parlare delle prospettive della Fisica in quanto tale, ma occorre semmai cercare di comprendere quali ne siano i settori più vitali e quindi maggiormente candidati a un significativo sviluppo negli anni a venire.

Le ricadute dei risultati della Fisica di base sul mondo produttivo e sulla società nel suo complesso sono solo raramente immediate, anche se sono facilmente prevedibili nel medio periodo sulla base dell'esperienza derivante dall'analisi dell'evoluzione socioeconomica degli ultimi due secoli: c'è chi ha calcolato che approssimativamente due terzi dell'economia mondiale attuale sono basati sui risultati e sulle conseguenze della teoria elettromagnetica di Maxwell (1864). Per questo motivo le ricerche in questo ambito, per quanto intellettualmente stimolanti esse possano essere, e per quanto profondi siano i problemi ancora aperti, non possono prescindere dalla volontà del corpo sociale e delle sue *élites* di garantire il necessario sostegno finanziario e organizzativo senza un'immediata prospettiva di ritorno economico.

Questa premessa è necessaria per chiarire che i settori della ricerca che risultano più impegnativi in termini di risorse umane e finanziarie vedono le proprie prospettive di sviluppo messe in discussione dal rischio che non si coaguli nella società il necessario consenso, che a sua volta dipende non solo da fattori legati all'andamento generale dell'economia, ma anche dalla generale consapevolezza della loro rilevanza strategica, che è a sua volta un corollario del livello culturale medio (e in particolare della cultura scientifica media) della cittadinanza.

I settori che, per i loro costi, sono maggiormente esposti a questo rischio sono quelli della fisica sperimentale delle interazioni fondamentali e di quella parte della ricerca astrofisica che più dipende dai piani di esplorazione spaziale. Basti pensare che in questo momento esiste un solo apparato al mondo (LHC al CERN di Ginevra) in grado di esplorare il comportamento delle particelle ai più elevati livelli di energie oggi raggiungibili (il che pone anche problemi "filosofici" in merito alla ripetibilità degli esperimenti). I fisici hanno già formulato ipotesi e proposte sulla possibilità di una nuova generazione di acceleratori, sulla quale lavorare quando fra un decennio anche LHC avrà esaurito il suo ciclo vitale, ma la praticabilità di tali proposte sarà molto legata sia alle compatibilità economiche che alla reale significatività (a oggi del tutto imprevedibile) dei risultati della stagione di esperimenti che va ora a iniziare.

Di grandissimo interesse conoscitivo sono oggi i temi che stanno alla frontiera tra la fisica delle particelle e l'astrofisica, come la ricerca di evidenze sperimentali e di spiegazioni teoriche per la cosiddetta "materia oscura" e l'ancor più evanescente "energia oscura" che a quanto pare costituiscono gran parte dell'Universo. Ma anche in questo caso il progresso dipende in modo cruciale dalla capacità e dalla possibilità di effettuare nuove e più significative osservazioni e *test* delle teorie.

Come si è già osservato in precedenza, una stasi nell'acquisizione di nuovi e importanti risultati osservativi e sperimentali avrebbe come effetto quasi inevitabile anche una perdita di motivazioni nelle corrispondenti ricerche teoriche. Non a caso la fisica teorica contemporanea tende a orientarsi da un lato verso speculazioni di natura quasi strettamente matematica, dall'altro verso un'estensione delle applicazioni dei propri metodi verso quegli ambiti, come la fisica dei sistemi complessi, le cui problematiche traggono spunto dai più svariati contesti naturali e sociali.

È più facile invece prevedere un continuato sviluppo di quei settori della ricerca i cui contatti con il mondo delle possibili applicazioni appaiono più direttamente comprensibili anche a chi non ne ha un'esperienza diretta. È il caso ad esempio della fisica dello stato condensato, per i suoi legami con l'elettronica analogica e digitale, con le nanotecnologie e con la scienza dei materiali (con un particolare interesse verso i biomateriali), oltre che per i problemi e le prospettive (per ora spesso solo ipotetiche) aperti dalla superconduttività ad alte temperature.

Vista la sempre maggiore rilevanza dei problemi energetici a livello mondiale, grande rimane l'interesse non soltanto "accademico" anche per quei campi, come la fisica dei plasmi, che hanno diretta rilevanza per lo sviluppo di sostenibili e sostanziali fonti alternative di energia.

Sono poi largamente aperte le prospettive di tutti gli ambiti interdisciplinari che abbiamo presentato in precedenza, anche per la straordinaria potenza metodologica del metodo della Fisica, pur senza più la pretesa di esaurire e risolvere in termini "fisicalisti" tutte le altre discipline scientifiche, i cui principi e presupposti sono e restano in molti casi largamente indipendenti da quelli della Fisica, può spesso essere importata nell'analisi di aspetti particolari di quasi ogni altra scienza, soprattutto ogni volta che sia in gioco la possibilità di effettuare esperimenti, di manipolare un grande numero di dati numerici oppure di modellare matematicamente fenomeni e processi.

Nell'analizzare le prospettive della ricerca non bisogna comunque mai dimenticare un'altra importante lezione che può trarsi dalla storia della disciplina: non sembra esservi ingenuità più grande che quella di credere di essere arrivati alla "fine" della Fisica. Era questa la presunzione di fisici di fine Ottocento, ma i vent'anni successivi hanno visto le più straordinarie rivoluzioni scientifiche dopo la nascita della Fisica moderna. Su una scala più piccola, gli entusiasmi suscitati una ventina d'anni fa dalla proposta delle superstringhe come modello unificante e univoco per le interazioni fondamentali, inclusa la gravitazione, sono oggi molto sopiti, anche per l'evidenza di uno scarso potere predittivo (e quindi una limitata verificabilità) di tali teorie, almeno alle scale energetiche e alle distanze accessibili all'esperimento.

## PARTE SECONDA: IL MESTIERE DI FISICO

### 1. Ciò che un fisico deve prima o poi sapere, ovvero la struttura dei corsi di studio.

Nei capitoli precedenti ci siamo concentrati sugli aspetti disciplinari della Fisica e del metodo scientifico in generale; vorremmo ora considerare la struttura dei corsi di laurea in Fisica e illustrare il modo in cui essa si accorda con gli scopi culturali e formativi dell'insegnamento della Fisica.

Lo studio della Fisica consiste di un percorso intellettuale nel quale lo studente viene gradualmente in contatto e comprende il significato delle scoperte più importanti di questa scienza.

Gli insegnamenti in Fisica non hanno mai il carattere di indottrinamento; il puro nozionismo è molto limitato e la parte più importante nello studio della Fisica riguarda lo sforzo immaginativo legato alla comprensione della materia. In questo senso, la Fisica non si insegna, si capisce. Lo scopo del docente è quello di aiutare lo studente a:

- (i) utilizzare il formalismo matematico per descrivere il comportamento della Natura;
- (ii) impadronirsi di nuovi concetti e a connetterli logicamente tra loro.

In certa misura, l'azione del docente può essere paragonata con quella di un enzima, che tende a favorire una data reazione chimica ma che, in fondo, non prende mai direttamente parte alla reazione stessa. Infatti, nel momento più importante dello studio —ovvero quello della comprensione— ogni studente è solo.

Il docente tende anche ad influenzare il meno possibile lo studente, per non inquinare con i propri pregiudizi le potenzialità di innovazione che ogni studente ha. L'elaborazione personale e l'originalità degli studenti sono fortemente incoraggiate, perché sono essenziali al progresso della Fisica e della scienza in generale. Inoltre, per favorire la discussione scientifica e la pratica dell'onestà intellettuale, i vari punti di vista e le interpretazioni personali vengono criticate e scrupolosamente valutate secondo il metro del metodo scientifico. Ogni nuovo passo in avanti nello studio della Fisica è sempre una conquista personale dello studente. In effetti, il percorso formativo in Fisica rappresenta un'esperienza intellettuale presoché unica, che, in genere, influisce notevolmente sull'atteggiamento culturale delle persone.

Le proposte avanzate dai vari atenei per il percorso formativo del triennio in Fisica sono generalmente basate sulle seguenti linee guida:

- (1) gli argomenti trattati nella laurea triennale dovrebbero essenzialmente corrispondere agli argomenti ritenuti basilari nello studio della Fisica e dovrebbero essere quanto più possibile comuni a tutti gli eventuali indirizzi o future specializzazioni;
- (2) oltre a fornire una descrizione dei principali fenomeni fisici, il contenuto dei corsi deve essere tale da favorire un percorso formativo logico e graduale dei principali concetti della Fisica;
- (3) è preferibile ridurre il numero di argomenti trattati e far acquisire allo studente una solida preparazione di base e una buona conoscenza delle interconnessioni disciplinari, piuttosto che citare superficialmente una grande numero di nozioni senza mai entrare nel merito e senza mai render conto del perché delle affermazioni.

La struttura e l'ordinamento temporale dei molteplici insegnamenti sono essenzialmente fissati dalla necessità di favorire lo sviluppo organico di un percorso formativo logico, che permetta anche di notare e apprezzare quei legami tra le diverse parti della Fisica che fanno della disciplina un tutt'uno e garantiscono la solidità dell'intera struttura della scienza. Si tende quindi a favorire l'iniziale studio degli strumenti matematici che sono ritenuti utili per la successiva formalizzazione dei vari modelli fisici. Inoltre, la scelta degli argomenti nella successione temporale dei corsi di insegnamento tende ad accordarsi con l'evoluzione storica delle principali scoperte scientifiche.

Una sequenza naturale per la presentazione dei vari argomenti potrebbe essere la seguente:

- comprensione ed utilizzo degli strumenti di analisi matematica e di geometria
- fondamenti del metodo scientifico sperimentale
- basi della fisica classica newtoniana e della termodinamica, principali nozioni di elettromagnetismo
- sviluppi di meccanica classica comprendenti i principi variazionali, la cinematica relativistica e la fisica statistica
- nozioni base su oscillazioni, risonanze e fenomeni ondulatori
- ottica geometrica e ottica fisica
- nozioni basilari di chimica
- elementi di informatica
- metodi matematici per la fisica moderna
- formalismo e concetti della meccanica quantistica e le sue prime applicazioni in fisica atomica, molecolare e nucleare
- formulazione covariante dell'elettrodinamica, processi di urto e irraggiamento, interazione radiazione materia
- introduzione alla fisica nucleare e delle particelle, applicazioni della meccanica quantistica nella descrizione della struttura della materia
- statistiche quantistiche
- fisica dei laser, fisica dello stato solido.

Parallelamente alla presentazione "teorica" degli argomenti fondamentali, deve essere presente una solida attività di laboratorio mirata a fornire agli studenti la conoscenza e la capacità di utilizzo degli strumenti; le basi della probabilità e della statistica; i metodi di analisi dei dati; la capacità di presentare efficacemente i risultati in una relazione scritta; inoltre stimolare l'abitudine a lavorare in collaborazione all'interno di un gruppo.

Il primo anno del corso di laurea triennale in Fisica è principalmente dedicato allo studio dell'analisi matematica e della geometria, all'introduzione del metodo scientifico e alla pratica di laboratorio insieme con la formulazione di base della meccanica e della termodinamica. Nel secondo anno si studiano —sia dal punto di vista teorico che sperimentale— i processi elettromagnetici classici, si introducono la teoria della relatività ristretta, la descrizione analitica della meccanica classica basata sui principi variazionali e la fisica statistica classica. Il terzo anno ha un ruolo fondamentale nel percorso del triennio in Fisica; si studia la meccanica quantistica. Oltre agli sviluppi avanzati dell'elettromagnetismo e agli aspetti formali dei metodi matematici, si considerano anche le prime applicazioni della meccanica quantistica in fisica atomica, fisica nucleare e struttura della materia.

Il passaggio dalla fisica classica alla cosiddetta fisica moderna, e la "comprensione" per esempio della struttura atomica, si accompagnano in genere con una maturazione culturale che permette di raggiungere una prima valutazione globale della Fisica. Alla

fine del terzo anno, lo studente è grado di collegare i vari insegnamenti e di apprezzare il ruolo che le diverse parti della Fisica hanno nella descrizione della Natura. Gradualmente emerge una prima “visione scientifica del mondo” in cui gli eventi naturali vengono percepiti non solo attraverso i sensi ma, in parte, anche attraverso l’intelletto.

Oltre agli insegnamenti strettamente disciplinari di Fisica, ogni curriculum di Fisica comprende anche dei corsi che sono dedicati ad ulteriori argomenti strettamente connessi con la Fisica quali, per esempio, chimica, tecnologie dei materiali, complementi di matematica, informatica, tecnologie digitali, ... Questi corsi, che a volte non sono obbligatoriamente fissati ma possono essere (almeno parzialmente) scelti dagli studenti ed inclusi nei piani di studio, sono utili alla formazione culturale del fisico. Da una parte, gli argomenti trattati possono essere basilari nella descrizione di alcuni aspetti della Natura, come la chimica che studia in dettaglio le reazioni tra atomi e molecole. Dall’altra, possono arricchire le conoscenze “tecniche” dello studente mediante la conoscenza di particolari metodi matematici, metodi di calcolo, ecc. Infine, possono riguardare competenze professionali, immediatamente utilizzabili da coloro che intendono inserirsi nel mondo del lavoro dopo aver conseguito il diploma di primo livello.

Gli insegnamenti dei corsi di laurea magistrale si differenziano e si organizzano a seconda degli indirizzi di specializzazione: astrofisica, Fisica delle interazioni fondamentali, Fisica nucleare, struttura della materia, Fisica teorica, Fisica medica, Fisica dei plasmi, scienze dei materiali, ecc. Lo studio della Fisica si concentra generalmente nel settore di interesse per lo studente e diventa più “tecnico” sia per la capacità di calcolo che per le competenze nei singoli argomenti. Durante il biennio della laurea magistrale, l’apprendimento della Fisica subisce una notevole accelerazione che, partendo dalla conoscenza di base della Fisica, porta lo studente in prossimità della frontiera della conoscenza e lo prepara per il successivo passaggio alla ricerca, che generalmente si effettua nelle scuole di dottorato o perfezionamento.

Un elenco dei Corsi di Laurea e di Laurea Magistrale in Fisica e discipline affini che saranno attivati in Italia a partire dall’Anno Accademico 2009/2010 è riportato in Appendice 1.

L’insieme degli studi in Fisica di primo e secondo livello comprende un serie di passaggi nei quali sia l’inquadramento logico dei fatti che il formalismo matematico usato per descrivere i fenomeni subiscono delle modificazioni notevoli. Si potrebbe quindi ipotizzare che, per rendere più efficiente lo sforzo compiuto dagli studenti nel percorso formativo, sarebbe forse conveniente concentrarsi fin dall’inizio degli studi in Fisica sulle teorie più “avanzate” o recenti. Occorre tener presente, tuttavia, che la scelta degli argomenti dei corsi di studi è condizionata dal fatto che, per comprendere la consistenza della Fisica nel suo insieme, è necessario seguire un percorso formativo logico e graduale. Di fatto, questo si realizza ripercorrendo essenzialmente nell’ordine cronologico le principali tappe delle scoperte scientifiche. Così come ogni piano di un edificio si appoggia sul piano precedente, similmente in Fisica ogni nuova teoria si basa su —e contiene nell’opportuno limite— le teorie precedenti, e ogni nuovo concetto sviluppa le idee precedenti. Così come la costruzione di un edificio parte dalle fondamenta per arrivare all’ultimo piano, similmente lo studio della Fisica parte dai concetti basilari della fisica classica per arrivare alla teoria quantistica dei campi, ovvero alla teoria che attualmente fornisce la descrizione più approfondita e completa del comportamento della Natura.

Perché non insegnare la Fisica partendo direttamente dalla teoria quantistica dei campi e procedendo poi per deduzione a illustrare tutte le conseguenze del modello? Di fatto, i tentativi didattici di presentazione deduttiva della Fisica sono sempre risultati totalmente fallimentari. Non si può partire dalla teoria più elaborata perché, così facendo, allo studente mancherebbero i concetti necessari per comprendere il significato della teoria stessa. Il punto è che lo studio della Fisica non è come leggere tante novelle slegate tra loro in cui l'ordine col quale si leggono i vari racconti è abbastanza irrilevante. Per sviluppare e assimilare i concetti della Fisica occorre procedere con gradualità seguendo l'ordine logico degli esperimenti e dei ragionamenti.

Il percorso formativo in Fisica è piuttosto impegnativo. Le maggiori difficoltà che lo studente deve affrontare riguardano, da una parte, le difficoltà tecniche che sono legate all'utilizzo degli strumenti matematici e, d'altra parte, le difficoltà di natura concettuale che sono legate alla elaborazione degli schemi mentali necessari per l'inquadramento logico dei fenomeni e delle metodologie utilizzate. Le difficoltà tecniche sono generalmente superabili attraverso l'esercizio e la pratica; mentre quelle concettuali richiedono una graduale elaborazione immaginativa che si può ottenere anche attraverso la discussione e lo scambio di opinioni. Le difficoltà della Fisica sono in gran parte dovute all'elevato livello culturale/intellettuale della disciplina stessa. Ogni tentativo di sottovalutare o di nascondere queste difficoltà non risulta veritiero e non si accorda con l'onesto riconoscimento del ruolo fondamentale che la Fisica ha nella scienza e tra le attività intellettive in genere.

## **2. Ciò che un fisico deve imparare a fare, ovvero gli scopi formativi.**

I corsi di studi universitari in Fisica non sono corsi strettamente professionalizzanti; per loro natura, essi hanno carattere essenzialmente culturale. Lo scopo più importante dei Corsi di Laurea in Fisica consiste nel valorizzare le abilità creative ed immaginative degli studenti, fornendo loro i mezzi per raggiungere una certa autonomia intellettuale e piena libertà di espressione in ambito scientifico e nella ricerca.

Questo scopo primario è il punto d'incontro delle esigenze e aspirazioni di studenti e docenti. Gli studenti, oltre all'acquisizione delle conoscenze di base della Fisica, si aspettano di poter operare, al termine del percorso universitario, con un certo grado di autonomia negli ambienti di lavoro. Si attendono altresì di trovare un ambiente formativo intellettualmente stimolante, capace di fornire loro i mezzi per comprendere la cultura scientifica e poter contribuire, in maniera autonoma e originale, al progresso scientifico. D'altra parte, i docenti che operano nei corsi di laurea in Fisica richiedono di poter trasmettere la cultura scientifica alle giovani generazioni, collaborando con esse per preservare il patrimonio delle conoscenze, far avanzare la ricerca scientifica e partecipare all'innovazione tecnologica.

L'aspirazione all'autonomia di giudizio e alla libertà di espressione richiedono, durante il percorso formativo in Fisica, un approfondimento culturale piuttosto impegnativo. Necessariamente, tale percorso culturale è diversamente articolato rispetto ad un percorso dedicato esclusivamente alla formazione di tecnici laureati.

Per questo motivo i corsi universitari in Fisica si differenziano, per esempio, dai corsi di studi in Ingegneria. Questa differenza non riguarda la "qualità" degli insegnamenti; il corso di laurea in Fisica non è a priori "meglio" o "peggio" di un corso di laurea in Ingegneria. Fisica e Ingegneria hanno di fatto innumerevoli punti di contatto e di

sovrapposizione in ambito disciplinare, ma hanno diversi punti di vista sulle motivazioni e sulle finalità dell'utilizzo delle leggi fisiche, ovvero essi hanno diversi scopi formativi. Entrambi fisici ed ingegneri concorrono al progresso scientifico e sono indispensabili alla realizzazione dei processi produttivi, ma hanno ruoli diversi. Nel mondo del lavoro, l'attività di un tecnico laureato è piuttosto ben definita ed è generalmente concentrata nel proprio campo di competenza. La collocazione del fisico risulta invece molto più variegata.

Il punto di forza dei fisici, nello svolgimento delle loro attività, è rappresentato dalla loro capacità di saper :

- (i) affrontare nuovi problemi, anche quelli che sono al di fuori della loro sfera di competenza;
- (ii) individuare gli aspetti essenziali dei fenomeni;
- (iii) utilizzare vari collegamenti interdisciplinari;
- (iv) intravedere e proporre soluzioni a ogni problema.

Nel lavoro di gruppo, generalmente il fisico ha un ruolo propositivo sia nell'azione di orientamento e di indirizzo dell'attività, sia nell'azione di superamento dei problemi (problem solving).

In questi ultimi anni, si è molto discusso del ruolo dei laureati in Fisica —e anche del ruolo stesso dell'università— nella società. Riportare tutti i dettagli di tale dibattito non rientra nei nostri scopi. Ci concentreremo quindi su alcuni aspetti basilari della questione che sono utili per comprendere le motivazioni principali degli scopi formativi dei corsi di laurea in Fisica, e che possono essere facilmente introdotti per mezzo delle seguenti domande.

*Perché nei corsi di studio in Fisica attuali —come pure in quelli della tradizione degli anni passati— si studiano anche molti argomenti di natura piuttosto “accademica”, che magari non hanno una immediata applicazione tecnologica, e non ci si concentra invece sugli argomenti “avanzati” che ammettono subito applicazioni (potenzialmente utili) per la società ?*

*Perché, nei corsi di laurea in Fisica, non si insegna unicamente come risolvere i problemi che sono di attuale interesse per l'industria e per le imprese ?*

Una risposta approfondita a queste domande coinvolge necessariamente un insieme numeroso di considerazioni, tra le quali rientrano anche alcune convinzioni personali che sono di natura non strettamente scientifica. Noi ci limiteremo a riportare le opinioni che sono generalmente condivise —se pur con lievi sfumature a seconda dei vari punti di vista— dai fisici. Ovvero cercheremo di esporre le ragioni di quel “sentimento comune” che ci unisce come fisici e che è alla base della essenziale uniformità nella struttura delle varie proposte dei corsi di laurea in Fisica nazionali. Questo “sentimento comune” si estende in realtà ben oltre i confini nazionali e attribuisce alla comunità dei fisici un carattere globale.

Gli insegnamenti previsti nel percorso formativo in Fisica sono scelti in modo tale da trasmettere, nella maniera più efficiente possibile, le conoscenze acquisite in Fisica alle nuove generazioni e, contemporaneamente, sviluppare negli studenti le capacità precedentemente elencate nei punti (i)–(iv).

Non sarebbe molto saggio insegnare unicamente agli studenti come risolvere i problemi attuali dell'industria o delle imprese perché tali problemi sono troppo variegati tra loro per poter essere efficacemente inquadrati in un unico schema logico, e soprattutto perché, a causa della mutevole evoluzione dei mercati al trascorrere del tempo, quando domani si inseriranno nel mondo del lavoro i laureati si troveranno necessariamente di fronte a problemi nuovi e diversi da quelli che hanno imparato a

risolvere oggi. Appare molto più conveniente formare laureati provvisti di elasticità mentale, capaci di analizzare e capaci di proporre soluzioni a qualsiasi tipo di problema. In questo modo, quando un'impresa si avvale della collaborazione di un laureato dotato di tali capacità, può illustrargli la natura del problema che va affrontato al momento e può sperare di ricevere proposte di soluzioni. Solo dopo aver analizzato il problema e aver formulato possibili strategie di soluzione, si può ricorrere all'opera ed alla collaborazione dei tecnici.

Durante lo studio della Fisica, lo studente viene in contatto con innumerevoli problemi che differiscono tra loro; lo studente deve imparare ad analizzarli e a distinguere gli aspetti essenziali da quelli irrilevanti, deve imparare a formalizzare ogni problema in termini matematici, e infine deve imparare a proporre sempre soluzioni —anche approssimate— ai problemi secondo il famoso motto che è meglio un cattivo numero piuttosto che nessun numero. Nello studio della Fisica, lo studente deve imparare a comprendere il significato delle varie teorie fisiche, che molto spesso richiedono drastiche modificazioni del punto di vista sulla natura dei fenomeni e sugli schemi logici da adottare, deve imparare a connettere logicamente le diverse teorie e i differenti settori della Fisica, deve imparare a riconoscere i ragionamenti corretti da quelli sbagliati, deve imparare a non sottovalutare nessun dettaglio e il pur minimo indizio di soluzione di un problema, deve far appello a tutta la sua capacità immaginativa per farsi una idea dello svolgersi dei fenomeni, deve saper scorgere le similitudini e gli aspetti comuni tra le più svariate situazioni. In sintesi, lo studio della Fisica rappresenta una sorta di allenamento o “training” per sviluppare e potenziare le qualità elencate nei punti (i)-(iv).

Gli studenti di Fisica che hanno imparato, per esempio, a formulare le leggi della meccanica per mezzo di principi variazionali, che hanno compreso come esprimere le equazioni dell'elettromagnetismo in forma relativisticamente covariante, che hanno capito il significato statistico dell'entropia, che hanno imparato a stimare o a calcolare i valori dell'energia dei livelli atomici, ovvero coloro che hanno superato le innumerevoli difficoltà dello studio della Fisica generalmente trovano poi i problemi del mondo del lavoro non così estremamente difficili, almeno per quanto riguarda gli aspetti scientifici delle questioni.

L'elenco delle cose più importanti, che un fisico deve imparare a fare, comprende:

- (a) utilizzare il metodo scientifico sperimentale;
- (b) usare la matematica per la formalizzazione e la modellizzazione;
- (c) produrre una risposta —anche approssimata— a qualunque problema.

Il metodo scientifico sperimentale è una delle più grandi conquiste dell'umanità e rappresenta un modo piuttosto standardizzato col quale fare affermazioni e proporre conclusioni. Il metodo scientifico è basato sull'utilizzo di due componenti: la prova o verifica sperimentale e il ragionamento formale logico matematico.

La metodica raccolta e classificazione dei dati sperimentali spesso rappresenta il punto di partenza di un'attività scientifica. Avendo notato un particolare aspetto caratteristico dei risultati numerici degli esperimenti, per esempio, si cerca poi di formulare una possibile ipotesi o spiegazione di tale comportamento. L'ipotesi deve essere espressa in termini matematici di modo che si possano analizzare, sulla base del ragionamento logico matematico, le eventuali conseguenze o previsioni di tale spiegazione. Le previsioni vengono sottoposte a verifica sperimentale. Si raccolgono quindi i nuovi dati sperimentali e si analizzano i risultati. Se gli esperimenti sono in accordo con le previsioni, l'ipotesi proposta viene confermata in prima istanza e viene quindi sottoposta ad ulteriori verifiche. Se invece i dati sperimentali non sono in accordo con le previsioni, la spiegazione proposta è dichiarata erronea. Allora si

cercano nuove spiegazioni, ed il processo continua. In questo modo si instaura una sequenza di ciclici passaggi tra esperimenti, proposte di spiegazioni e ragionamenti matematici che conducono ad affermazioni e conclusioni con un grado oggettività e di attendibilità generalmente valutabile e sotto ragionevole controllo.

L'avanzamento del progresso scientifico è basato su due aspetti fondamentali del metodo scientifico:

- (1) la raccolta sistematica, la costante verifica ed il libero accesso ai dati sperimentali;
- (2) il pubblico riconoscimento che, qualora una certa affermazione risulti contraddetta dagli esperimenti, tale affermazione è sbagliata.

Il secondo punto in particolare ha avuto e continua ad avere, sul comportamento umano, un contenuto rivoluzionario enorme, poiché afferma che a decidere sulla credibilità di certe affermazioni non sono le autorità, e nemmeno i dogmi delle religioni, e nemmeno le posizioni della politica, ... , e nemmeno la maggioranza dei cittadini, ma è la Natura attraverso la prova sperimentale.

Ogni fisico deve saper utilizzare il metodo scientifico e deve saperlo inserire nel particolare contesto in cui si trova ad operare. In termini più generali, ogni fisico deve saper riconoscere e distinguere un ragionamento scientifico da una generica argomentazione pseudo-scientifica contenente, per esempio, affermazioni opinabili o errori logici di concatenazione nella esposizione.

Un aspetto importante dell'efficacia del metodo scientifico riguarda anche la scelta del contesto formale matematico, che deve collocarsi al giusto livello di astrazione a seconda del problema in esame. Il fisico deve saper utilizzare gli strumenti matematici che sono idonei a trattare il problema. Anche in questo caso, il training effettuato durante il percorso formativo in Fisica ha fatto conoscere allo studente una vasta gamma di esempi, tra i quali egli può individuare quello più adatto alle specifiche necessità del lavoro da svolgere.

Infine, quello che un fisico deve imparare a fare è produrre una risposta —utilizzando una specie di “buon senso”— a qualunque problema gli venga proposto. Questa attitudine a individuare l'ordine di grandezza delle risposte ai vari problemi non appartiene solamente ai fisici, naturalmente, ma certamente li caratterizza poiché il percorso formativo in Fisica tende a sviluppare particolarmente questa abilità.

### **3. Un esempio importante: i *Fermi – problems***

Un giorno Enrico Fermi, che all'epoca lavorava e insegnava a Chicago, pose agli studenti del suo corso il seguente quesito: “Sapreste dirmi, così su due piedi, quanti accordatori di pianoforte ci sono in questo momento a Chicago?”. Di fronte allo sconcerto degli allievi, Fermi propose loro le seguenti considerazioni (valide all'epoca dell'episodio qui narrato):

1. A Chicago vivono all'incirca cinque milioni di persone.
2. In media a Chicago ci sono due persone per famiglia.
3. All'incirca una famiglia su venti ha un piano, che periodicamente ha bisogno di essere accordato.
4. In media un piano deve essere accordato una volta all'anno.
5. Occorrono circa due ore, compreso il viaggio, per accordare un piano.
6. Ogni accordatore lavora 8 ore al giorno, cinque giorni per settimana, 50 settimane all'anno.

Sulla base delle premesse (1-4) Fermi calcolò che si dovessero accordare circa 125.000 pianoforti ogni anno, sulla base delle premesse (5-6) ogni accordatore poteva accordarne un migliaio, per cui doveva esservi a Chicago un centinaio di accordatori. Una successiva verifica mostrò che in effetti ve n'erano 80.

Da questo episodio è nato il concetto di *Fermi problem*, che consiste sostanzialmente in un problema in cui una quantità non direttamente misurabile (qualunque ne sia la natura) deve essere stimata sulla base di informazioni approssimative e facendo uso di ipotesi ragionevoli. Lo stesso Fermi era straordinariamente abile in questo tipo di calcoli, ed è noto che stimò in 10 kiloton la potenza della prima bomba atomica semplicemente osservando la distanza percorsa da alcuni pezzetti di carta lasciati cadere durante l'esplosione (il valore oggi comunemente accettato è 20 kiloton). Un altro esempio famoso è l'equazione di Drake, usata per stimare il numero di civiltà extraterrestri intelligenti nella Galassia.

Per un fisico è molto importante possedere e sviluppare una sufficiente attitudine alla risoluzione di questo tipo di problemi. La progettazione di un esperimento complesso, o l'impostazione di un grosso programma di calcolo numerico, non possono prescindere dalla stima del tempo di lavoro umano (o del tempo-macchina) necessario per completare il progetto. Un'idea (teorica o sperimentale) apparentemente geniale può essere resa del tutto vana dalla sua inapplicabilità su una scala temporale commisurata alla vita umana. Lo stesso può dirsi a proposito della rilevanza di un effetto fisico: se dal punto di vista quantitativo l'effetto risulta molto inferiore alla precisione con cui si possono effettuare le misure, o anche soltanto al "rumore di fondo" derivante da effetti concomitanti e non separabili, non ha molto senso studiarlo approfonditamente né tanto meno investire tempo e risorse nella predisposizione di esperimenti volti a rivelarlo. Ma proprio in casi come questi spesso è possibile soltanto una stima basata su ipotesi ragionevoli.

Non è difficile inventare problemi che ammettono questo genere di trattamento basandoli su situazioni tratte da contesti anche di tipo quotidiano, e comunque non necessariamente connesse a complesse questioni di fisica di base. Porsi problemi di questo genere, tentare di risolverli per conto proprio, e infine se possibile confrontare la propria soluzione con qualche dato reale è certamente il modo migliore per sviluppare la propria attitudine alle stime quantitative, ed è in ogni caso un tipo di ginnastica mentale particolarmente adatto a chi voglia avviarsi allo studio della fisica, ed eventualmente a un lavoro connesso a questa o ad altre discipline di tipo scientifico.

Nell'Appendice II abbiamo raccolto una ventina di tipici *Fermi problems*, con l'obiettivo di fornire uno stimolo intellettuale e anche di offrire uno strumento per la rapida verifica delle proprie attitudini e per lo sviluppo della necessaria *forma mentis*. Per questo motivo abbiamo volutamente evitato di inserire le "soluzioni" dei quesiti, fornendo soltanto alcuni suggerimenti. Fa parte dell'esercizio la ricerca delle possibili (o plausibili) risposte corrette, che peraltro in molti casi può essere effettuata abbastanza facilmente via Internet.

#### **4. Ciò di cui un fisico può fare a meno.**

Nel linguaggio della fisica, "approssimazione" non significa quindi sciattezza o faciloneria, ma la capacità di apprezzare i differenti ordini di grandezza degli effetti che entrano in gioco in un determinato processo fisico. A differenza del matematico,

per il quale la determinazione della milionesima cifra di “pi greco” può diventare un problema stimolante e affascinante, o dell’informatico, per il quale ogni singolo *bit* può fare la differenza tra un programma funzionante e uno difettoso, il fisico può permettersi di trascurare molti dettagli “poco importanti”, purché abbia la capacità (e non è cosa da poco) di riconoscere che cosa è realmente importante per il problema che sta affrontando.

Da queste considerazioni discendono numerose conseguenze, anche in relazione al processo di apprendimento della Fisica. Molte delle informazioni che si trovano nei testi e nei manuali di Fisica non richiedono di essere imparate a memoria: è infinitamente più importante aver capito “dove” un certo tipo di informazioni può essere trovato, piuttosto che ricordarne un grande numero, ma non essere poi in grado di reperire il singolo dato che serve in un caso particolare e che non si è memorizzato. Un ottimo esempio di avvicinamento non strettamente quantitativo alla soluzione di un quesito di Fisica è fornito dall’analisi dimensionale: spesso tenendo conto soltanto delle possibili quantità fisiche rilevanti per il problema e delle loro “dimensioni” fisiche (ossia della combinazione di unità di misura fondamentali necessaria per misurarle) è possibile prevedere la dipendenza funzionale del risultato dalle quantità stesse, e restano indeterminati soltanto i coefficienti numerici (molte volte prossimi all’unità).

Un altro buon esempio dell’importanza della capacità di ragionamento e dell’assai minore rilevanza dello sforzo mnemonico può essere offerto mostrando come la conoscenza di pochi valori numerici di quantità realmente “fondamentali” possa essere sufficiente a ricavare moltissime informazioni che sarebbe per molti difficile memorizzare in modo indipendente. Quasi tutti gli studenti liceali ricordano il numero di Avogadro ( $6 \cdot 10^{23}$ ) che rappresenta il numero (approssimato) di atomi che occorrono per formare un grammo di atomi di idrogeno. Ma non tutti pensano al fatto che a partire da questo numero un semplice ragionamento permette di stimare le dimensioni di un atomo, che non devono essere molto superiori a un centomillesimo di centimetro.

Se poi si ha qualche elementare nozione di meccanica quantistica, e si ricorda che le dimensioni dell’atomo sono legate al raggio di Bohr, e che la forza dell’interazione elettromagnetica è misurata da un numero adimensionale, la costante di struttura fine  $\alpha$ , circa uguale a  $1/137$ , si possono subito ottenere stime numeriche per altre quantità di grande importanza fisica, come la lunghezza d’onda Compton (che vale  $\alpha$  volte il raggio di Bohr) e il raggio classico dell’elettrone (che vale  $\alpha^2$  volte il raggio di Bohr). È chiaro che per ottenere questi risultati occorre avere comunque qualche nozione, anche di tipo quantitativo, ma ci piace far notare che nei nostri ragionamenti siamo riusciti a evitare di dover far uso di molte quantità importanti, ma il cui valore dipende dal sistema di unità di misura, come la velocità della luce  $c$ , la costante di Planck  $h$  e la carica dell’elettrone  $e$ , che a rigore sono tutte presenti nella definizione delle quantità che abbiamo ora stimato.

E ciò che vale per i numeri vale anche, e a maggior ragione, per le formule, di cui è fondamentale capire l’origine, il significato e quindi i contesti nei quali possono essere applicate, mentre serve a ben poco ricordarne i dettagli algebrici, quasi sempre facilmente reperibili in un manuale e ormai anche *online*, se non si ha una chiara visione del loro senso e quindi del loro dominio di applicabilità. Si potrebbe ripetere l’esempio appena discusso ragionando sulle formule anziché sui numeri, e anche in questo caso vedremmo che una buona comprensione dei principi (e l’uso dell’analisi dimensionale) è un ottimo sostituto per un grande sforzo di memoria.

L'esperienza comune di chi incontra gli studenti provenienti dagli studi secondari, nei quali è spesso premiata la capacità di assimilare un grande numero di nozioni, mostra purtroppo che i ragazzi spesso affrontano gli studi universitari con innegabile serietà e determinazione, ma molte volte non riescono a cambiare il loro atteggiamento mentale nei confronti dell'apprendimento, per cui quando affrontano situazioni in cui viene messa alla prova la loro capacità di impiegare le nozioni acquisite (magari avendo a disposizione i testi stessi su cui hanno studiato) talvolta non riescono a ottenere il risultato desiderato, in quanto si richiede loro un'elaborazione "originale" e non la pura "restituzione" delle informazioni acquisite.

## **5. La mentalità del fisico.**

L'insieme degli aspetti più caratterizzanti del *modus operandi* dei fisici, nei riguardi delle varie attività in cui sono impegnati, viene a volte denotato col nome di "mentalità del fisico"; si tratta essenzialmente della metodologia utilizzata dai fisici nello svolgimento delle loro varie attività e dell'atteggiamento tipico col quale i vari problemi vengono da loro affrontati. L'atteggiamento è caratterizzato dalla curiosità di conoscere ed esplorare i fenomeni naturali, dalla tendenza a modellizzare i fenomeni mettendo in risalto gli aspetti essenziali alla loro comprensione, dall'attitudine a proporre soluzioni ai problemi, dalla capacità di intraprendere l'attività di sperimentazione e di ricerca.

Il presupposto fondamentale sul quale è basato ogni comportamento scientifico riguarda innanzitutto l'onestà intellettuale. Molto spesso, con questo s'intende la capacità di riconoscere la validità del lavoro di altri ricercatori e di riconoscere pubblicamente i propri errori. L'onestà intellettuale comprende inoltre la capacità di saper distinguere i fatti —così come essi si manifestano in natura— dai propri desideri e dai propri pregiudizi, di qualunque natura essi siano: politica, religiosa, ecc. Il motivo per cui i fisici, e gli scienziati in genere, tendono a perseguire l'onestà intellettuale è in parte dovuto alla natura stessa delle discipline scientifiche (Fisica, Matematica, ecc.). Per esistere, la scienza e il metodo scientifico non possono fare a meno dell'onestà intellettuale, la quale non ammette un comportamento del tipo "per partito preso".

L'onestà intellettuale comprende anche l'insieme delle regole comportamentali generalmente utilizzate, per esempio, nella stesura di una relazione scientifica o di un articolo da pubblicare in una rivista scientifica. A questo proposito, occorre notare l'esistenza di un recente fenomeno che si è manifestato a seguito soprattutto dello sviluppo tecnologico rappresentato dall'utilizzo dei PC in connessione con la rete internet. L'estrema facilità con la quale si può reperire materiale scientifico in forma digitale può indurre lo studente, che deve scrivere una relazione o una tesi di laurea, ad utilizzare il metodo del *copy and paste* per inserire nella propria relazione numerose parti espositive che non sono opera sua, senza specificare l'origine né tanto meno i nomi degli autori di tali parti. Occorre insegnare agli studenti che tale pratica è illecita. È consentito includere nella propria relazione una frase od un paragrafo di un altro autore purché la frase venga riportata entro virgolette e vengano esplicitamente citati l'autore e la pubblicazione dalla quale la frase è stata presa.

Una delle caratteristiche più apprezzate della mentalità del fisico riguarda l'attitudine alla ricerca. L'attività di ricerca è indirizzata ad allargare i confini delle conoscenze e delle applicazioni scientifiche e molto spesso coinvolge simultaneamente varie discipline.

Presso le Università e gli istituti nazionali ed internazionali di ricerca molti fisici svolgono attività di ricerca in Fisica, e anche in Matematica, Informatica, Biologia, Chimica, Medicina, ecc. Questa attività riguarda per esempio l'avanzamento della Fisica di base, nei suoi vari settori, ma riguarda anche lo sviluppo delle applicazioni della Fisica —e dei metodi della Fisica— in altri campi. Le connessioni disciplinari della Fisica con la Matematica, la Chimica e l'Informatica sono ben note; inoltre, nuove possibilità di di ricerca e di sviluppo della Fisica nelle aree di Medicina, Biologia, Econofisica, Fisica Ambientale, Metrologia, ecc. stanno recentemente emergendo.

Non solo i fisici svolgono attività di ricerca presso le Università e i grandi istituti di ricerca, sia nazionali che internazionali, ma fanno ricerca anche nell'ambito delle attività delle imprese e nei settori della produzione industriale e artigianale. In effetti, la ricerca consiste essenzialmente in una attitudine mentale —stimolata dalla curiosità e basata sul metodo scientifico— che spinge all'analisi dei dati, alla ricerca di spiegazioni sul perché dei fenomeni ed al miglioramento dell'efficacia delle azioni da intraprendere. La ricerca riguarda e coinvolge quindi, in varia misura, tutte le attività. Negli ultimi cinquant'anni, una parte considerevole della ricerca in Fisica ha riguardato la microfisica, ovvero lo studio delle interazioni fondamentali tra le particelle. Questa attività ha avuto un ruolo importante nello sviluppo della Fisica del secolo scorso. Sia la vastità dei dati sperimentali raccolti, insieme con la scoperta di numerose nuove particelle, e sia l'avanzamento teorico nella costruzione del modello di teoria di campo che descrive il comportamento delle particelle elementari hanno permesso di raggiungere un notevole livello di "comprensione" sulla realtà che ci circonda.

La ricerca attuale è invece maggiormente indirizzata agli aspetti applicativi della Fisica così come allo sviluppo delle connessioni interdisciplinari.

## **6. Gli sbocchi professionali**

L'analisi degli sbocchi professionali che si offriranno in futuro a un giovane che voglia oggi avviarsi allo studio della Fisica, se da un lato deve tener conto di quanto già detto in precedenza in merito alle prospettive della ricerca in Fisica, dall'altro non si deve ancorare in modo stretto a tali prospettive, in quanto il passaggio dal contesto degli studi al mondo del lavoro può avvenire, per un giovane laureato in Fisica, in almeno tre direzioni molto differenti tra loro, e che meritano quindi di essere valutate separatamente:

- A. professioni legate al mondo della ricerca accademica, sia di base che applicata
- B. professioni legate alle applicazioni industriali della fisica
- C. professioni in cui i metodi e le conoscenze della fisica possono essere utilmente applicati a contesti differenti da quelli in cui si sono originati

A) In Italia il mondo della ricerca accademica, per quanto riguarda la Fisica, è confinato all'Università, agli Osservatori astronomici e a pochi Enti pubblici di ricerca: l'INFN (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare) per la fisica delle interazioni fondamentali, l'INAF (Istituto Nazionale di Astrofisica), l'INGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia), e diversi istituti, anche interdisciplinari, del CNR.

La situazione attuale del reclutamento non è particolarmente incoraggiante, e l'età media degli addetti alla ricerca è assai elevata rispetto alla maggior parte dei Paesi

europei, ma proprio per questo motivo ci si può aspettare che avvenga nel corso del prossimo decennio un significativo rinnovamento che potrebbe (e dovrebbe) implicare un'immissione massiccia di giovani ricercatori all'interno del sistema dell'Università e della Ricerca pubblica.

Vale la pena di rilevare che, per i giovani più disposti a considerare anche l'ipotesi di svolgere la propria attività in contesti diversi da quello nazionale, le prospettive di lavoro nel mondo della ricerca sono, almeno fino a oggi, notevolmente più elevate, in quanto il livello di preparazione fornito dal nostro sistema formativo porta i nostri laureati, almeno per quanto riguarda la Fisica, a livelli di competenza e anche di apertura mentale significativamente più elevati di quelli prodotti dai sistemi formativi europei e americani di pari grado. I dati sul reclutamento del CNRS francese, e delle Università inglesi e americane, mostrano livelli di successo dei nostri giovani molto superiori a quanto ci si potrebbe aspettare su base puramente statistica, e costituiscono un sicuro incoraggiamento per quanti abbiano una vocazione e una motivazione alla ricerca sufficientemente forti da far passare in secondo piano altri tipi di considerazioni.

B) Se è vero che la ricerca industriale vede nell'Italia il fanalino di coda, in termini di investimenti, di tutti i paesi più industrializzati, è anche vero che le particolarità del nostro tessuto produttivo (con lo straordinario sviluppo della piccola e media impresa) e la costante esigenza di innovazione di processo e di prodotto al fine di mantenere la competitività sui mercati internazionali creano uno spazio difficilmente quantificabile ma sicuramente non trascurabile per l'inserimento dei laureati in fisica in contesti che, se formalmente non si qualificano come "ricerca industriale", ne condividono però molte caratteristiche, come lo spazio lasciato alla creatività individuale e la rapida conversione delle tecnologie più avanzate in applicazioni rilevanti per il mondo della produzione.

Esiste poi uno spazio non irrilevante anche per un'imprenditorialità autonoma, che vede giovani fisici, spesso in associazione con giovani ingegneri, chimici, informatici, dare corpo alle proprie intuizioni progettuali e inserirsi in nicchie di mercato aperte alle produzioni più innovative. Quest'opzione non dovrebbe essere certamente trascurata da quanti abbiano della ricerca una visione non astratta, ma concreta e applicativa, in quanto il contesto produttivo è per molti aspetti il più adatto a far maturare le idee (anche le più fantasiose) e a convertirle in oggetti e strumenti realmente utilizzabili nell'industria e nella vita quotidiana.

C) Come abbiamo più volte rilevato, le metodologie fisiche sono spesso facilmente riutilizzabili per l'analisi, sia sperimentale che teorica, di fenomeni che non rientrano in quanto tali nel dominio consolidato della scienza fisica, ma che riguardano sistemi, anche complessi, nei quali è comunque possibile introdurre parametri quantitativi, definire misure, raccogliere grandi quantità di dati e costruire modelli matematici atti a descrivere i processi e a rappresentare, talvolta anche con elevata accuratezza, la loro dinamica.

Per questo motivo esiste per il laureato in fisica un grande spazio di applicazione professionale delle competenze acquisite che si colloca oltre i confini tradizionali della disciplina e delle attività lavorative ad essa direttamente collegate. Gli esempi potrebbero essere tantissimi, e quelli qui presentati vogliono soltanto illustrare alcune possibilità, senza alcuna pretesa di esaurire l'argomento.

In primo luogo richiamiamo l'esistenza di un grande numero di aree interdisciplinari, dalla biofisica alla robotica, alle quali un fisico può approdare anche senza aver

ricevuto una formazione rigidamente specifica nel corso dei suoi studi, in quanto spesso nella ricerca e nelle applicazioni interdisciplinari risulta più importante la formazione di base e una certa *forma mentis* da essa fornita che non il possesso di competenze “miste” che spesso rischierebbero di essere soltanto superficiali. Nelle applicazioni interdisciplinari è più probabile che un risultato interessante sia ottenuto dalla collaborazione stretta di un buon fisico con altri bravi specialisti, mentre risulta difficile per chiunque avere una visione sufficientemente approfondita della fisica e di un’altra articolata e complessa disciplina.

Accanto a questo tipo di opportunità vale anche la pena di segnalare il fatto che spesso il fisico nel corso della propria formazione deve apprendere metodi e tecniche che sono poi facilmente riciclabili in contesti molto differenti. Ad esempio nel caso della fisica sperimentale spesso si tratta di predisporre dispositivi elettronici, sia analogici che digitali, e ovviamente questo tipo di professionalità è molto ricercato in settori industriali tra i più importanti e strategici. Lo stesso può dirsi della capacità di scrivere programmi per *computer*, a livelli anche molto sofisticati e complessi, che è una competenza tra quelle che è ormai spesso normale acquisire come necessario complemento alla formazione di un fisico, sia sperimentale che teorico. Un altro esempio interessante che riguarda proprio i fisici teorici è la possibilità sempre più frequente di trovare un’occupazione, proprio in virtù delle particolari cognizioni acquisite, nel campo dell’analisi finanziaria.

Non va dimenticato infine che la capacità di effettuare misure accurate e di gestirne l’analisi, che è un tipico risultato della formazione dei fisici, è oggi un importante prerequisito per lo svolgimento di tutte le numerose professioni nelle quali si debba operare con strumentazione sofisticata e la cui gestione comporti anche un’effettiva comprensione dei principi sui quali essa si basa (dagli acceleratori impiegati in fisica medica ai laser industriali, dai sensori acustici, ottici, termici, elettromagnetici alle reti di calcolatori).

La cosa più importante per un giovane fisico è forse quindi mantenere una grande apertura mentale, considerando sempre che qualunque contesto di attività in cui si debbano mettere in gioco la curiosità per i fenomeni (di qualunque natura essi siano), la vocazione all’analisi quantitativa e una certa quota di fantasia creativa nella ricerca di soluzioni originali è certamente una buona occasione di lavoro per la Fisica (e per i fisici).

## **PARTE TERZA: LE CONOSCENZE PRELIMINARI E LA LORO VERIFICA**

### **1. Competenze minimali preliminari all'accesso**

Un ragazzo o una ragazza che voglia avviarsi allo studio di una disciplina scientifica, e quindi in particolare della Fisica, deve certamente possedere in primo luogo una buona dose di motivazione personale, fondata prima di tutto su un reale interesse e curiosità per la comprensione razionale dei fenomeni, anche complessi, che sono oggetto della disciplina, per gli strumenti logici e operativi che consentono tale comprensione e possibilmente anche per le concrete applicazioni offerte dai risultati scientifici ottenuti e ottenibili.

Deve inoltre possedere la consapevolezza del fatto che acquisire la padronanza di una scienza specifica comporta anche apprendere molti metodi e tecniche che non sono specifici della materia prescelta, ma ne costituiscono le necessarie premesse e gli arnesi di lavoro.

Una scelta scarsamente motivata, o anche soltanto un atteggiamento di scarsa attenzione verso l'apprendimento di nozioni e competenze che sembrano esulare dall'ambito della disciplina, produce non di rado una rapida caduta dell'interesse e la tendenza a rinunciare all'impegno di fronte alle prime difficoltà, peraltro pressoché inevitabili, con conseguente frustrazione, delusione e perdita di tempo.

Queste premesse sono necessarie, ma non sufficienti, in quanto il livello degli studi universitari, per quanto vada costantemente adattandosi alla preparazione media degli studenti provenienti dalla scuola secondaria superiore, non può comunque ridursi al punto di considerare lo studente neo immatricolato una sorta di "tabula rasa" nei confronti del quale procedere a una sorta di prima alfabetizzazione scientifica.

Ci sono conoscenze e competenze che in linea di principio dovrebbero essere posseduti da qualunque persona di media cultura, ma che sono comunque condizione imprescindibile per l'avvio degli studi universitari in una disciplina come la Fisica.

Così come si dà necessariamente per scontato che in ogni caso lo studente sappia leggere, scrivere e comprendere criticamente un testo articolato, così nel caso specifico delle scienze della natura si deve assumere che chi si avvia allo studio della materia sia in possesso di alcune competenze minimali, che riguardano in particolare le conoscenze matematiche di base e la capacità di deduzione logica, alle quali si può aggiungere una seppur elementare confidenza con la rappresentazione grafica e informatica di dati, relazioni e procedure di calcolo, e con la modellizzazione e la risoluzione di problemi di natura formalizzabile.

Più avanti presenteremo il *Syllabus* delle conoscenze e abilità relative alla Matematica di base che è stato concordato dalla Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, ma prima di entrare nei dettagli tecnici e di precisare finalità e natura delle cosiddette "prove d'accesso" ci teniamo a precisare che il processo di acquisizione, anche soltanto minimale, delle competenze necessarie dovrebbe essere avviato per tempo da ragazzi e ragazze interessati allo studio di materie scientifiche, anche indipendentemente dagli obblighi scolastici, per numerosi buoni motivi.

In primo luogo questo impegno svolge anche un'utilissima funzione di orientamento, permettendo di capire se molti aspetti concreti della disciplina che si intende studiare corrispondono all'immagine mentale, spesso non solidamente fondata, che se ne ha, e quindi di verificare se le motivazioni iniziali per quel tipo di studi sono coerenti con

ciò di cui poi ci si dovrà effettivamente occupare, o se invece il fascino generato da un'errata percezione è destinato a svanire al confronto con una realtà di studio e di lavoro troppo diversa dalle aspettative.

In secondo luogo è bene capire prima possibile se le proprie attitudini e i propri talenti trovano realmente il proprio miglior utilizzo in un particolare contesto di studio e di lavoro che può richiedere doti molto differenti, col rischio di rinunciare a qualcosa che si saprebbe fare bene per cercare di fare qualcos'altro verso cui non si è esattamente portati: non ha senso cercare di imparare a suonare il violino rinunciando alla pittura quando si ha poco orecchio e invece uno straordinario senso del colore.

In terzo luogo l'avvio precoce del processo di verifica delle proprie conoscenze e competenze permette di avviare altrettanto presto il processo di autovalutazione, che oltre a rispondere all'esigenza di comprendere le proprie potenzialità mette anche in condizione di concentrare lo sforzo verso il rafforzamento della propria preparazione in quegli ambiti che, anche in un contesto attitudinale complessivamente favorevole, appaiano essere meno saldamente sotto controllo, adottando opportune strategie di studio e organizzando efficacemente il proprio lavoro.

Di fronte a scelte spesso difficili, i ragazzi dovrebbero comunque convincersi che non esiste una gerarchia, decisa da altri che non da se stessi, delle cose che è meglio o più importante fare nella vita: ciò che conta veramente è svolgere il proprio lavoro, qualunque esso sia, al meglio delle proprie capacità e con la massima convinzione e determinazione personale.

## **2. Lo spirito e gli obiettivi delle prove d'accesso**

Il più recente decreto ministeriale di riforma degli ordinamenti didattici universitari (D.M. 270/2004) ha per la prima volta previsto esplicitamente che, per essere ammessi a un corso di laurea, oltre il possesso di un diploma di scuola secondaria superiore, occorra "il possesso o l'acquisizione di un'adeguata preparazione iniziale". A tal fine i regolamenti didattici "definiscono le conoscenze richieste per l'accesso e ne determinano le modalità di verifica, anche a conclusione di attività formative propedeutiche", che possono essere anche svolte in collaborazione con gli istituti di istruzione secondaria superiore. Se poi la verifica non è positiva "vengono indicati specifici obblighi formativi aggiuntivi da soddisfare nel primo anno di corso".

Questa premessa normativa serve per inquadrare la questione e comprendere meglio il senso dell'iniziativa della Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, che ha stabilito di procedere alla definizione di un quadro di riferimento nazionale per le conoscenze richieste per l'accesso e alla realizzazione di un sistema comune di verifiche per tutti i corsi di laurea scientifici.

A partire dall'anno accademico 2008/2009 in un grande (e crescente) numero di sedi gli studenti sono tenuti a sostenere un test d'ingresso, una parte del quale sarà identica per tutti i corsi di laurea. In taluni casi (ma ciò non riguarda per ora la Fisica), quando il numero degli studenti ammissibili a un corso sia per qualche motivo programmato, il test può anche avere la funzione di stabilire una graduatoria per l'accesso.

In ogni caso il principale obiettivo dei test coordinati a livello nazionale è quello di ottenere, rapidamente e su larga scala, una misura attendibile del livello di conoscenze e abilità di base degli studenti in ingresso. Chi ottiene i punteggi più bassi sarà poi indirizzato verso opportune attività formative aggiuntive e integrative, organizzate dalle singole sedi, e sottoposto a una successiva verifica di quanto acquisito.

Un altro obiettivo fondamentale del sistema di verifiche è quello di incoraggiare e stimolare studenti e insegnanti della scuola secondaria superiore a sviluppare una miglior preparazione iniziale, che consenta agli studenti di procedere negli studi senza rallentamenti e con il massimo profitto, permettendo al tempo stesso ai corsi di laurea di mantenere un livello ragionevolmente alto per gli obiettivi di apprendimento dei corsi stessi.

A questo proposito, se da un lato è chiaro, anche per quanto detto in precedenza, che la verifica della motivazione e l'acquisizione della preparazione necessaria sono in primo luogo un diritto e una responsabilità del singolo studente, e richiedono un processo da svolgersi nel corso degli ultimi anni della scuola secondaria superiore, ben più complesso della preparazione al test d'ingresso e non riducibile a essa, è però anche vero che l'orientamento può essere effettuato in modo molto più efficace se avviene sulla base di una stretta collaborazione tra scuola e università.

In particolare sembra molto opportuno che gli stessi test d'accesso universitari vengano proposti precocemente dalla scuola ai ragazzi, mettendoli in condizione di abituarsi anche alle modalità formali di svolgimento delle prove: spesso infatti la pura e semplice novità del modo in cui viene proposta la verifica costituisce per alcuni un ostacolo psicologico che tende a ridurre la qualità dei loro risultati.

### **3. La struttura e i contenuti delle prove**

Il sistema comune di verifiche predisposto dalla Conferenza Nazionale dei Presidi prevede che tutti gli studenti intenzionati a iscriversi a uno qualunque dei corsi di laurea organizzati dalla Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali debbano affrontare un test costituito come minimo da un modulo comune di 25 quesiti volto a verificare il possesso di conoscenze e competenze matematiche e linguistiche, e in particolare:

- la capacità di utilizzare conoscenze e abilità matematiche di base;
- la capacità di ricavare informazioni e fare semplici deduzioni logiche a partire da brevi testi e da rappresentazioni grafiche di vario tipo
- la capacità di modellizzare situazioni e risolvere semplici problemi.

Mentre alcuni quesiti richiedono la capacità di integrare diverse nozioni, utilizzandole contemporaneamente, altri non richiedono nessuna conoscenza matematica o di altre discipline, ma soltanto capacità logiche e di comprensione del testo. Nessun quesito è puramente nozionistico, e tutti richiedono un qualche tipo di ragionamento.

A questo modulo di base alcune sedi aggiungono moduli supplementari differenziati a seconda delle discipline. In particolare viene fornito a livello nazionale, a tutte le sedi interessate, un modulo aggiuntivo di 15 domande di matematica più avanzata e *problem solving*, indirizzato ai corsi di laurea di matematica e informatica, ma di sicuro interesse anche per chi fosse orientato verso il corso di laurea in Fisica.

È anche disponibile un modulo di 25 domande di biologia, chimica e fisica, che però è predisposto specificamente per l'accesso ai corsi di laurea di area biologica; può essere comunque interessante per lo studente, sempre ai fini dell'orientamento, valutare le proprie competenze anche in questi ambiti.

Tutti i quesiti sono a scelta multipla, con quattro alternative di risposta, delle quali una sola è quella corretta. Il punteggio grezzo è ottenuto attribuendo un punto per ogni quesito per il quale sia stata indicata la risposta corretta, e solo quella.

Prima di presentare il *Syllabus* (ossia l'insieme delle conoscenze reputate necessarie) per i test d'accesso, è assolutamente indispensabile sottolineare che esso di certo non

esaurisce l'insieme delle competenze di base che uno studente dovrebbe comunque possedere: ad esempio nel test non è consentito fare uso di strumenti di calcolo, ma non v'è dubbio che una certa padronanza dell'uso di calcolatrici e anche di *computer* ai fini del calcolo numerico e simbolico diventa presto indispensabile nel corso degli studi di Fisica, e un'esperienza preliminare in questo campo da parte dello studente offre sicuramente grandi vantaggi.

D'altro canto occorre sottolineare anche che, in particolare nel corso di laurea in Fisica, le conoscenze matematiche necessarie vanno ben oltre il *Syllabus*, e se è vero che nel *curriculum* universitario sono comunque presenti corsi espressamente dedicati all'approfondimento di queste conoscenze, è altrettanto vero che non è male iniziare ad affrontare queste tematiche, per quanto possibile, già al livello della scuola secondaria superiore: ogni maggior conoscenza in tal senso costituisce un indubbio vantaggio, soprattutto nella fase iniziale degli studi universitari, quando i problemi da affrontare non riguardano soltanto le specifiche materie di studio ma anche l'intera organizzazione delle proprie attività quotidiane.

#### 4. Il *Syllabus*

*Syllabus* delle conoscenze e abilità per il modulo "Matematica di base"  
(tratto dall'introduzione alla versione 2008/2009 dei test d'ingresso)

##### a. Numeri

Numeri primi, scomposizione in fattori.

Massimo divisore comune e minimo comune multiplo.

Potenze, radici, logaritmi.

Numeri decimali.

Frazioni.

Confronti, stime e approssimazioni.

##### b. Algebra

Manipolazione di espressioni algebriche.

Equazioni di primo e di secondo grado.

Disequazioni.

Sistemi lineari.

##### c. Geometria

Principali figure piane e loro proprietà elementari.

Teorema di Pitagora.

Proprietà dei triangoli simili.

Perimetro e area.

Volume dei solidi elementari.

Coordinate cartesiane nel piano.

Equazione della retta.

##### d. Funzioni, grafici, rappresentazioni di dati, combinatoria

Linguaggio elementare delle funzioni, funzioni composte e funzione inversa.

Rappresentazione di dati, relazioni e funzioni con formule, tabelle, diagrammi a barre.

Rappresentazione e conteggio di insiemi di combinazioni di vario tipo.

Funzioni potenza, radice, valore assoluto, polinomi di I e II grado, funzione  $1/x$ .

Esponenziale in base 2 e 10.

Funzione logaritmo in base 2 e 10.

Funzioni seno e coseno.

##### e. Probabilità

Calcolo della probabilità di un evento in semplici situazioni.

f. Linguaggio degli insiemi e logica.

In tutti i quesiti si utilizzano quando necessario linguaggio e notazioni degli insiemi.

Alcuni quesiti richiedono di stabilire se un enunciato è conseguenza logica di altri.

In alcuni casi si devono riconoscere condizioni necessarie e condizioni sufficienti.

Possono essere usati i termini “per ogni”, “tutti”, “nessuno”, “alcuni”, “almeno uno”.

Può essere richiesto di riconoscere la negazione di un enunciato.

La competenza di deduzione logica è spesso richiesta in contesti di tipo matematico.

g. Rappresentazioni, modellizzazione e soluzione di problemi

Diversi quesiti possono essere risolti in pochi minuti, ma soltanto adottando semplici strategie e combinando diverse conoscenze, tra cui in particolare:

Conoscere concetti matematici, simboli e notazioni elementari.

Comprendere un testo contenente anche numeri, formule e rappresentazioni grafiche.

Convertire una descrizione verbale in una formalizzazione algebrica o grafica.

Fare deduzioni logiche.

Eseguire semplici calcoli numerici e algebrici.

### Syllabus delle conoscenze di base di Fisica e Chimica per il modulo aggiuntivo

#### Fisica

Grandezze fisiche, vettori.

Elementi di cinematica e dinamica.

Forme di energia e principio di conservazione.

Fluidi e gas: principi, comportamento, cambiamenti di stato.

Calore, temperatura, primo e secondo principio della termodinamica.

Elementi di acustica e di ottica.

Elementi di elettricità e magnetismo.

#### Chimica

Proprietà della materia e delle sostanze, elementi, composti, miscugli.

Modello atomico e struttura dell'atomo.

Reazioni chimiche.

Legami chimici.

Soluzioni: concentrazioni e pH. Calcoli stechiometrici.

Elementi di chimica organica.

## **5. Che fare se non si supera la prova**

La prima cosa da fare, una volta noti i risultati della prova, quando lo studente ha a disposizione tutte le risposte corrette e può confrontarle con le proprie, dovrebbe essere in ogni caso, anche indipendentemente dal fatto che la prova risulti o meno superata, controllare in dettaglio le proprie risposte sbagliate, cercando di capire quale sia stato l'errore commesso e, soprattutto, quale dovesse essere il ragionamento che avrebbe portato alla risposta corretta. L'esperienza di chi ha insegnato a lungo mostra che, molto più spesso di quanto non si potrebbe a prima vista immaginare, nelle prove scritte gli studenti tendono a ripetere, anche a distanza di tempo, gli stessi errori che hanno già commesso in precedenza, perfino nel caso in cui la prova proposta nel secondo caso sia letteralmente identica a quella già sostenuta.

Lo studio accurato dei propri errori è sempre una premessa irrinunciabile per la realizzazione dell'obiettivo di non ripeterli. Aver dato una risposta sbagliata a una domanda di natura matematica o, più generalmente, relativa a una scienza esatta (per

la quale la risposta corretta esiste sempre ed è caratterizzabile in modo non ambiguo) può significare soltanto due cose: o si ignorava una nozione essenziale (principio, legge o algoritmo) o si è commesso un errore logico, sbagliando il ragionamento.

Nel primo caso la comprensione del meccanismo che porta alla risposta corretta consente anche, e allo stesso tempo, l'apprendimento della nozione di cui si era privi (o di cui si era perso il ricordo), mentre nel secondo caso l'analisi logica del ragionamento è la chiave per l'identificazione di una debolezza metodologica che può comunque essere curata, una volta che se ne siano comprese le caratteristiche.

Ciò che si è detto fino a questo punto vale anche nel caso in cui la prova risulti superata, perché l'evidenza di una lacuna nella preparazione dovrebbe comunque fornire lo stimolo per un approfondimento, dal momento che la preparazione per il test non è mai fine a se stessa, ma ha come obiettivo principale quello di portare lo studente a un livello di conoscenza e competenza tale da permettergli di seguire con profitto e senza perdite di tempo i corsi successivi e più avanzati.

Ma nel caso in cui la prova non sia stata superata ci si deve porre anche l'obiettivo più immediato di giungere quanto prima a un livello di preparazione sufficiente a superare la prova nella sessione successiva, condizione che in molti casi (quando non viene imposto allo studente un vero e proprio debito formativo da colmare seguendo appositi corsi e sostenendo uno specifico esame finale) rappresenta anche da un punto di vista burocratico il requisito necessario per essere ammessi a sostenere gli esami universitari.

A tal fine conviene effettuare, oltre all'analisi dei singoli errori, anche una sorta di sommaria "statistica" dei contesti in cui essi sono stati commessi. Spesso, se le carenze di formazione sono molto estese (come è presumibilmente il caso di chi non ha superato la prova) manca materialmente il tempo per uno studio o un ripasso generalizzato a tutti gli ambiti sui quali verte la prova. In questo caso, mentre si sarebbe tentati di "perfezionarsi" in ciò che si sa già, lasciando in qualche modo da parte ciò che si è meno studiato e capito, è invece opportuno concentrarsi sulle proprie carenze più gravi. Se, tanto per fare un esempio, il candidato ha sbagliato una gran parte dei quesiti di algebra e solo una piccola parte di quelli di geometria, è probabile che l'algebra gli appaia come una disciplina più ostica, ma è anche evidente che apprendere meglio significherebbe mettersi in condizione di risolvere correttamente un numero molto maggiore di quesiti, mentre una miglior conoscenza della geometria, pur sacrosanta, non innalzerebbe di molto il suo risultato finale complessivo. A ciò va aggiunto quanto in parte già detto: lo studio dell'algebra (nell'esempio citato) non è fine a se stesso, ma serve a mettere lo studente in grado di seguire diversi corsi ai quali l'algebra è propedeutica, cosa che la sua attuale incompetenza invece non gli permetterebbe, mentre le competenze di geometria possedute, anche se non perfette, sono comunque presumibilmente sufficienti a consentirgli di seguire le lezioni.

Un altro elemento estremamente importante nell'affrontare il percorso preparatorio per il recupero di una prova mal riuscita consiste nell'individuazione del corretto metodo di studio. Dovrebbe a questo punto essere chiaro, soprattutto se si sono affrontati anche soltanto alcuni dei test che verranno presentati qui di seguito, che le prove d'accesso sono soprattutto finalizzate a verificare la capacità di fare, e non è tanto importante possedere il controllo "verbale" delle nozioni possedute quanto averne il controllo "mentale": in altre parole importa molto di più saper applicare le nozioni che possederle in modo astratto. Non è un caso che per l'ammissione ai corsi di Fisica si richiedano soprattutto, se non addirittura esclusivamente, competenze logico-matematiche: chi sa ragionare, e applicare ciò che ha imparato, anche se ha poche nozioni di Fisica potrà rapidamente apprenderne molte altre, mentre chi ha in

testa anche tante “informazioni” di Fisica ma non è in grado di completare un semplice ragionamento logico non potrà utilizzare quelle informazioni nemmeno per risolvere il più semplice dei quesiti.

Concretamente, tutto questo significa che il metodo di studio corretto è quello che accompagna l'apprendimento dei principi e delle regole con la pratica e l'esercizio costante. La maggior parte del tempo di studio dovrebbe essere dedicata alla soluzione di problemi, avendo a disposizione strumenti per il controllo dell'effettiva correttezza delle proprie soluzioni: questo punto non è marginale, perché non è raro che lo studente, affrontando un problema che gli pare di saper risolvere, maturi poi la convinzione che la sua risposta sia corretta e soprattutto completa e pertinente, anche quando in realtà non lo è, magari per un fraintendimento del testo.

Quando le circostanze lo permettono è molto utile il confronto tra compagni di studi, perché la probabilità che due o più individui commettano lo stesso errore, pur non essendo del tutto trascurabile, è certamente minore del rischio di sbagliare lavorando da soli, e in più il tentativo di spiegare un concetto o una procedura a un'altra persona da un lato consente un approfondimento della propria comprensione, mentre dall'altro può essere rivelatore del fatto che il concetto che si vuole illustrare non è chiaro neanche a se stessi.

Un ultimo aspetto che merita di essere preso in considerazione riguarda i testi su cui studiare e il loro uso. Un testo scientifico deve essere di buona qualità: ne esistono parecchi, ma esistono purtroppo in circolazione anche materiali dozzinali, oppure testi divulgativi in cui si leggono molte chiacchiere, anche piacevoli, si ha l'impressione di apprendere cose importanti e alle frontiere della conoscenza, ma non si imparano i principi di base né tanto meno come si risolvono i problemi. Bisogna poi aver chiaro che un testo non è tanto migliore quanto più è “grosso”, e anzi il rischio di disperdersi è molto maggiore per chi studia su volumi che pretendono di trattare in modo esaustivo e approfondito tutte le questioni che non per chi studia su un manualetto sintetico capace di toccare (però chiaramente e correttamente) solo i punti essenziali.

È importante anche capire che nessun testo va bene per tutti, e bisogna spesso provarne più di uno per trovare quello il cui linguaggio e i cui schemi analitici sono più vicini alla propria sensibilità e *forma mentis*. Anche in questo caso è importante fermarsi in tempo, perché leggere troppi libri diversi talvolta ha lo stesso effetto che non leggerne nessuno.

## **6. Alcuni esempi significativi**

In quest'ultima sezione presentiamo alcuni esempi di test d'ingresso per i corsi di laurea scientifici, relativi al modulo di matematica di base. Questi test sono stati proposti effettivamente, in anni recentissimi, dando due ore di tempo a disposizione per la loro soluzione. Possono pertanto essere usati direttamente per una valutazione di gruppo o per un'autovalutazione, tenendo presente che il giudizio finale è stato basato sulla media dei risultati ottenuti nella sessione, ma che comunque un livello accettabile di preparazione deve in tutti i casi corrispondere almeno alla capacità di dare una risposta corretta a più di metà delle domande. Nella sezione successiva presenteremo le risposte corrette, accompagnate nei casi più significativi dall'indicazione di un ragionamento che può portare alla risposta (ricordando comunque che esiste spesso più di un modo di arrivare alla conclusione corretta, e l'importante è impostare con rigore logico il proprio ragionamento, qualunque sia la strada prescelta).

---

**TEST 1**

**Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze  
Test di ingresso per i corsi di laurea scientifici  
Anno Accademico 2008/09  
Esempio pubblico di modulo di MATEMATICA DI BASE**

1. L'espressione  $\frac{4 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-3}}$  è uguale a

- A  $8 \cdot 10^{-12}$
- B  $8 \cdot 10^{-4}$
- C  $8 \cdot 10^{-6}$
- D  $8 \cdot 10^{-10}$

**Argomento:** Numeri [potenze]

2. Quale dei seguenti numeri  $c$  verifica la condizione  $3 < c < 4$  ?

- A  $c = 1 + \sqrt[3]{9}$
- B  $c = \sqrt{13} + 1$
- C  $c = 2\sqrt{7}$
- D  $c = \frac{\sqrt{73}}{3}$

**Argomento:** Numeri [radici, confronti, stime]

3. Scrivendo per esteso il numero decimale  $17,3 \cdot 10^{-5}$ , quale cifra si trova quarto posto dopo la virgola?

- A 7
- B 0
- C 1
- D 3

**Argomento:** Numeri [Numeri decimali]

4. Qual è il valore della seguente espressione?

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - 3 + \frac{3}{4}$$

- A  $-\frac{1}{6}$

**B**  $\frac{5}{9}$

**C**  $\frac{45}{16}$

**D**  $-\frac{1}{9}$

**Argomento:** Numeri [Frazioni]

5. Il valore iniziale di una grandezza che a seguito dell'incremento del 20% ha assunto il valore di 30, era:

**A** 23

**B** 24

**C** 25

**D** 26

**Argomento:** Numeri [Percentuali]

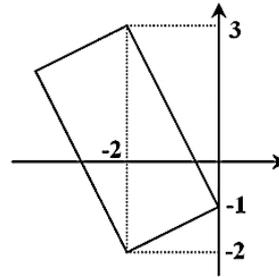
6. Il perimetro del rettangolo in figura è

**A**  $3\sqrt{5}$

**B**  $6\sqrt{5}$

**C**  $6\sqrt{10}$

**D** 10



**Argomento:** Geometria [Teorema di Pitagora, coordinate cartesiane, perimetro, rettangolo]

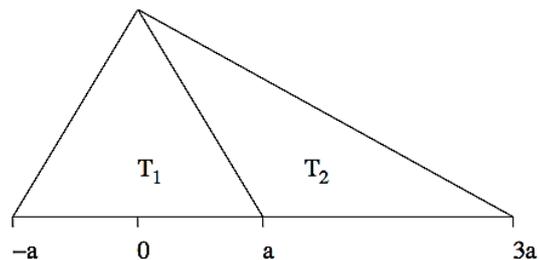
7. Dati i due triangoli  $T_1$  e  $T_2$  in figura:

**A** i due triangoli hanno la stessa area

**B**  $T_2$  ha un'area più grande di  $T_1$

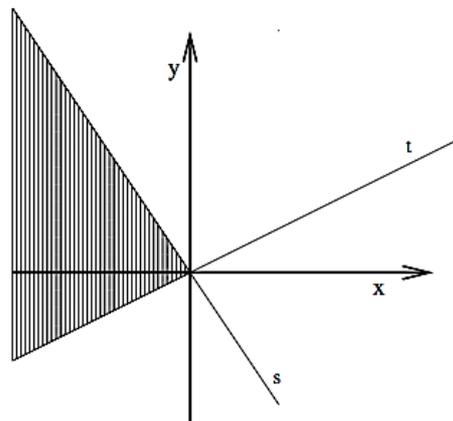
**C** non si può dire quale triangolo ha area maggiore, dipende dal valore di  $a$

**D**  $T_1$  ha un'area più grande di  $T_2$



**Argomento:** Geometria [Triangolo, Area]

8. Siano  $s$  e  $t$  le rette di



equazione  $y = -\frac{3}{2}x$  e  $y = \frac{1}{2}x$  rispettivamente. Quale dei seguenti sistemi descrive il sottoinsieme del piano evidenziato in figura?

**A** 
$$\begin{cases} y \geq -\frac{3}{2}x \\ y \leq \frac{1}{2}x \end{cases}$$

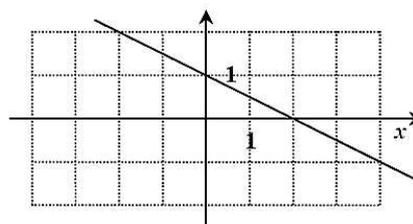
**B** 
$$\begin{cases} y \leq -\frac{3}{2}x \\ y \leq \frac{1}{2}x \end{cases}$$

**C** 
$$\begin{cases} y \geq -\frac{3}{2}x \\ y \geq \frac{1}{2}x \end{cases}$$

**D** 
$$\begin{cases} y \leq -\frac{3}{2}x \\ y \geq \frac{1}{2}x \end{cases}$$

**Argomento:** Geometria [coordinate cartesiane, equazione della retta]

9. Qual è l'equazione della retta rappresentata in figura?



**A**  $y = -\frac{1}{2}x + 1$

**B**  $y = -2x + 1$

**C**  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

**D**  $y = \frac{1}{2}x + 1$

**Argomento:** Geometria [coordinate cartesiane, equazione della retta]

10. Considera l'equazione  $x^2 - 3x + c = 0$ , dove  $x$  è l'incognita e  $c$  è un parametro. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

**A** Per  $c = 2$ , il numero  $-1$  è soluzione dell'equazione

**B** Per  $c = 0$  l'equazione ha un'unica soluzione

**C** Per  $c > \frac{9}{4}$  l'equazione non ammette soluzioni

**D** Per opportuni valori di  $c$  l'equazione ha quattro soluzioni

**Argomento:** Algebra, Funzioni e grafici [Polinomi ed equazioni di secondo grado]

11. A volume costante, la pressione  $p$  di un gas perfetto varia secondo la legge  $p = p_0(1 + \alpha\Delta T)$ . Allora  $\alpha$  è uguale a:

- A  $\frac{p}{p_0 \Delta T}$   
B  $\frac{p - p_0}{p_0 \Delta T}$   
C  $\frac{p}{p_0 + p_0 \Delta T}$   
D  $\frac{p - p_0}{\Delta T}$

**Argomento:** Algebra [manipolazione di espressioni algebriche]

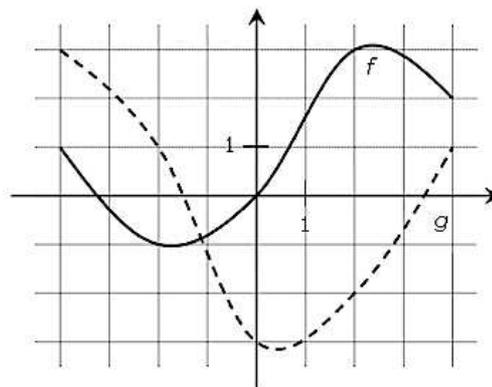
12. Per quali valori di  $x$  si ha  $\frac{x}{3-x} \geq 0$  ?

- A  $x \leq 0$   
B  $0 \leq x < 3$   
C  $x > 3$   
D  $-3 < x \leq 0$

**Argomento:** Algebra [Disequazioni]

13. In figura sono rappresentati i grafici di due funzioni  $f$  e  $g$ . Quanto vale la differenza  $f(-2) - g(-2)$  ?

- A  $-2$   
B  $2$   
C  $0$   
D  $-1$



**Argomento:** Funzioni e grafici [linguaggio elementare delle funzioni]

14. Se il punto  $P(c, 3)$  appartiene al grafico della funzione  $f(x) = 2^x$ , allora  $c$  è uguale a

- A  $\frac{3}{2}$

- B**  $\log_2 3$
- C**  $2^{-3}$
- D** Nessuno degli altri valori

**Argomento:** Funzioni e grafici [grafico della funzione esponenziale in base 2]

**15.** La probabilità che, lanciando due dadi a 6 facce, si ottenga come somma 3 è:

- A**  $1/3$
- B**  $1/12$
- C**  $1/18$
- D**  $1/36$

**Argomento:** Probabilità

**16.** Utilizzando solo i caratteri “0” e “1”, quante sequenze diverse di 5 caratteri si possono scrivere?

- A** 50
- B** 10
- C** 25
- D** 32

**Argomento:** Rappresentazioni, Combinatoria

**17.** Se quattro operatori allestiscono in laboratorio nove colture cellulari in venti minuti, quanti operatori sarebbero teoricamente necessari per allestire novanta colture cellulari in 100 minuti?

- A** 40
- B** 4
- C** 8
- D** 16

**Argomento:** Modellizzazione e soluzione di problemi

**18.** Agli studenti di un corso di laurea triennale è stato chiesto di indicare quante lingue straniere sono in grado di comprendere. I risultati dell'indagine sono riportati nella tabella seguente.

	Nessuna	Una	Due o più
1.anno	45	51	10
2. anno	41	47	6
3. anno	31	58	11

Nel complesso degli studenti del primo e secondo anno, qual è la percentuale di quelli che comprendono almeno una lingua straniera?

- A 61%
- B 38%
- C 49%
- D 57%

**Argomento:** Rappresentazioni, Modellizzazione e soluzione di problemi, Numeri [percentuali]

19. Un'agenzia di viaggi adotta la seguente modalità di pagamento. Si paga  $1/10$  del costo totale al momento della prenotazione,  $2/3$  del rimanente prima della partenza e il saldo al rientro dal viaggio. Quale frazione del costo totale si paga al rientro dal viaggio?

- A  $7/10$
- B  $7/30$
- C  $25/30$
- D  $3/10$

**Argomento:** Modellizzazione e soluzione di problemi, Numeri [Frazioni]

20. Dati gli insiemi  $A, B, C$ , sapendo che  $A \subseteq B$  e  $A \subseteq C$ , allora si può certamente affermare che

- A  $A \supseteq B \cap C$
- B  $A \subseteq B \cap C$
- C  $B \subseteq A \cap C$
- D  $C \supseteq A \cup B$

**Argomento:** Linguaggio degli insiemi

21. Uno studente universitario, dopo aver superato tre esami, ha la media di 28. Nell'esame successivo lo studente prende 20. Qual è la sua media dopo il quarto esame?

- A 26
- B 24
- C 22
- D I dati non sono sufficienti a determinare la risposta

**Argomento:** Modellizzazione e soluzione di problemi, Numeri

22. Il prezzo di un biglietto del treno è  $p$ , ma acquistandolo on-line lo paghi il 30% in meno. Un biglietto aereo costa  $2p$  e il risparmio per l'acquisto on-line è del 15%. Se compri on-line entrambi i biglietti, quanto risparmi complessivamente in percentuale?

- A 25%
- B 15%
- C 20%
- D 22.5%

**Argomento:** Modellizzazione e soluzione di problemi, Numeri [Percentuali]

23. Se la frase “*tutti i direttori d’orchestra sanno suonare il piano o il violino*” fosse FALSA, allora ne seguirebbe logicamente che:

- A nessun direttore d’orchestra sa suonare né il piano né il violino
- B c’è almeno un direttore d’orchestra che non sa suonare né il piano né il violino
- C alcuni pianisti non sono direttori d’orchestra
- D nessun violinista è direttore d’orchestra

**Argomento:** Deduzione logica

24. In una libreria ci sono diversi scaffali con libri di fisica e di biologia. Negli scaffali dove ci sono almeno due libri ce ne è almeno uno di biologia. Allora è vero che:

- A se in uno scaffale c’è un solo libro, questo è di biologia
- B uno scaffale che contiene tre libri ne ha sempre due di fisica
- C in uno scaffale che contiene due libri potrebbero non esserci libri di fisica
- D il numero dei libri di fisica in uno scaffale è sempre inferiore o pari al numero di libri di biologia

**Argomento:** Deduzione logica

25. “La superficie del lago di Garda supera di  $12 \text{ km}^2$  il doppio della superficie complessiva dei laghi d’Iseo e di Bolsena.” Se indichiamo con  $G$ ,  $I$  e  $B$  le superfici in  $\text{km}^2$  dei laghi di Garda, d’Iseo e di Bolsena, quale delle seguenti uguaglianze formalizza l’affermazione precedente?

- A  $G + 12 = 2(I + B)$
- B  $G = 2(12 + I + B)$
- C  $G = 12 + 2(I + B)$

**D**  $G + 24 = I + B$

**Argomento:** Rappresentazioni, Modellizzazione e soluzione di problemi

---

**TEST 2**

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA “LA SAPIENZA”  
10 Settembre 2008  
Ingegneria - Scienze Matematiche Fisiche Naturali – Scienze  
Statistiche — Test di Matematica**

**D.1** Il numero  $(\sqrt{3})^{10}$  è uguale a

**1A**  $\sqrt{3^5}$

**1B**  $3^5$

**1C**  $\sqrt[20]{3}$

**1D**  $\sqrt[10]{3}$

**D.2** L'espressione  $\frac{-2^{-2}}{\frac{3}{4}}$  è uguale a

**2A**  $1/3$

**2B**  $16/3$

**2C**  $-(1/3)$

**2D**  $-(3/16)$

**D.3** Sono dati i numeri reali  $a = 5\sqrt{10}$ ,  $b = \sqrt{190}$ ,  $c = 2\sqrt{51}$ . Quale delle seguenti è vera?

**3A**  $c < a < b$

**3B**  $a < b < c$

**3C**  $c < b < a$

**3D**  $b < c < a$

**D.4** Le misure dei lati di un rettangolo vengono ridotte del 20%. Di quanto diminuisce in percentuale l'area del rettangolo?

**4A** 40%

**4B** 36%

**4C** 64%

**4D** 20%

**D.5** Sappiamo che  $H$  è un insieme di numeri interi positivi. Se in  $H$  non c'è alcun numero dispari, allora siamo certi che in  $H$  non c'è alcun numero che sia

- 5A** un multiplo di 3
- 5B** una potenza di 5
- 5C** divisibile per 7 e per 11
- 5D** il quadrato di un altro numero

**D.6** Le soluzioni dell'equazione  $1 + 3x - 2x^2 = 0$  sono

**6A**  $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

**6B**  $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

**6C**  $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

**6D**  $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

**D.7** Sia  $a < 0$ ; per quali valori di  $x$  si ha  $\frac{a}{2-x} > 0$  ?

- 7A**  $x > 2$
- 7B**  $x < 2$
- 7C**  $x \neq 2$
- 7D** Dipende dal valore di  $a$

**D.8** Se  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ , con  $p, q, f$  diversi da 0, allora  $p$  è uguale a

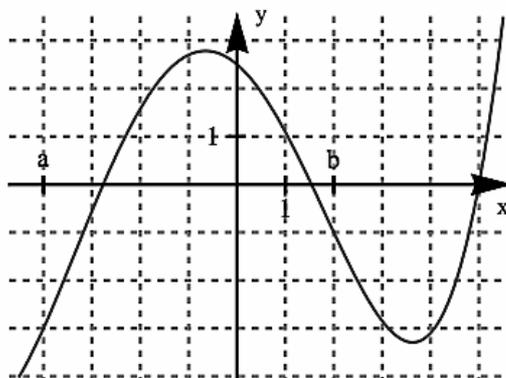
**8A**  $\frac{fq}{q-f}$

**8B**  $f - q$

**8C**  $\frac{1}{f} - \frac{1}{q}$

**8D**  $\frac{f}{q}$

**D.9** In figura è rappresentato il grafico di una funzione  $f$ .



Quanto vale il rapporto

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} ?$$

9A  $-\frac{1}{3}$

9B 1

9C  $\frac{1}{3}$

9D  $-\frac{2}{3}$

D.10 Quanto vale  $\log_3 \frac{1}{9}$  ?

10A  $\frac{1}{2}$

10B  $\sqrt{2}$

10C -2

10D Non esiste

D.11 Sia  $f$  la funzione definita da  $f(x) = x^3 + 8$ . Per quale  $x$  si ha che  $f(x)$  è il doppio del valore della funzione in  $x = 0$  ?

11A 16

11B 0

11C 2

11D -2

D.12 Qual è l'area del triangolo individuato nel piano cartesiano dall'asse delle  $x$ , dall'asse delle  $y$  e dalla retta di equazione  $y = 3x - 2$  ?

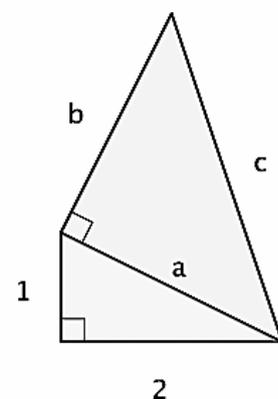
12A  $\frac{2}{3}$

12B  $\frac{3}{4}$

12C  $\frac{3}{2}$

12D  $\frac{4}{3}$

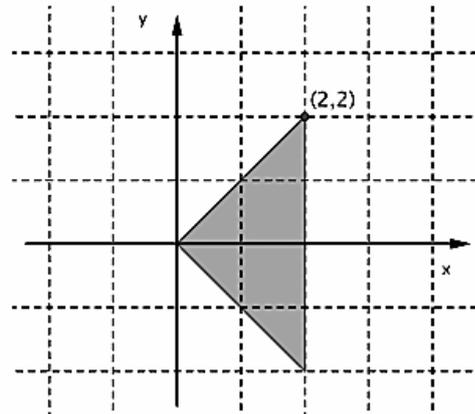
D.13 In figura sono rappresentati due triangoli rettangoli dei cui lati viene indicata la lunghezza. Sapendo che  $a = b$ , indica quanto vale  $c$ . (I quadratini identificano gli angoli retti)



- 13A  $\sqrt{6}$
- 13B  $2\sqrt{5}$
- 13C  $\sqrt{10}$
- 13D  $2\sqrt{3}$

**D.14** Una sola delle seguenti condizioni è verificata per ogni punto  $(x,y)$  del triangolo tratteggiato in figura. Quale ?

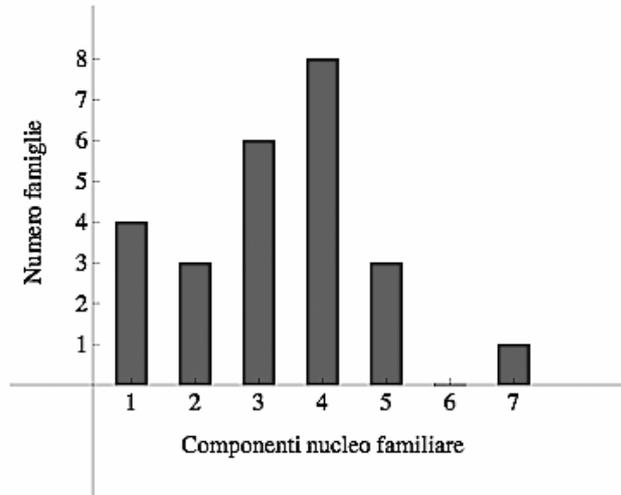
- 14A  $x \leq 1$
- 14B  $y \geq 0$
- 14C  $y \geq x$
- 14D  $y \geq -x$



**D.15** Due sacchetti contengono ciascuno i numeri 1,2,3,4,5. Si estrae un numero da ciascun sacchetto. Qual è la probabilità che i due numeri siano entrambi dispari?

- 15A  $6/25$
- 15B  $3/5$
- 15C  $4/5$
- 15D  $9/25$

**D.16** In un'intervista è stato chiesto a 25 adulti di indicare il numero di componenti del proprio nucleo familiare. I dati raccolti sono rappresentati dall'istogramma in figura.



Qual è la percentuale di famiglie composte da almeno quattro persone?

- 16A** 64%
- 16B** 52%
- 16C** 48%
- 16D** 32%

**D.17** Tre amici hanno contribuito alle spese di un viaggio in questo modo: Chiara ha speso 350 euro, Sonia 300 euro e Luciano 550 euro. Affinché il costo del viaggio sia distribuito equamente dai tre, quanti soldi Chiara e Sonia devono dare a Luciano ?

- 17A** Chiara 50 euro, Sonia 100 euro
- 17B** Chiara 200 euro, Sonia 250 euro
- 17C** Chiara 100 euro, Sonia 125 euro
- 17D** Chiara 25 euro, Sonia 75 euro

**D.18** Due grandezze  $F$  ed  $R$  sono legate dalla relazione  $F = \frac{2}{R^2}$ . Se  $F$  triplica, allora  $R$  diventa

- 18A**  $\frac{2}{3}$  del valore iniziale
- 18B**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  del valore iniziale
- 18C**  $\frac{1}{3}$  del valore iniziale

**18D**  $\frac{1}{9}$  del valore iniziale

**D.19** Una ditta di elettrodomestici ha venduto in un anno 2000 forni a microonde di un certo modello, al prezzo di 100 euro l'uno. È stato stimato che se nell'anno successivo il prezzo di vendita di quel modello aumenterà di  $x$  euro, allora il numero di forni venduti in n anno diminuirà di  $30x$ . Quale delle seguenti funzioni  $I(x)$  descrive l'incasso annuo della ditta al variare dell'aumento  $x$  ?

**19A**  $I(x) = 100 \cdot (2000 - 30x)$

**19B**  $I(x) = (2000 + 30x) \cdot (100 + x)$

**19C**  $I(x) = (100 + x) \cdot (2000 - 30x)$

**19D**  $I(x) = (2000 - 30x) \cdot 100x$

**D.20** Si consideri la frase: *In un dato campione di pazienti, chi ha fatto uso di droghe pesanti ha utilizzato anche droghe leggere.* Quale delle seguenti affermazioni relative ai pazienti del campione si può dedurre da essa?

**20A** Chi ha fatto uso di droghe leggere ha utilizzato anche droghe pesanti

**20B** Chi non ha fatto uso di droghe leggere non ha utilizzato droghe pesanti

**20C** Chi non ha fatto uso di droghe pesanti non ha utilizzato droghe leggere

**20D** Chi non ha fatto uso di droghe leggere ha utilizzato droghe pesanti

**D.21** L'intersezione di due insiemi ha almeno 6 elementi (cioè esistono almeno 6 elementi comuni ai due insiemi). Se ciascuno dei due insiemi ha 10 elementi, allora la loro unione ha

**21A** almeno 14 elementi

**21B** al minimo 16 elementi

**21C** esattamente 16 elementi

**21D** al più 14 elementi

**D.22** Tra amici, Antonio, Bruno e Corrado, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:

- se Corrado va al cinema, allora ci va anche Antonio;
  - condizione necessaria perché Antonio vada al cinema è che ci vada Bruno.
- Il giorno successivo possiamo affermare con certezza che:

**22A** se Corrado è andato al cinema, allora ci è andato anche Bruno

**22B** nessuno dei tre amici è andato al cinema

**22C** se Bruno è andato al cinema, allora ci è andato anche Corrado

**22D** se Corrado non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno

Bruno

**D.23** In una classe ci sono 8 tifosi di calcio, che si dividono fra solo due squadre, l'Inter e la Roma, ciascuna con almeno un tifoso. Due studenti affermano che:

- *l'Inter ha tre tifosi*
- *La Roma ha tre tifosi più dell'Inter*

Sapendo che una delle precedenti affermazioni è vera e l'altra è falsa, si può concludere che il numero dei tifosi della Roma è

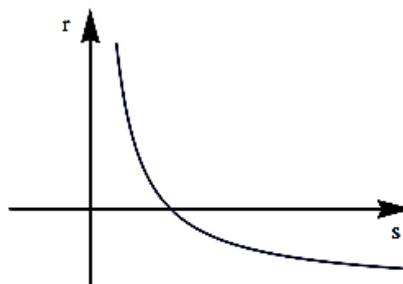
**23A** 3

**23B** 4

**23C** 5

**23D** 6

**D.24** Il grafico in figura rappresenta la relazione tra le variabili  $r$  e  $s$ . Quale delle seguenti affermazioni si può dedurre dal grafico?



**24A** se  $r$  diminuisce allora  $s$  diminuisce

**24B** se  $r$  aumenta allora  $s$  aumenta

**24C** se  $r$  aumenta allora  $s$  diminuisce

**24D** nessuna delle altre risposte

**D.25** Si vuol riempire completamente un parallelepipedo a base quadrata di lato 30 cm ed altezza 50 cm con dei cubi indeformabili uguali. Qual è il minimo numero di tali cubetti?

**25A** 15

**25B** 45

**25C** 75

**25D** 150

**D.26** Il seno dell'angolo  $2\pi/3$  è uguale a:

**26A**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**26B**  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

**26C**  $\frac{1}{2}$

**26D**  $-\frac{1}{2}$

**D.27** Per  $x \neq 0$  e  $x \neq 1$ , l'espressione  $\frac{x+2}{x^2-x} - \frac{x+1}{1-x}$  è uguale a

**27A**  $\frac{x^2+2}{x^2-x}$

**27B**  $\frac{-x^2+2x+2}{x^2-x}$

**27C**  $\frac{2-x^2}{x^2-x}$

**27D**  $\frac{x^2+2x+2}{x^2-x}$

**D.28** I lati uguali di un triangolo isoscele sono lunghi  $a$  e formano un angolo  $2\gamma$ .  
L'area del triangolo è

**28A**  $a^2 \sin \gamma \cos \gamma$

**28B**  $\frac{1}{2} a^2 \sin \gamma$

**28C**  $\frac{1}{2} a^2 \cos 2\gamma$

**28D**  $a^2 \sin^2 \gamma$

**D.29** Nel piano cartesiano è dato il triangolo di vertici  $(1,0)$ ,  $(0,3)$ ,  $(3,0)$ . Qual è la sua area?

**29A** 2

**29B** 3

**29C** 4

**29D** 6

**D.30** Partendo dal presupposto che 1 nodo è uguale a 1 miglio nautico all'ora e che un miglio nautico è uguale a 1852 metri, quali delle seguenti catene di disuguaglianze tra velocità, espresse in unità di misura diverse, è corretta ?

**30A**  $17 \text{ km/h} < 5 \text{ m/s} < 10 \text{ nodi}$

**30B**  $10 \text{ nodi} < 17 \text{ km/s} < 5 \text{ m/s}$

**30C**  $5 \text{ m/s} < 17 \text{ km/s} < 10 \text{ nodi}$

**30D**  $17 \text{ km/s} < 10 \text{ nodi} < 5 \text{ m/s}$

---

**TEST 3**

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA “LA SAPIENZA”**

**Testo del Compito**

**Tempo a disposizione: 115 minuti**

**Matematica**

**Esempio 1**

**D.1** Come puoi facilmente verificare,  $(90 : 15) : 3$  è diverso da  $90 : (15 : 3)$ . Per poter stabilire che la divisione non gode della proprietà associativa:

$$(a : b) : c = a : (b : c)$$

**1A** è necessario costruire qualche altro esempio

**1B** è necessario eseguire una dimostrazione

**1C** è sufficiente l'esempio proposto

**1D** è necessario verificare che per qualunque terna di numeri accade che le due espressioni non abbiano lo stesso risultato

**1E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.2** Ordina i seguenti numeri razionali in ordine crescente:  $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{13}{10}, \frac{1}{2}$

**2A**  $\frac{1}{2}; \frac{5}{6}; \frac{3}{4}; \frac{13}{10}$

**2B**  $\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; \frac{5}{6}; \frac{13}{10}$

**2C**  $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{13}{10}$

**2D**  $\frac{13}{10}; \frac{5}{6}; \frac{3}{4}; \frac{1}{2}$

**2E**  $\frac{13}{10}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{1}{2}$

**D.3** Il prezzo di un computer, comprensivo di IVA al 20%, è 1.800 euro. Il prezzo, IVA esclusa, è:

**3A** 1.600 euro

**3B** 1.500 euro

- 3C** 1.780 euro  
**3D** 1.440 euro  
**3E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.4** L'uguaglianza  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1}$  con  $n$  intero positivo è verificata:

- 4A** solo se  $n = 2$   
**4B** solo se  $n$  è pari  
**4C** per nessun valore di  $n$   
**4D** qualunque sia  $n$   
**4E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.5** L'espressione  $(10^3 + 2 \cdot 10^2) : (3 \cdot 10^4 + 10^4)$  è uguale a:

- 5A**  $3 \cdot 10^{-2}$   
**5B**  $\frac{2}{3} \cdot 10$   
**5C**  $\frac{2}{3} \cdot 10^{-7}$   
**5D**  $3 \cdot 10^2$   
**5E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.6** Da un'urna contenete 9 palline bianche e 7 nere si estraggono successivamente tre palline, rimettendo ogni volta nell'urna la pallina estratta. La probabilità che le palline siano tutte e tre nere è:

- 6A**  $\frac{7}{9}$   
**6B**  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{16 \cdot 15 \cdot 14}$   
**6C**  $\frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{16 \cdot 16 \cdot 16}$   
**6D**  $\frac{5}{12}$   
**6E**  $\frac{7}{16}$

**D.7** La popolazione di un liceo è costituita dal 60% di studentesse e dal 40% di studenti. Il 30% delle studentesse e il 25% degli studenti non sanno parlare inglese. Scegliendo a caso una persona, la probabilità che non sappia parlare

inglese è uguale a:

**7A** 55%

**7B** 28%

**7C** 72%

**7D** 45%

**7E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.8** La probabilità che estraendo a caso uno dei novanta numeri della tombola, si estragga un numero divisibile per 2 e per 3 è:

**8A**  $\frac{1}{6}$

**8B**  $\frac{6}{90}$

**8C**  $\frac{90}{6}$

**8D**  $\frac{1}{2}$

**8E**  $\frac{1}{3}$

**D.9** Il polinomio  $x^6 + x^5 + x^4 + x^3$  diviso per  $x + 1$  ha come resto

**9A** 0

**9B** 1

**9C**  $x$

**9D**  $x^5$

**9E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.10** Le soluzioni dell'equazione  $2^{x^2-5x+6} = 1$  sono:

**10A** nessuna

**10B** una

**10C** due

**10D** infinite

**10E** non si può stabilire

**D.11** Le soluzioni dell'equazione  $4 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} = 9^{50}$  sono:

- 11A**  $x = 50$   
**11B**  $x = 0$   
**11C** qualsiasi valore di  $x$   
**11D** nessun valore di  $x$   
**11E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.12** L'equazione  $\frac{1}{|x|} - \frac{1}{x} = 0$  ammette:

- 12A** nessuna soluzione  
**12B** una sola soluzione  
**12C** due sole soluzioni  
**12D** tutti i numeri escluso lo zero  
**13E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.13**  $\sqrt{(x-1)^2}$  è uguale a:

- 13A**  $x-1$   
**13B**  $\pm(x-1)$   
**13C**  $\pm|x-1|$   
**13D**  $|x-1|$   
**13E**  $1-x$

**D.14**  $\sqrt{a^2-1} = \sqrt{a-1} \cdot \sqrt{a+1}$

- 14A** sempre  
**14B** solo se  $-1 \leq a \leq 1$   
**14C** solo se  $a \geq 1$   
**14D** solo se  $a \geq -1$   
**14E** per nessun valore di  $a$

**D.15** Le soluzioni della disequazione  $\frac{-1-x}{x^2+1} < 0$  sono:

- 15A**  $x > -1$

- 15B**  $x < -1$   
**15C**  $x < -1$  e  $x < 1$   
**15D** nessun valore di  $x$   
**15E** qualsiasi valore di  $x$

**D.16** Le soluzioni della disequazione  $\log_2 x + \log_2 3 > 0$  sono:

- 16A**  $x > -2$   
**16B**  $x > 0$   
**16C**  $x > \frac{1}{3}$   
**16D**  $x > 3$   
**16E** qualsiasi valore di  $x$

**D.17** È dato il triangolo  $ABC$  rettangolo in  $B$ ; l'angolo  $BAC$  misura la metà dell'angolo  $BCA$ . Quindi

- 17A** il cateto  $AB$  è il doppio del cateto  $BC$   
**17B** il cateto  $BC$  è il doppio del cateto  $AB$   
**17C** il cateto  $AB$  è metà dell'ipotenusa  $AC$   
**17D** il cateto  $BC$  è la metà dell'ipotenusa  $AC$   
**17E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.18** Un cubo di lato 10 cm ha il volume di un litro. Quindi il volume occupato da 30 litri di acqua è pari a:

- 18A**  $30 \text{ cm}^3$   
**18B**  $3 \text{ m}^3$   
**18C**  $30 \text{ dm}^3$   
**18D**  $30 \text{ m}^3$   
**18E**  $300 \text{ dm}^3$

**D.19** È dato un quadrato  $ABCD$  di lato 1 cm. Sulla sua diagonale  $AC$  viene costruito il quadrato  $AEFC$  nel semipiano delimitato dalla retta  $AC$  contenente il punto  $B$ . L'area del poligono concavo  $AEFCB$  misura:

- 19A**  $2\sqrt{2} \text{ cm}^2$

- 19B**  $\frac{3}{2} \text{ cm}^2$   
**19C**  $1 \text{ cm}^2$   
**19D**  $\sqrt{2} - 1 \text{ cm}^2$   
**19E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.20** In un triangolo rettangolo l'ortocentro (punto di intersezione delle tre altezze) è:

- 20A** all'interno del triangolo  
**20B** all'esterno del triangolo  
**20C** coincide con il vertice dell'angolo retto  
**20D** coincide con il punto medio dell'ipotenusa  
**20E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.21** Il raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo rettangolo avente i cateti di lunghezza 12 e 16 è uguale a:

- 21A** 8  
**21B** 10  
**21C** 12  
**21D** 14  
**21E** 20

**D.22** La massima distanza tra due punti di una scatola di scarpe avente le dimensioni  $40 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  è circa:

- 22A** 80 cm  
**22B** 40 cm  
**22C** 50 cm  
**22D** 120 cm  
**22E** nessuna delle risposte precedenti è esatta

**D.23** Un tubo di plastica lungo 4 m e di diametro 10 cm è riempito d'acqua. Trascurando il peso della plastica, il tubo pesa circa:

- 23A** 30 kg  
**23B** 40 kg  
**23C** 60 kg  
**23D** 80 kg

**23E** 100 kg

**D.24** Le lancette di un orologio alle tre e mezza formano un angolo di circa:

**24A**  $\frac{5}{12}\pi$

**24B**  $\frac{5}{6}\pi$

**24C**  $\frac{5}{24}\pi$

**24D**  $\frac{\pi}{3}$

**24E**  $\frac{\pi}{4}$

**D.25** L'angolo formato dai raggi del sole col il terreno orizzontale è uguale a  $\alpha$  radianti. L'ombra di un palo alto 3 m misura:

**25A**  $3\tan\alpha$  m

**25B**  $\frac{3}{\tan\alpha}$  m

**25C**  $3\sin\alpha$  m

**25D**  $3\cos\alpha$  m

**25E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.26** La disequazione  $\cos x < -\frac{1}{2}$  è verificata nell'intervallo aperto  $(0, 2\pi)$  per:

**26A**  $0 < x < \frac{4}{3}\pi$

**26B**  $0 < x < \frac{2}{3}\pi$

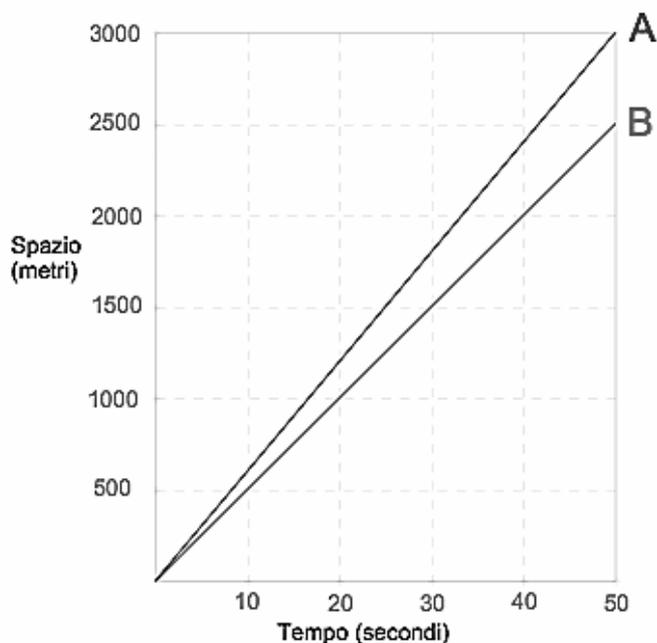
**26C**  $\frac{5}{6}\pi < x < \frac{7}{6}\pi$

**26D**  $\frac{2}{3}\pi < x < \frac{4}{3}\pi$

**26E**  $\pi < x < \frac{7}{6}\pi$

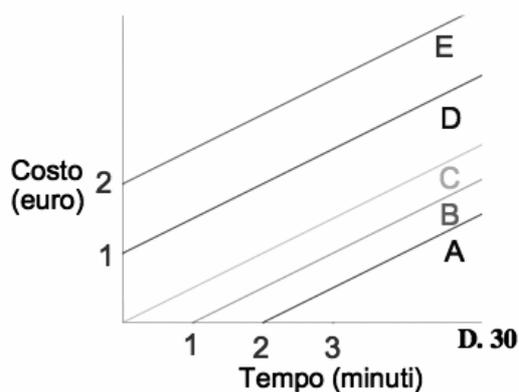
**D.27** Sta terminando una gara di motociclismo. I primi due motociclisti iniziano insieme a percorrere l'ultimo tratto del circuito, un rettilineo lungo 3 km. La

figura seguente illustra i grafici orari dei due motociclisti. Quindi:



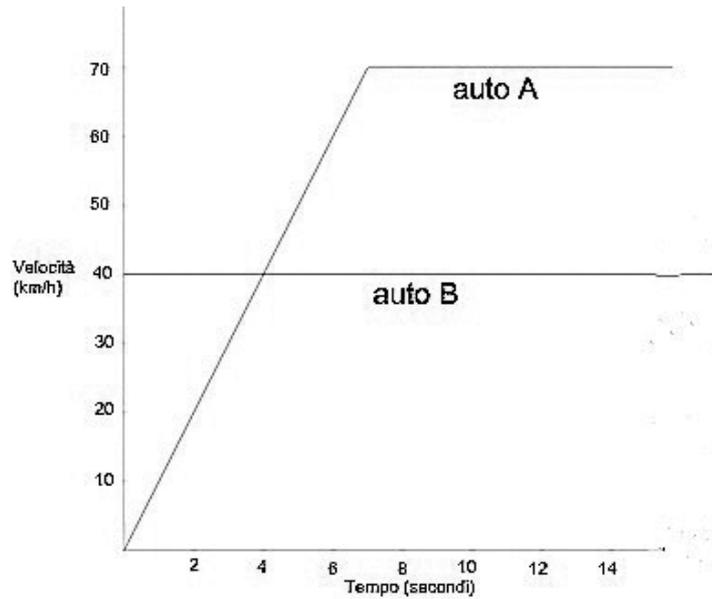
- 27A il motociclista A vince la gara con un distacco di 50 metri
- 27B il motociclista B vince la gara con un distacco di 50 metri
- 27C il motociclista A vince la gara con un distacco di 100 metri
- 27D il motociclista B vince la gara con un distacco di 100 metri
- 27E nessuna delle altre risposte è esatta

**D.28** Il costo di una telefonata intercontinentale è di 1 euro alla risposta più 50 centesimi al minuto. Sono calcolate anche le frazioni di minuto. Il grafico del costo della telefonata è:



- 28A grafico A
- 28B grafico B
- 28C grafico C
- 28D grafico D
- 28E grafico E

**D.29** Nel grafico è rappresentata la velocità in funzione del tempo di due auto.

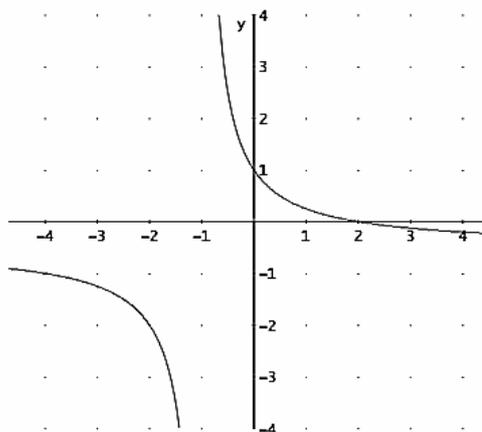


Quindi

- 29A** l'auto A con velocità iniziale nulla accelera all'inizio costantemente, poi viaggia a velocità costante; l'auto B è ferma
- 29B** l'auto A parte da ferma e accelera all'inizio costantemente, poi viaggia a velocità costante; l'auto B viaggia a velocità costante
- 29C** l'auto A viaggia prima a velocità costante poi si ferma; l'auto B è ferma
- 29D** l'auto A e l'auto B si incrociano dopo 4 secondi
- 29E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.30** La funzione il cui grafico è rappresentato in figura è:

- 30A**  $\frac{x-2}{x+1}$
- 30B**  $\frac{x-2}{x-1}$
- 30C**  $\frac{2-x}{x+1}$
- 30D**  $\frac{2-x}{2x+2}$
- 30E**  $\frac{2-x}{x-1}$



**TEST 4****UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA “LA SAPIENZA”****Testo del Compito****Tempo a disposizione: 115 minuti****Matematica****Esempio 2****D.1** Il prodotto di  $a = 12,37$  e  $b = 25,45$  è:**1A** 314,8167**1B** 314,165**1C** 3145,1650**1D** 314,8165**1E** 314,81655**D.2** L'inverso del numero  $\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}}$  è il numero:**2A**  $\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$ **2B**  $\sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{\frac{2}{3}}$ **2C**  $\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}}$ **2D**  $\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}}$ **2E** nessuna delle altre risposte è corretta**D.3** I numeri 3,4 3,25 3,03 3,100 3,3 si ordinano in senso crescente nel seguente modo**3A** 3,100 3,25 3,4 3,03 3,3**3B** 3,03 3,100 3,25 3,3 3,4**3C** 3,03 3,3 3,4 3,24 3,100**3D** 3,3 3,4 3,03 3,25 3,100**3E** 3,100 3,25 3,03 3,3 3,4**D.4** Il numero  $2^3 \cdot 3^2$  è uguale al numero**4A**  $6^6$

- 4B**  $6^5$
- 4C**  $5^6$
- 4D**  $5^5$
- 4E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.5** Il numero di parole di tre lettere, anche prive di senso, che si possono ottenere usando 10 lettere, non necessariamente tutte distinte, è uguale a:

- 5A** 1000
- 5B**  $10 \cdot 9 \cdot 8$
- 5C** 999
- 5D** 100
- 5E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.6** Estraendo una pallina dal sacchetto della tombola (formato da 90 palline), la probabilità che il numero estratto sia un multiplo di 5 è:

- 6A**  $\frac{1}{5}$
- 6B** 5
- 6C**  $\frac{1}{18}$
- 6D** 18
- 6E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.7** La probabilità che, lanciando due dadi di sei facce, si ottenga come somma 3 è uguale a:

- 7A**  $1/3$
- 7B**  $1/12$
- 7C**  $1/18$
- 7D**  $1/36$
- 7E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.8** Estraendo due carte da un mazzo da Poker formato da Assi, Re, Regine, Fanti, 10, 9 e 8, la probabilità di avere una coppia è uguale a

- 8A**  $3/28$
- 8B**  $1/7$

- 8C**  $1/14$   
**8D**  $1/9$   
**8E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.9** Dati i numeri  $a$  e  $b$  con  $a < b$ , un numero maggiore di  $a$  e minore di  $b$  è:

- 9A**  $a + \frac{1}{3}(b - a)$   
**9B**  $\frac{ab}{3}$   
**9C**  $\frac{b^2 - a^2}{3}$   
**9D**  $\frac{a + b}{3}$   
**9E**  $\frac{b - a}{3}$

**D.10** Il minimo comune multiplo dei polinomi  $x^2 - 4x + 4$ ;  $x^2 - 3x + 2$  è:

- 10A**  $x - 2$   
**10B**  $(x - 2)(x - 1)$   
**10C**  $(x - 2)^2$   
**10D**  $(x + 2)(x + 1)$   
**10E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.11** Dati due numeri  $a$  e  $b$  positivi, il numero  $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{b}}$  è uguale a:

- 11A**  $\sqrt{a^3 - b}$   
**11B**  $a\sqrt{\frac{a}{b}}$   
**11C**  $a\sqrt{a} - \sqrt{b}$   
**11D**  $\sqrt{a^3 + b^{-1}}$   
**11E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.12** Dato  $a \neq 0$ , la somma delle radici del polinomio  $ax^2 + ax - a$  è uguale a:

- 12A**  $-a$   
**12B**  $a$   
**12C**  $1$

- 12D**  $-1$   
**13E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.13** Il polinomio  $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  è divisibile per:

- 13A**  $x - 1$   
**13B**  $x - 2$   
**13C**  $x - 3$   
**13D**  $x + 1$   
**13E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.14** Il numero delle soluzioni dell'equazione  $|x - 3| + |2x + 5| = 0$  è:

- 14A** quattro  
**14B** due  
**14C** uno  
**14D** zero  
**14E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.15** Tutte le soluzioni del sistema di disequazioni  $\begin{cases} 4 - x > 0 \\ -x^2 + 4x > 0 \end{cases}$  sono:

- 15A**  $x > 4$   
**15B**  $x < 4$   
**15C**  $0 < x < 4$   
**15D**  $x < 0$   
**15E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.16** Le soluzioni dell'equazione  $\log_{10}(x^2 - 1) = 1$  sono:

- 16A**  $x = \sqrt{11}$  ;  $x = -\sqrt{11}$   
**16B**  $x = \sqrt{11}$   
**16C**  $x = 1$   
**16D**  $x = 1$  ;  $x = -1$   
**16E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.17** Dato in un piano  $\pi$  un segmento  $AB$  di lunghezza uguale a 13, di triangoli  $ABC$  contenuti nel piano  $\pi$  aventi gli altri due lati di lunghezza 2 e 9 ne esistono:

- 17A uno
- 17B due
- 17C tre
- 17D quattro
- 17E nessuna delle altre risposte è esatta

**D.18** Siano dati due triangoli equilateri  $T$  e  $T_1$ , tali che l'area di  $T$  è il doppio dell'area di  $T_1$ . Allora il rapporto tra la lunghezza dei lati di  $T$  e la lunghezza dei lati di  $T_1$  è uguale a:

- 18A 2
- 18B  $1/2$
- 18C  $\sqrt{2}$
- 18D  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 18E nessuna delle altre risposte è esatta

**D.19** Per tre punti distinti passa una circonferenza:

- 19A sempre
- 19B solo se i punti non sono allineati
- 19C solo se i punti sono vertici di un triangolo equilatero
- 19D solo se i punti sono vertici di un triangolo rettangolo
- 19E nessuna delle altre risposte è esatta

**D.20** Un quadrilatero è inscritto in una circonferenza se e solo se ha:

- 20A tutti gli angoli uguali
- 20B gli angoli opposti uguali
- 20C gli angoli opposti complementari
- 20D gli angoli opposti supplementari
- 20E nessuna delle altre risposte è esatta

**D.21** Data una circonferenza di raggio uguale ad  $r$ , la lunghezza dei lati di un esagono regolare inscritto in essa è uguale a:

- 21A  $r$
- 21B  $2r$
- 21C  $r/2$
- 21D  $\pi/6$
- 21E  $\pi$

**D.22** Si consideri una faccia  $F$  di un cubo avente i lati di lunghezza uguale a 1. Siano  $A$  e  $B$  due vertici opposti della faccia  $F$  e sia  $C$  un vertice del cubo tale che  $BC$  sia uno spigolo del cubo non contenuto nella faccia  $F$ . Allora il triangolo  $ABC$  ha area uguale a:

- 22A 1
- 22B  $1/2$
- 22C  $1/4$
- 22D  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 22E  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

**D.23** Sia data nello spazio una retta  $r$  ed un suo punto  $A$ . Di rette passanti per  $A$  e perpendicolari alla retta  $r$  ne esistono:

- 23A una sola
- 23B due sole
- 23C tre sole
- 23D infinite, tutte appartenenti ad uno stesso piano
- 23E infinite, non tutte appartenenti ad uno stesso piano

**D.24** La retta passante per i punti  $A = (1, 3)$  e  $B = (2, 5)$  e la retta di equazione  $y = 2x$ :

- 24A hanno come unico punto di intersezione l'origine
- 24B coincidono
- 24C non hanno alcun punto di intersezione
- 24D hanno come unico punto di intersezione il punto  $A$
- 24E nessuna delle altre risposte è esatta

**D.25** Il grafico seguente

rappresenta la funzione:

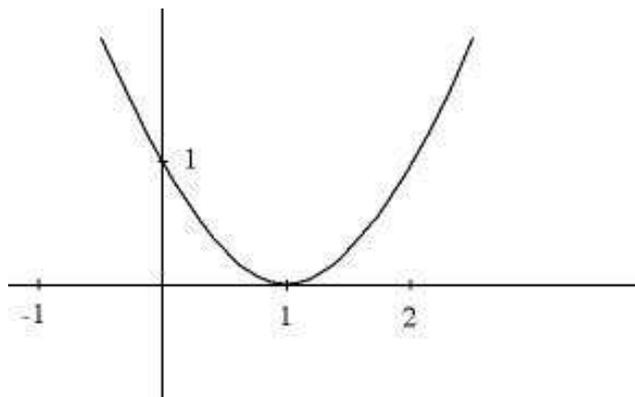
25A  $y = x^2 - 1$

25B  $y = (x-1)^2$

25C  $y = (x+1)^2$

25D  $y = x^2 + 1$

25E  $y = -x^2 + 1$



**D.26** Le rette rappresentate in figura hanno equazioni:

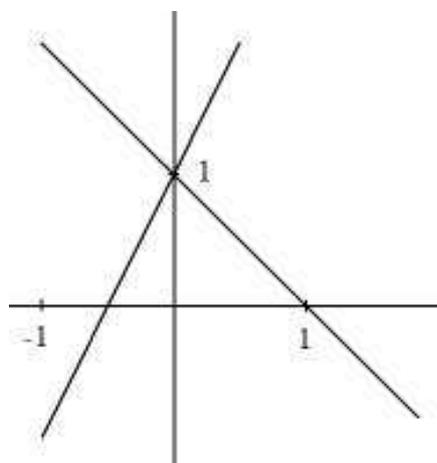
26A  $y = x + 1$  ;  $y = -x + 1$

26B  $y = 2x + 1$  ;  $y = -\frac{x}{2} + 1$

26C  $y = 2x - 1$  ;  $y = -x - 1$

26D  $y = 2x + 1$  ;  $y = -x + 1$

26E  $y = \frac{x}{2} + 1$  ;  $y = -x + 1$



**D.27** La funzione avente il seguente grafico è:

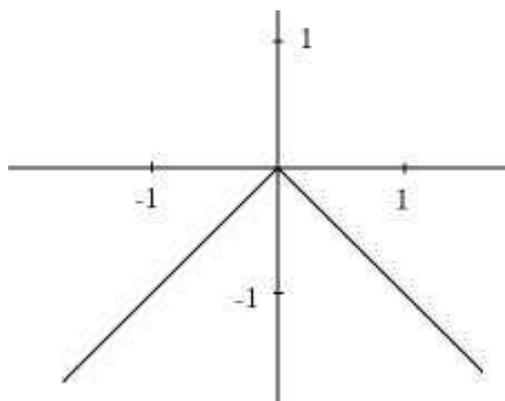
27A  $y = -|x|$

27B  $y = |x|$

27C  $y = -x^2$

27D  $y = -x|x|$

27E  $y = \pm x$



**D.28** Il triangolo di vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  rettangolo in  $B$  ha cateti  $AB$  e  $BC$  di lunghezza 6,3 cm e 3 cm rispettivamente. Si ha allora che la tangente dell'angolo  $ACB$  è uguale a:

28A 2,1 cm

28B 2,1

- 28C** 2,1  $\pi$   
**28D** 2,1  $\pi$  cm  
**28E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.29** Tutte le soluzioni dell'equazione  $\sin^2 x - \cos^2 x = 0$  sono:

- 29A**  $x = \frac{\pi}{4}$   
**29B**  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  con  $k$  intero relativo  
**29C**  $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$  con  $k$  intero relativo  
**29D**  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  con  $k$  intero relativo  
**29E** nessuna delle altre risposte è esatta

**D.30** Nell'intervallo  $(0, \pi)$  le soluzioni dell'equazione  $\sin x > \frac{1}{2}$  sono:

- 30A**  $x > \frac{1}{3}\pi$   
**30B**  $x > \frac{1}{6}\pi$   
**30C**  $\frac{1}{3}\pi < x < \frac{2}{3}\pi$   
**30D**  $\frac{1}{6}\pi < x < \frac{5}{6}\pi$   
**30E**  $0 < x < \frac{1}{6}\pi$

---

## TEST 5

### Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze Prove avanzate di valutazione di Matematica

#### Esempi

##### A.. Numeri

- *frazioni e numeri decimali*
- *massimo comun divisore, minimo comune multiplo, numeri primi e decomposizione*
- *numeri: confronto e approssimazione.*

- *potenze*
- *percentuali e proporzioni*

*Esempi:*

1.. Qual è il valore della seguente espressione  $\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}}$  ?

1.1   $\frac{5}{9}$

1.2   $-\frac{5}{9}$

1.3   $-\frac{3}{5}$

1.4   $\frac{1}{15}$

2.. Quale dei numeri seguenti è il più grande: 1.48 ,  $\frac{3}{2}$  ,  $\frac{5}{3}$  ,  $\frac{\sqrt{24}}{3}$

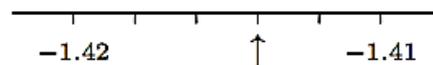
2.1  1.48

2.2   $\frac{3}{2}$

2.3   $\frac{5}{3}$

2.4   $\frac{\sqrt{24}}{3}$

3.. Quanto vale il numero indicato dalla freccia ?



3.1  -1.414

3.2  -1.413

3.3  -1.426

3.4  -1.412

4.. Siano  $a$  e  $b$  due numeri naturali tali che 9 è un divisore di  $ab$ . Una sola delle affermazioni seguenti è corretta. Quale ?

4.1  3 è divisore di  $a$  oppure di  $b$ .

4.2  9 è divisore di  $a$  oppure di  $b$ .

4.3  3 è divisore di  $a + b$ .

4.4   $a$  è dispari oppure  $b$  è dispari.

5.. Un lavoratore deve assemblare 147 PC e ne ha finora completati 47. Qual è lo stadio di avanzamento del suo lavoro (arrotondando alla seconda cifra decimale)?

5.1  53.14 %

5.2  111.12 %

5.3  31.97 %

5.4  Nessuna delle altre risposte è corretta.

6.. Un CD è costato 13 euro grazie ad uno sconto del 20%. Quale sarebbe stato il prezzo in euro senza lo sconto?

6.1  15

6.2  15.60

6.3  10.40

6.4  16.25

7.. 100 grammi di una soluzione contengono 17 grammi di sale. Quanti grammi di sale contengono 200 grammi della stessa soluzione?

7.1  8.5

7.2  34

7.3  22.3

7.4  117

## B. Algebra

- *Rappresentazioni algebriche di espressioni descritte con linguaggio naturale*
- *polinomi: divisione e fattorizzazione*
- *equazioni di primo e secondo grado.*
- *sistemi lineari*
- *manipolazioni algebriche*
- *disequazioni*

*Esempi:*

8.. Quale fra le seguenti espressioni è uguale al quadrato del triplo del consecutivo di un numero intero  $n$  ?

8.1   $[3(n+1)]^2$

8.2   $(3n+1)^2$

8.3   $3(n^2 + 1)$

8.4   $3n^2 + 1$

9.. Il polinomio  $5x^2 + 8x - 4$  ha come radici

9.1   $2$  e  $\frac{2}{5}$

9.2   $-2$  e  $\frac{1}{5}$

9.3   $2$  e  $-\frac{1}{5}$

9.4  Nessuna delle altre risposte è corretta

10.. Sapendo che il polinomio  $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$  ha una radice uguale a 1, quali sono le altre due?

10.1   $2$  e  $\frac{1}{2}$

10.2   $-2$  e  $-\frac{1}{2}$

10.3  Non ci sono altre radici reali.

10.4  Nessuna delle altre risposte è corretta.

11.. Il risultato delle semplificazioni della funzione razionale

$$\frac{(2x-1)(x+1)(x^2+x+1)}{x^2-1}$$

è:

11.1   $\frac{(2x-1)(x^2+x+1)}{x+1}$

11.2   $(2x-1)(x+1)$

11.3   $\frac{(2x-1)(x+1)(x^2+x+1)}{x^2-1}$  (numeratore e denominatore sono già primi tra

loro).

11.4  Nessuna delle altre risposte è corretta.

12.. Un mattone pesa 1 kg più il peso di mezzo mattone. Quanti kg pesa il mattone?

12.1  2

12.2  1.5

12.3  2.5

12.4  Nessuna delle altre risposte è corretta.

13.. Dato il sistema  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x+y=0 \end{cases}$  allora:

13.1  esso ha come unica soluzione  $x = \frac{1}{3}$ ,  $y = \frac{2}{3}$

13.2  esso ha come unica soluzione  $x = -\frac{1}{3}$ ,  $y = \frac{2}{3}$

13.3  esso ammette infinite soluzioni.

13.4  esso non ammette alcuna soluzione.

14.. Determinare tutti i numeri reali  $x$  che soddisfano la relazione

$$\frac{1}{2}(x+1) = x - \frac{1}{4}(2x+3)$$

14.1  Nessuna delle altre risposte proposte è corretta

14.2   $x = -\frac{1}{4}$

14.3   $x = -\frac{5}{4}$

14.4  La relazione è soddisfatta da una infinità di valori  $x$ .

15.. Un numero è uguale a 8 volte la sua radice quadrata più 105. Qual è questo numero?

15.1  196

15.2  256

15.3  289

15.4  Nessuno di questi

16.. Per quali valori del numero reale  $a$  l'equazione  $x^2 + (a+1)x + 1 = 0$  ha soluzioni reali?

16.1   $a \geq 1$  oppure  $a \leq -3$ .

16.2   $a \geq 1$ .

16.3  Nessuno.

16.4   $a \geq 0$ .

17.. Il polinomio  $P(x)=x^2+bx+c$  ha come radici i numeri 1 e  $-2$ . Allora  $P(0)$  vale:

17.1   $-2$

17.2   $1$

17.3  Nessuna delle altre risposte è corretta

17.4   $2$

18.. Per quali valori dell'incognita  $x$  vale la disuguaglianza  $3x+2 \leq 2x+3$ .

18.1   $x \leq -1$

18.2   $x \leq \frac{2}{3}$

18.3   $x \leq 1$

18.4  Nessuna delle altre risposte è corretta.

19.. Per quali valori della incognita  $x$  vale la disuguaglianza  $\frac{3x+2}{2x+3} \leq 1$ .

19.1   $-\frac{3}{2} < x \leq 1$

19.2   $1 \leq x < \frac{3}{2}$

19.3   $x \leq 1$

19.4  Nessuna delle altre risposte è corretta.

20.. La disuguaglianza  $\sqrt{x^2+3} \geq 2x$  è

20.1  vera unicamente per  $-1 \leq x \leq 1$

20.2  vera unicamente per  $x \leq 1$

20.3  vera unicamente per  $x \leq -1$

20.4  non è mai vera

21.. La relazione  $|x-3| \leq a$  è equivalente a

21.1   $3-a \leq x \leq 3+a$

21.2   $3 \leq x \leq 3+a$

21.3   $-(3+a) \leq x \leq 3+a$

21.4   $a-3 \leq x \leq a+3$

### C.. Geometria

- *area e perimetro*
- *piano cartesiano: rette, circonferenze, ellissi, iperbole e parabole*
- *proprietà elementari delle principali figure piane*
- *il volume dei solidi elementari*
- *trigonometria: le formule elementari*

*Esempi:*

**22..** Un triangolo rettangolo ha il cateto più piccolo che misura 1 cm. Consideriamo un altro triangolo rettangolo, avente gli stessi angoli di quello precedente ed il cateto più piccolo lungo 2 cm. L'area della superficie è, rispetto a quella del primo triangolo,

- 22.1  il doppio
- 22.2  il quadruplo
- 22.3  pari a  $\sqrt{2}$  volte
- 22.4  Nessuna delle altre risposte è corretta

**23..** Siano  $C$  e  $Q$  rispettivamente un cerchio e un quadrato aventi lo stesso perimetro.

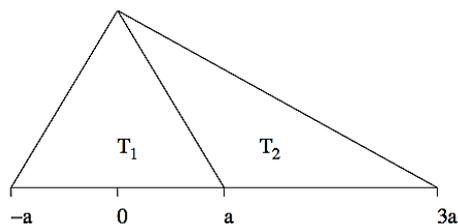
Allora il rapporto  $\frac{\text{area di } C}{\text{area di } Q}$  è

- 23.1  più piccolo di 1
- 23.2  uguale a  $\sqrt{2}$
- 23.3  uguale a  $\frac{\pi}{3}$
- 23.4  uguale a  $\frac{4}{\pi}$

**24..** Un triangolo rettangolo ha un angolo di 45 gradi ed un'area pari a  $36 \text{ cm}^2$ . Quanto è lunga l'ipotenusa?

- 24.1  12 cm
- 24.2  18 cm
- 24.3  i dati del problema non permettono di determinarlo.
- 24.4  6 cm

**25..** Dati i due triangoli  $T_1$  e  $T_2$  in figura,



- 25.1  I due triangoli hanno la stessa area
- 25.2   $T_2$  ha un'area più grande di  $T_1$
- 25.3  non si può dire, dipende dal valore di  $a$
- 25.4   $T_1$  ha un'area più grande di  $T_2$

**26..** Si considerino i triangoli iscritti in una circonferenza di raggio 1 ed aventi un lato coincidente con il diametro. Quanto vale la più grande area possibile di questi triangoli?

- 26.1  1
- 26.2   $\sqrt{2}$
- 26.3   $\frac{\pi}{2}$
- 26.4   $\frac{1}{2}$

**27..** Quale delle seguenti rette passa per i punti  $(1,1)$  e  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

- 27.1   $2x - y - 1 = 0$
- 27.2   $2x - y + 1 = 0$
- 27.3   $-x + 2y - 1 = 0$
- 27.4   $2x - 3y + 1 = 0$

**28..** Uno solo dei seguenti punti del piano si trova sulla circonferenza di raggio 2 e centro  $(1,0)$ . Quale ?

- 28.1   $(-1,0)$
- 28.2   $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$
- 28.3   $(2, \sqrt{2})$
- 28.4   $(0,2)$

**29..** La disuguaglianza  $\frac{x+1}{x-1} \leq 1$  è verificata da tutti e soli i numeri

- 29.1   $x < 1$
- 29.2   $x \leq -1$
- 29.3  non è mai verificata
- 29.4   $x > 1$

**30..** La retta passante per i punti del piano cartesiano  $(1,1)$  e  $(2,3)$  ha per equazione

$y = ax + b$  dove  $a$  è uguale a

30.1  2

30.2  -2

30.3   $-\frac{1}{2}$

30.4   $\frac{1}{2}$

31..  $\sin(180^\circ - x)$  è uguale a

31.1   $\sin(x)$

31.2   $-\sin(x)$

31.3   $\cos(x)$

31.4   $-\cos(x)$

32.. Di un angolo di ampiezza  $\alpha$  si sa che  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ . Allora

32.1   $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$  oppure  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

32.2   $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

32.3   $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$

32.4   $\frac{\sqrt{15}}{4}$

#### D.. Funzioni e grafici

- saper ricavare informazioni da un grafico
- le funzioni esponenziale e logaritmo.
- le funzioni trigonometriche

*Esempi:*

33.. Una sola delle relazioni seguenti è vera. Quale ?

33.1   $\log_{10} \sqrt[3]{10} = \frac{1}{3}$

33.2   $\log_{10}(-10^3) = -3$

33.3   $\log_{10} \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

33.4   $\log_{10} \sqrt{10^3} = \frac{2}{3}$

34.. Quale dei seguenti numeri ha un logaritmo strettamente compreso tra 4 e 6 ?

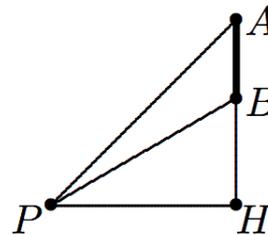
34.1   $10^6 - 10^5$

34.2  8747

34.3   $10^3 + 10^2$

34.4   $-10^5$

35.. Determinare l'altezza di una torre  $AB$  la cui base poggia su un'altura dove  $PB = 40$ ,  
 $BPH = 30^\circ$ ,  $APB = 15^\circ$ ,



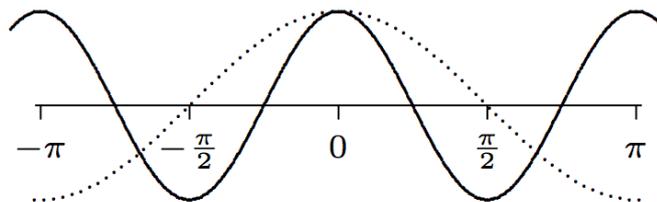
35.1   $20(\sqrt{3}-1)$

35.2   $20(\sqrt{3}+1)$

35.3   $40 \frac{\sqrt{3}}{3}$

35.4  Nessuna delle altre risposte è corretta

36.. Sapendo che il grafico tratteggiato è quello della funzione  $y = \cos x$ , il grafico a tratto continuo è quello della funzione



36.1   $y = \cos(2x)$

36.2   $y = \cos(x+2)$

36.3   $y = \frac{1}{2} \cos x$

36.4   $y = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

37.. Per quale delle seguenti funzioni l'uguaglianza  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  è vera per

ogni  $a, b$  reali ?

37.1   $f(x) = 2x$

37.2   $f(x) = 2^x$

37.3   $f(x) = x + 2$

37.4   $f(x) = x^2$

38.. La funzione di variabile reale  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$  ha come dominio di definizione

38.1   $x > -2$

38.2   $x \geq -2$

38.3  nessuna delle altre risposte è corretta

38.4   $x \neq -2$

### E.. Insiemi

- *il linguaggio elementare delle funzioni e degli insiemi*
- *le principali operazioni sugli insiemi*

*Esempi:*

39.. Siano  $A$  e  $B$  I seguenti sottoinsiemi dei numeri reali:  $A = \{0, 1, \dots, 36\}$  e

$B = \{\text{i numeri dispari}\}$ . Allora, indicando con  $B^c$  il complementare di  $B$ ,  $A \cap B^c$  è l'insieme

39.1   $\{1, 3, \dots, 35\}$

39.2   $\{0, 2, \dots, 36\}$

39.3   $\emptyset$  (l'insieme vuoto)

39.4  nessuna delle altre risposte è corretta

40.. Sia  $A$  un sottoinsieme proprio dell'insieme  $B$ . Una sola delle affermazioni seguenti è corretta. Quale ?

40.1  Qualche elemento di  $B$  non appartiene ad  $A$

40.2  Ogni elemento di  $B$  appartiene ad  $A$

40.3  Nessuna delle altre risposte è corretta

40.4  Qualche elemento di  $A$  non appartiene a  $B$

41.. Dati gli insiemi  $A, B, C$  uno solo dei seguenti è l'insieme degli elementi di  $C$  che appartengono ad  $A$  oppure a  $B$ . Quale ?

41.1   $(A \cup B) \cap C$

41.2   $(A \cap B) \cap C$

41.3   $(A \cap B) \cup C$

41.4   $A \cap B \cap C$

### F.. Combinatoria e probabilità elementare

- *calcolo della cardinalità di un insieme*
- *calcolo della probabilità di un evento,*
- *rappresentazione di dati con tabelle, istogrammi ed altri metodi grafici.*

#### Esempi

**42..** Si consideri l'insieme  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$ . Quanti sono i sottoinsiemi distinti di  $X$  di 3 elementi che contengono  $x_1$  ?

42.1  36

42.2  64

42.3  49

42.4  30

**43..** Quante sequenze ordinate di numeri senza ripetizioni si possono costruire a partire da un insieme di 5 numeri, tutti diversi, utilizzandoli tutti ?

43.1  120

43.2  infinite

43.3  5

43.4  123

**44..** Un'azienda ospedaliera dispone di 8 medici, 5 infermieri e 6 piloti di elicotteri. Sapendo che una squadra di soccorso con elicottero deve essere formata esattamente di 1 medico, 3 infermieri e 2 piloti, quante squadre distinte può formare l'azienda ospedaliera ?

44.1  1200

44.2  19

44.3  240

44.4  infinite

**45..** In Canada tutti i cittadini parlano inglese o francese (o tutte e due le lingue). In una certa provincia si sa che il 75% della popolazione parla francese ed il 48% parla inglese. Qual è la probabilità che un cittadino scelto a caso parli entrambe le lingue ?

- 45.1  23%
- 45.2  48%
- 45.3  i dati del problema non permettono di rispondere
- 45.4  27%

**46..** Due dadi vengono lanciati insieme. Qual è la probabilità che diano lo stesso numero ?

- 46.1   $\frac{1}{6}$
- 46.2   $\frac{1}{18}$
- 46.3   $\frac{1}{12}$
- 46.4   $\frac{1}{36}$

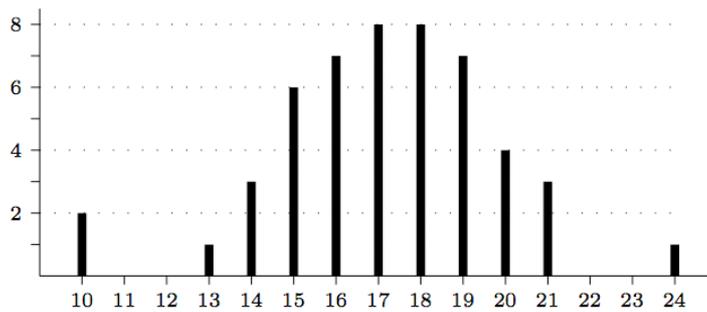
**47..** Ugo e Massimiliano giocano nel modo seguente. Si lanciano due dadi. Ugo vince se la somma fa 7, Massimiliano se fa 3 oppure 4. Se non esce nessuno di questi numeri si lancia di nuovo. Si tratta di un gioco equo ?

- 47.1  No, Ugo è favorito
- 47.2  Sì
- 47.3  Per poter rispondere occorrono maggiori informazioni
- 47.4  No, Massimiliano è favorito

**48..** Due dadi vengono lanciati insieme. Qual è la probabilità che diano entrambi un numero con la stessa parità (tutti e due pari o tutti e due dispari) ?

- 48.1   $\frac{1}{2}$
- 48.2   $\frac{2}{3}$
- 48.3   $\frac{13}{36}$
- 48.4   $\frac{1}{4}$

**49..** Il diagramma a barre in figura riporta i risultati di un esame. Ricordando che la sufficienza viene ottenuta con 18, allora si può dire che la percentuale dei bocciati è :



- 49.1  superiore al 50%
- 49.2  del 48%
- 49.3  inferiore al 40%
- 49.4  del 44%

### G.. Elementi di logica

- *sapere dedurre le conseguenze di un'affermazione o di un enunciato*
- *sapere negare un'affermazione*

#### Esempi

50.. Qual è la negazione della frase: “Ogni studente in quest’aula ha letto almeno tre libri” ?

- 50.1  Tutti gli studenti di quest’aula hanno letto solo due libri.
- 50.2  Tutti gli studenti di quest’aula hanno letto al più due libri.
- 50.3  Almeno uno studente in quest’aula ha letto tre libri.
- 50.4  Nessuna delle precedenti è la negazione della frase.

51.. Il professore dice : “Condizione necessaria perché una funzione sia assolutamente continua (AC) è che sia continua”. Ciò implica che

- 51.1  tutte le funzioni AC sono anche continue
- 51.2  esiste almeno una funzione AC che non è continua
- 51.3  non si può dire niente perché la condizione è solo necessaria
- 51.4  tutte le funzioni continue sono anche AC

52.. Alberto è più alto di Federico, Gianni è più alto di Aldo, Fabrizio è più alto di Alberto e di Aldo. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera ?

- 52.1  Fabrizio oppure Gianni è più alto di tutti
- 52.2  Federico è più basso di tutti

52.3  Gianni non è il più alto di tutti

52.4  Fabrizio è più alto di tutti.

---

## 7. Soluzioni delle prove presentate

### SOLUZIONI DEL TEST 1

#### 1 La risposta esatta è la C

$$\text{Infatti, } \frac{4 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-3}} = \frac{4}{5} \cdot 10^{-5} = \frac{40}{5} \cdot 10^{-6} = 8 \cdot 10^{-6}$$

#### 2 La risposta esatta è la A

$$\text{Infatti, } 3 < c < 4 \Rightarrow 2 < c - 1 < 3 \Rightarrow 8 < (c - 1)^3 < 27,$$

$$\text{e dalla risposta A segue: } c = 1 + \sqrt[3]{9} \Rightarrow c - 1 = \sqrt[3]{9} \Rightarrow (c - 1)^3 = 9$$

#### 3 La risposta esatta è la C

$$\text{Infatti, } 17,3 \cdot 10^{-5} = 0,000173$$

#### 4 La risposta esatta è la B

$$\text{Infatti, } \frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{5}{4}}{-\frac{9}{4}} = \frac{5}{9}$$

#### 5 La risposta esatta è la C

$$\text{Infatti, } 25 + 25 \cdot \frac{20}{100} = 25 + 5 = 30$$

#### 6 La risposta esatta è la C

$$\text{Infatti, } 2(\sqrt{1^2 + 2^2} + \sqrt{2^2 + 4^2}) = 6\sqrt{5}$$

**7 La risposta esatta è la A**

Infatti, area triangolo = base per altezza

**8 La risposta esatta è la D**

Infatti, il sottoinsieme del piano evidenziato in figura è dato dall'insieme dei punti che si trovano al di sotto della retta  $s$  e al di sopra della retta  $t$ .

**9 La risposta esatta è la A**

Infatti, quando  $x = 0$  deve valere  $y = 1$  mentre quando  $x = 2$  deve essere  $y = 0$ .

**10 La risposta esatta è la C**

Infatti,  $x^2 - 3x + c = 0 \Rightarrow x(x - 3) = -c$  e la funzione  $x(x - 3)$  è limitata inferiormente dal valore  $-\frac{9}{4}$

**11 La risposta esatta è la B**

Infatti, segue attraverso una semplice manipolazione dell'espressione

**12 La risposta esatta è la B**

Infatti,  $\frac{x}{3-x} \geq 0$  è soddisfatta quando:

i)  $x \leq 0$  e simultaneamente  $3 - x < 0$ , che è impossibile;

ii)  $x \geq 0$  e simultaneamente  $3 - x > 0$

**13 La risposta esatta è la A**

Infatti,  $f(-2) = -1$  e  $g(-2) = 1$

**14 La risposta esatta è la B**

Infatti, deve valere  $3 = 2^c$

**15 La risposta esatta è la C**

Infatti, per ottenere come somma 3, deve uscire la combinazione (1,2) oppure (2,1), ciascuna delle quali ha probabilità di uscita  $(1/6)^2$

**16 La risposta esatta è la D**

Infatti, le sequenze di 5 caratteri in cui ciascun carattere può assumere solo due valori sono  $2^5$

**17 La risposta esatta è la C**

Infatti, il numero di operatori necessari per svolgere il lavoro è teoricamente proporzionale alla quantità di colture e inversamente proporzionale al tempo impiegato.

**18 La risposta esatta è la C**

Infatti, il numero di studenti del primo e del secondo anno che conoscono almeno una lingua straniera sono 114, su un totale di 200 studenti.

**19 La risposta esatta è la D**

Infatti, prima del rientro si è pagato la frazione  $\frac{1}{10} + \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{7}{10}$

**20 La risposta esatta è la C**

Infatti, se  $A$  è contenuto sia in  $B$  che in  $C$ , esso è certamente contenuto anche nella intersezione di  $B$  e  $C$ .

**21 La risposta esatta è la A**

Infatti, indicati con  $a$ ,  $b$  e  $c$  i voti dei primi tre esami, si sa che  $(a+b+c)/3 = 28$ ;

$$\text{quindi } \frac{a+b+c+20}{4} = \frac{a+b+c}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{20}{4} = 26$$

**22 La risposta esatta è la C**

Infatti, il risparmio in percentuale vale  $\left(\frac{30}{100}p + \frac{15}{100}2p\right) : (3p) = \frac{20}{100}$

**23 La risposta esatta è la B**

Infatti, se non tutti sanno fare una determinata cosa, significa che c'è almeno una persona che non la sa fare.

**24 La risposta esatta è la C**

Infatti, siccome in uno scaffale con due libri, almeno uno è di biologia, potrebbe succedere che in uno scaffale con due libri entrambi i libri sono di biologia. Pertanto, in uno scaffale con due libri potrebbero non esserci libri di fisica.

**25 La risposta esatta è la C**

Infatti,  $G$  è uguale al doppio della somma di  $I$  e  $B$  più la parte eccedente.

---

**SOLUZIONI DEL TEST 2**

**D.1 La risposta esatta è la 1B**

Infatti,  $(\sqrt{3})^{10} = 3^{\frac{10}{2}} = 3^5$

**D.2 La risposta esatta è la 2C**

Infatti,  $\frac{-2^{-2}}{\frac{3}{4}} = -\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = -\frac{1}{3}$

**D.3 La risposta esatta è la 3D**

Infatti,  $a$ ,  $b$  e  $c$  sono positivi, inoltre  $a^2 = 250$ ,  $b^2 = 190$  e  $c^2 = 204$

**D.4 La risposta esatta è la 4C**

Infatti, se ogni lato viene ridotto del 20%, ogni lato è lungo l'80% della

lunghezza iniziale. Quindi l'area risulta essere in percentuale  $\left(\frac{80}{100}\right)^2 = \frac{64}{100}$

**D.5 La risposta esatta è la 5B**

Infatti, ogni potenza di 5 è dispari

**D.6 La risposta esatta è la 6C**

Infatti, segue dalla formula risolutiva delle equazioni di secondo grado.

**D.7 La risposta esatta è la 7A**

Infatti, deve essere  $(2-x) < 0$

**D.8 La risposta esatta è la 8A**

Infatti, segue dalle regole delle manipolazioni algebriche

**D.9 La risposta esatta è la 9C**

Infatti,  $b = 2$ ,  $f(b) = -1$ ,  $a = -4$ ,  $f(a) = -3$

**D.10 La risposta esatta è la 10C**

Infatti,  $3^{-2} = \frac{1}{9}$

**D.11 La risposta esatta è la 11C**

Infatti,  $f(0) = 8$ , allora  $f(x) = 16$  per  $x = 2$

**D.12 La risposta esatta è la 12A**

Infatti, la retta intercetta l'asse delle  $y$  nel punto  $y = -2$  e intercetta l'asse delle  $x$  nel punto  $x = 2/3$

**D.13 La risposta esatta è la 13C**

Infatti,  $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2 \cdot (1^2 + 2^2)}$

**D.14 La risposta esatta è la 14D**

Infatti, la regione tratteggiata del piano si trova sopra la retta  $y = -x$

**D.15 La risposta esatta è la 15D**

Infatti, le due estrazioni sono indipendenti, e la probabilità di estrarre un numero dispari da ciascun sacchetto vale  $3/5$

**D.16 La risposta esatta è la 16C**

Infatti, il numero cercato vale  $\frac{8+3+1}{25} = \frac{12}{25} = \frac{48}{100}$

**D.17 La risposta esatta è la 17A**

Infatti, affinché il costo sia equamente distribuito, ciascuno deve spendere 400 euro.

**D.18 La risposta esatta è la 18B**

Infatti,  $R = \sqrt{\frac{2}{F}}$

**D.19 La risposta esatta è la 19C**

Infatti, quando il prezzo unitario diventa  $(100+x)$ , il numero di elettrodomestici venduti vale  $(2000-30x)$ . L'incasso è dato dal prodotto del prezzo unitario per il numero di pezzi venduti.

**D.20 La risposta esatta è la 20B**

Infatti, se  $A$  implica  $B$ , allora non  $B$  implica non  $A$ .

**D.21 La risposta esatta è la 21D**

Infatti, se i due insiemi hanno in comune  $(6+x)$  elementi, con  $x \geq 0$ , la loro unione ha  $(6+x)+2(4-x)=14-x$  elementi.

**D.22 La risposta esatta è la 22A**

Infatti, le due condizioni si esprimono con  $C \rightarrow A$  e  $A \rightarrow B$ , da cui  $C \rightarrow B$

**D.23 La risposta esatta è la 23C**

Infatti, la seconda affermazione è falsa poiché implicherebbe che il numero di tifosi dell'Inter vale  $5/2$ .

**D.24 La risposta esatta è la 24C**

Infatti, se  $r$  aumenta significa che stiamo percorrendo la curva da destra verso sinistra, e quindi  $s$  diminuisce.

**D.25 La risposta esatta è la 25B**

Infatti, dovendo corrispondere al massimo comun divisore tra 50 e 30, il lato dei cubetti deve essere uguale ad  $10\text{ cm}$ , e quindi occorrono 45 cubetti.

**D.26 La risposta esatta è la 26A**

Infatti, l'angolo  $2\pi/3$  coincide con l'angolo di 120 gradi il cui seno uguaglia il seno dell'angolo di 60 gradi.

**D.27 La risposta esatta è la 27D**

Infatti, segue dalle regole di manipolazione formale.

**D.28 La risposta esatta è la 28A**

Infatti,  $area = 2a \sin \gamma \cdot a \cos \gamma \cdot \frac{1}{2}$

**D.29 La risposta esatta è la 29B**

Infatti, il triangolo ha base uguale a 2 e altezza uguale a 3.

**D.30 La risposta esatta è la 30A**

Infatti, 10 nodi = 18.52 km/h e 5 m/s = 18 km/h

---

**SOLUZIONI DEL TEST 3**

**D.1 La risposta esatta è la 1C**

Infatti, per dimostrare la falsità di una affermazione basta un controesempio.

**D.2 La risposta esatta è la 2C**

Infatti,  $1/2 = 0,5$  ,  $3/4 = 0,75$  ,  $5/6 = 0,8\bar{3}$  e  $13/10 = 1,3$

**D.3 La risposta esatta è la 3B**

Infatti,  $x + \frac{20}{100}x = 1800 \Rightarrow x = 1500$

**D.4 La risposta esatta è la 4D**

Infatti, l'identità segue da manipolazioni algebriche.

**D.5 La risposta esatta è la 5A**

Infatti,  $(10^3 + 2 \cdot 10^2) : (3 \cdot 10^4 + 10^4) = (12 \cdot 10^2) : (4 \cdot 10^4) = 3 \cdot 10^{-2}$

**D.6 La risposta esatta è la 6C**

Infatti, ogni estrazione è indipendente dalle altre, e la probabilità ad ogni singola estrazione vale  $7/16$

**D.7 La risposta esatta è la 7B**

Infatti,  $\frac{30}{100} \cdot \frac{60}{100} + \frac{25}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{28}{100}$

**D.8 La risposta esatta è la 8A**

Infatti, siccome  $90/6=15$ , allora tra 1 e 90 ci sono 15 numeri multipli di 6; quindi la probabilità cercata vale  $15/90=1/6$

**D.9 La risposta esatta è la 9A**

Infatti,  $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 = x^5(x+1) + x^3(x+1) = (1+x)(x^3 + x^5)$

**D.10 La risposta esatta è la 10C**

Infatti, l'esponente si annulla per due valori di  $x$ , ( $x=2, x=3$ )

**D.11 La risposta esatta è la 11E**

Infatti, l'equazione  $4 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} = 3^{x+1} = 9^{\frac{x+1}{2}} = 9^{50}$  vale per  $x=99$

**D.12 La risposta esatta è la 12E**

Infatti, l'equazione è soddisfatta per tutti i numeri positivi

**D.13 La risposta esatta è la 13D**

Infatti, segue dalla definizione di radice quadrata

**D.14 La risposta esatta è la 14A**

Infatti, segue dalle leggi di manipolazione delle espressioni

**D.15 La risposta esatta è la 15A**

Infatti, siccome il denominatore è sempre positivo, il numeratore deve essere negativo, da cui  $x > -1$

**D.16 La risposta esatta è la 16C**

Infatti,  $\log_2 x + \log_2 3 = \log_2 3x > 0$  implica  $3x > 1$

**D.17 La risposta esatta è la 17D**

Infatti, l'angolo  $BAC$  misura 30 gradi e l'angolo  $BCA$  misura 60 gradi.

**D.18 La risposta esatta è la 18C**

Infatti, un litro occupa  $1 \text{ dm}^3$ .

**D.19 La risposta esatta è la 19B**

Infatti,  $(\sqrt{2})^2 - (1/2) = 3/2$

**D.20 La risposta esatta è la 20C**

Infatti, due altezze coincidono con i due cateti, e la terza altezza passa per l'intersezione dei due cateti.

**D.21 La risposta esatta è la 21E**

$$\text{Infatti, } \sqrt{12^2 + 16^2} = 2\sqrt{3^2 + 4^2} = 10$$

**D.22 La risposta esatta è la 22C**

$$\text{Infatti, } \sqrt{40^2 + 20^2 + 20^2} = 20\sqrt{6}$$

**D.23 La risposta esatta è la 23A**

Infatti, un litro d'acqua pesa circa un chilogrammo ed il tubo

$$\text{ha volume } 40 \cdot \left[ \pi \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right] \text{ dm}^3 = 10 \cdot \pi \text{ litri}$$

**D.24 La risposta esatta è la 24A**

Infatti, l'angolo è di poco inferiore a  $\pi/2$

**D.25 La risposta esatta è la 25B**

Infatti, indicata con  $L$  la lunghezza dell'ombra e con  $h$  l'altezza del palo, si ha  $\tan \alpha = h/L$

**D.26 La risposta esatta è la 26D**

Infatti, l'angolo deve variare tra 120 e 240 gradi.

**D.27 La risposta esatta è la 27E**

Infatti, il motociclista  $A$  vince con un distacco di circa 500 m.

**D.28 La risposta esatta è la 28D**

Infatti, per tempo zero il grafico deve valere 1 euro e dopo 2 minuti di telefonata deve valere 2 euro.

**D.29 La risposta esatta è la 29B**

Infatti, la risposta 29B descrive correttamente il significato del grafico.

**D.30 La risposta esatta è la 30D**

Infatti, per  $x=0$  la funzione deve valere 1 .

---

## SOLUZIONI DEL TEST 4

### D.1 La risposta esatta è la 1D

Infatti, il risultato deve contenere 4 cifre dopo la virgola, di cui l'ultima è 5 .

### D.2 La risposta esatta è la 2C

$$\text{Infatti, } \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$$

### D.3 La risposta esatta è la 3B

Infatti, l'ordine dei numeri è determinato dal confronto delle cifre che occupano la stessa posizione, a partire da sinistra.

### D.4 La risposta esatta è la 4E

$$\text{Infatti, } 2^3 \cdot 3^2 = 2 \cdot 6^2$$

### D.5 La risposta esatta è la 5A

Infatti, il valore di ogni cifra può variare in un insieme di 10 elementi, per cui il numero di parole vale  $10 \cdot 10 \cdot 10$

### D.6 La risposta esatta è la 6A

Infatti, nell'insieme dei 90 numeri ci sono  $\frac{90}{5} = 18$  multipli di 5, la cui

$$\text{probabilità di estrazione vale } \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

### D.7 La risposta esatta è la 7C

Infatti, per ottenere come somma 3, deve uscire la combinazione (1,2) oppure (2,1), ciascuna delle quali ha probabilità di uscita  $(1/6)^2$

### D.8 La risposta esatta è la 8E

Infatti, estratta la prima carta e qualunque essa sia, la probabilità che la seconda carta faccia coppia con la prima è data dal rapporto del numero di compagne, che sono ancora nel mazzo, col numero di carte restanti, ovvero  $3/27$

**D.9 La risposta esatta è la 9A**

Infatti, il numero  $a + \frac{1}{3}(b-a)$  è maggiore di  $a$  (poiché  $(b-a)$  è positivo) ed è minore di  $b$  (poiché è stato aggiunto ad  $a$  solo un terzo di quello che è necessario per raggiungere  $b$ ).

**D.10 La risposta esatta è la 10E**

Infatti, il minimo comune multiplo di  $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$  e di  $x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$  è  $(x-2)^2(x-1)$ .

**D.11 La risposta esatta è la 11B**

Infatti,  $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = a\sqrt{\frac{a}{b}}$

**D.12 La risposta esatta è la 12D**

Infatti, le radici di  $ax^2 + ax - a = a(x^2 + x - 1)$  coincidono con le radici di  $x^2 + x - 1$  e la loro somma fa  $-1$ .

**D.13 La risposta esatta è la 13D**

Infatti,  $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = (x+1)(x^6 + x^4 + x^2 + 1)$

**D.14 La risposta esatta è la 14D**

Infatti, siccome  $|x-3| + |2x+5|$  è somma di due termini non negativi, si può annullare solamente se entrambi i termini sono nulli, e questo non si realizza mai.

**D.15 La risposta esatta è la 15C**

Infatti, quando la prima disequazione  $4-x > 0$  è soddisfatta (ovvero  $x < 4$ ), la seconda  $-x^2 + 4x = x(4-x) > 0$  richiede l'ulteriore vincolo  $x > 0$ .

**D.16 La risposta esatta è la 16A**

Infatti, quando  $x = \pm\sqrt{11}$ , si ha  $x^2 - 1 = 10$ , e quindi  $\log_{10}(x^2 - 1) = 1$

**D.17 La risposta esatta è la 17E**

Infatti, siccome  $2 + 9 < 13$ , su un piano non esiste nessun triangolo di lati 13, 2 e 9.

**D.18 La risposta esatta è la 18C**

Infatti, siccome i triangoli sono simili e l'area ha le dimensioni di una lunghezza al quadrato, i lati devono scalare come la radice quadrata delle aree.

**D.19 La risposta esatta è la 19B**

Infatti, solo se i punti non sono allineati le mediane dei due segmenti qualsiasi (aventi per estremi i punti dati) si incontrano in un punto.

**D.20 La risposta esatta è la 20D**

Infatti, tracciando dal centro della circonferenza i raggi che raggiungono i vertici del quadrilatero, è facile dimostrare che la somma degli angoli opposti vale 180 gradi.

**D.21 La risposta esatta è la 21A**

Infatti, congiungendo il centro della circonferenza con gli estremi di un lato dell'esagono si ottiene un triangolo equilatero.

**D.22 La risposta esatta è la 22D**

Infatti, il triangolo  $ABC$  è un triangolo rettangolo i cui cateti sono  $BC$  (di lunghezza unitaria) e  $AB$  (di lunghezza  $\sqrt{2}$ ).

**D.23 La risposta esatta è la 23D**

Infatti, nello spazio euclideo tridimensionale, l'insieme dei vettori che partono dal punto  $A$  e sono ortogonali alla retta formano un piano, chiamato il piano ortogonale alla retta data e passante per  $A$ .

**D.24 La risposta esatta è la 24C**

Infatti, la retta che passa per i punti  $A$  e  $B$  ha equazione  $y = 2x + 1$  e quindi è parallela a (ma non coincide con) la retta di equazione  $y = 2x$ .

**D.25 La risposta esatta è la 25B**

Infatti, la funzione tende a crescere per grandi valori di  $x$ , si annulla in  $x = 1$  e quando  $x = 0$  vale 1.

**D.26 La risposta esatta è la 26D**

Infatti, la retta di equazione  $y=2x+1$  vale 1 quando  $x=0$  e si annulla quando  $x=-\frac{1}{2}$ , mentre la retta di equazione  $y=-x+1$  vale 1 quando  $x=0$  e si annulla quando  $x=1$ .

**D.27 La risposta esatta è la 27A**

Infatti, la funzione coincide con la funzione di equazione  $y=x$  per  $x$  negativi e coincide con la funzione di equazione  $y=-x$  per  $x$  positivi.

**D.28 La risposta esatta è la 28B**

Infatti, la tangente dell'angolo  $ACB$  vale  $\frac{6,3}{3}=2,1$

**D.29 La risposta esatta è la 29C**

Infatti,  $\sin^2 x - \cos^2 x = -\cos(2x)$  si annulla quando  $2x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ .

**D.30 La risposta esatta è la 30D**

Infatti, deve essere  $x$  maggiore di 30 gradi e  $x$  minore di 150 gradi.

---

**SOLUZIONI DEL TEST 5****1 La risposta esatta è la 1.1**

Infatti, 
$$\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{5}{4}}{-\frac{9}{4}} = \frac{5}{9}$$

**2 La risposta esatta è la 2.3**

Infatti,  $1,48 < 1,5 = \frac{3}{2}$ ,  $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} < \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ ,  $\frac{\sqrt{24}}{3} < \frac{5}{3} = \frac{\sqrt{25}}{3}$

**3 La risposta esatta è la 3.1**

Infatti, la differenza tra due tacche consecutive equivale a 0.002 (poiché 5 intervalli corrispondono a 0.01).

**4 La risposta esatta è la 4.1**

Infatti, nel caso in cui né  $a$  né  $b$  fossero divisibili per 3, allora  $ab$  non sarebbe divisibile per 9.

**5 La risposta esatta è la 5.3**

Infatti, segue dal calcolo diretto.

**6 La risposta esatta è la 6.4**

$$\text{Infatti, } x\left(1 - \frac{20}{100}\right) = x \frac{4}{5} = 13 \Rightarrow x = 16.25$$

**7 La risposta esatta è la 7.2**

Infatti, 200 grammi di soluzione sono il doppio di 100 grammi, e quindi anche il sale contenuto vale il doppio, ovvero 34 grammi.

**8 La risposta esatta è la 8.1**

Infatti,  $[3(n+1)]^2$  è il quadrato del triplo del numero consecutivo ad  $n$ , ovvero  $n+1$ .

**9 La risposta esatta è la 9.4**

Infatti,  $5x^2 + 8x - 4 = (x+2)(5x-2)$  e quindi le radici sono  $x = -2$  e  $x = \frac{2}{5}$ .

**10 La risposta esatta è la 10.2**

Infatti,  $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = (x-1)(2x^2 + 5x + 2)$  e le radici di  $2x^2 + 5x + 2$  sono  $-2$  e  $-\frac{1}{2}$ .

**11 La risposta esatta è la 11.4**

$$\text{Infatti, } \frac{(2x-1)(x+1)(x^2+x+1)}{x^2-1} = \frac{(2x-1)(x^2+x+1)}{x-1}$$

**12 La risposta esatta è la 12.1**

$$\text{Infatti, } x = 1 + \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 2$$

**13 La risposta esatta è la 13.2**

Infatti, i valori riportati in 13.2 soddisfano il sistema; inoltre, la soluzione è unica poiché le due equazioni sono indipendenti.

**14 La risposta esatta è la 14.1**

Infatti, la relazione non è soddisfatta per nessun valore di  $x$ .

**15 La risposta esatta è la 15.4**

Infatti, il numero cercato soddisfa  $x = 8\sqrt{x} + 105$ ; posto  $y = \sqrt{x}$ , l'equazione diventa  $y^2 - 8y - 105 = 0$  le cui soluzioni sono  $y = 15$  e  $y = -7$ , da cui segue che  $x = 15^2 = 225$ .

**16 La risposta esatta è la 16.1**

Infatti, deve essere  $(a+1)^2 - 4 \geq 0$ , da cui  $(a+1) \geq 2$  ovvero  $a \geq 1$ , oppure  $(a+1) \leq -2$  ovvero  $a \leq -3$ .

**17 La risposta esatta è la 17.1**

Infatti,  $x^2 + bx + c = (x-1)(x+2) \Rightarrow c = P(0) = -2$

**18 La risposta esatta è la 18.3**

Infatti,  $3x+2 \leq 2x+3 \Rightarrow x \leq 1$

**19 La risposta esatta è la 19.1**

Infatti, quando  $2x+3 > 0$  ovvero  $x > -\frac{3}{2}$ , deve essere  $3x+2 \leq 2x+3$  ovvero  $x \leq 1$ . Mentre, se  $2x+3 < 0$  ovvero  $x < -\frac{3}{2}$ , la disequazione  $3x+2 \geq 2x+3$  non ammette soluzione.

**20 La risposta esatta è la 20.2.**

Infatti, la disuguaglianza  $\sqrt{x^2+3} \geq 2x$  è soddisfatta per ogni  $x \leq 0$  poiché  $\sqrt{x^2+3} > 0$  per ogni valore di  $x$ . Quando  $x > 0$ , si ha  $\sqrt{x^2+3} \geq 2x \Rightarrow x^2+3 \geq 4x^2 \Rightarrow x^2 \leq 1$  da cui  $x \leq 1$ .

**21 La risposta esatta è la 21.1**

Infatti,  $|x-3| \leq a$  implica  $0 \leq a$ . Inoltre, quando  $x \geq 3$  deve essere  $x \leq 3+a$ ,

mentre quando  $x \leq 3$  deve essere  $x \geq 3 - a$ . Nota, la disuguaglianza  $3 - a \leq x \leq 3 + a$  implica  $0 \leq a$ .

**22 La risposta esatta è la 22.2**

Infatti, i due triangoli sono simili e i lati del secondo triangolo hanno lunghezza doppia rispetto ai lati del primo triangolo. Dunque l'area vale il quadruplo.

**23 La risposta esatta è la 23.4**

Infatti, sia  $R$  la lunghezza del raggio del cerchio e  $L$  la lunghezza del lato del quadrato, allora  $2\pi R = 4L$ . Allora  $\frac{\text{area di } C}{\text{area di } Q} = \frac{\pi R^2}{L^2} = \frac{4}{\pi}$ .

**24 La risposta esatta è la 24.1**

Infatti, il triangolo rettangolo è anche isoscele e quindi ciascun lato ha lunghezza  $L$  tale per cui  $\frac{L^2}{2} = 36 \text{ cm}^2$ , ovvero  $L = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ . Allora l'ipotenusa ha lunghezza  $= \sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} \text{ cm} = 12 \text{ cm}$ .

**25 La risposta esatta è la 25.1**

Infatti, i due triangoli hanno base e altezza della stessa lunghezza.

**26 La risposta esatta è la 26.1**

Infatti, tutti questi triangoli hanno la stessa base (coincidente col diametro della circonferenza) e quello con altezza maggiore è isoscele con altezza uguale al raggio, da cui  $\text{area} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$

**27 La risposta esatta è la 27.4**

Infatti, l'equazione  $2x - 3y + 1 = 0$  è soddisfatta quando i valori  $(x, y)$  valgono  $(1, 1)$  e  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ .

**28 La risposta esatta è la 28.1**

Infatti, la distanza di  $(-1, 0)$  dal centro  $(1, 0)$  vale 2.

**29 La risposta esatta è la 29.1**

Infatti, quando  $x = 1 - a$  con  $a > 0$ , si ha  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2-a}{-a} = 1 - \frac{2}{a}$  che è sempre minore di uno.

**30 La risposta esatta è la 30.1**

Infatti, quando  $x$  viene incrementato di 1,  $y$  subisce un incremento di 2.

**31 La risposta esatta è la 31.1**

Infatti, segue dalla definizione della funzione seno.

**32 La risposta esatta è la 32.1**

Infatti, deve valere  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .

**33 La risposta esatta è la 33.1**

Infatti,  $\sqrt[3]{10} = 10^{\frac{1}{3}}$ .

**34 La risposta esatta è la 34.1**

Infatti,  $10^4 < 10^6 - 10^5 < 10^6$

**35 La risposta esatta è la 35.1**

Infatti,  $BPH = 30^\circ$  implica che  $PH = 20\sqrt{3}$ , da  $BPH = 30^\circ$  segue anche che il triangolo  $PAH$  è isoscele e quindi  $AH = 20\sqrt{3}$ . Allora  $AB = 20\sqrt{3} - 20 = 20(\sqrt{3} - 1)$ .

**36 La risposta esatta è la 36.1**

Infatti, è come se la scala dell'asse  $x$  fosse dimezzato, e quindi l'argomento della funzione deve essere portato a  $2x$ .

**37 La risposta esatta è la 37.1**

Infatti, la funzione  $f$  deve essere proporzionale a  $x$  (ovvero lineare in  $x$  con costante additiva nulla).

**38 La risposta esatta è la 38.1**

Infatti, essendo la funzione di variabile reale, l'argomento della radice al denominatore deve essere positivo, ovvero  $x > -2$ .

**39 La risposta esatta è la 39.2**

Infatti, il complementare di  $B$  contiene i numeri pari e lo zero; gli elementi in comune tra  $A$  e  $B$  sono  $\{0, 2, \dots, 36\}$ .

**40 La risposta esatta è la 40.1**

Infatti, segue dalla definizione di sottoinsieme proprio.

**41 La risposta esatta è la 41.1**

Infatti, segue dalla definizione di unione e intersezione.

**42 La risposta esatta è la 42.1**

Infatti, il numero di sottoinsiemi coincide con il numero delle possibili scelte di due elementi tra 9, ovvero  $\frac{9 \cdot 8}{2} = 36$ .

**43 La risposta esatta è la 43.1**

Infatti, il numero di disposizioni di 5 oggetti tra loro distinguibili vale  $5! = 120$ .

**44 La risposta esatta è la 44.1**

Infatti, un medico su 8 si può scegliere in 8 modi possibili, 3 infermieri su 5 si possono scegliere in  $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 10$  modi possibili, e 2 piloti su 6 si possono scegliere in  $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$  modi possibili. Allora il numero di squadre distinte, che si possono formare, vale  $8 \cdot 10 \cdot 15 = 1200$ .

**45 La risposta esatta è la 45.1**

Infatti, la somma delle percentuali equivale a 123% che supera del 23% l'unità.

**46 La risposta esatta è la 46.1**

Infatti, fissato un possibile numero, la probabilità che esca in entrambi i dadi

vale  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$  ; sommando poi sui possibili valori del numero inizialmente fissato, si ottiene  $6 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$  .

#### **47 La risposta esatta è la 47.1**

Infatti, ad ogni lancio dei due dadi, le configurazioni, che sono in accordo con la somma 7, sono (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) a cui corrisponde la probabilità  $6 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$  . Mentre le configurazioni, che danno 3 o 4 come somma, sono (1,2), (2,1), (1,3), (2,2), (3,1) a cui corrisponde la probabilità  $5 \cdot \frac{1}{36} = \frac{5}{36} < \frac{1}{6}$  .

#### **48 La risposta esatta è la 48.1**

Infatti, per ogni dado, la probabilità di avere un numero pari o dispari vale  $\frac{1}{2}$ . Con due dadi, le possibili configurazioni sono (P,P), (P,D), (D,P), (D,D), dove P sta per un numero pari mentre D denota un numero dispari. Ciascuna configurazione ha probabilità  $\frac{1}{4}$ . Quindi, la probabilità di avere la stessa parità vale  $2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$  .

#### **49 La risposta esatta è la 49.1**

Infatti, la percentuale dei bocciati vale  $\frac{27}{50} > \frac{1}{2}$  .

#### **50 La risposta esatta è la 50.4**

Infatti, la negazione della frase è: Almeno uno studente in quest'aula ha letto meno di tre libri.

#### **51 La risposta esatta è la 51.1**

Infatti, segue dalla definizione di condizione necessaria.

#### **52 La risposta esatta è la 52.1**

Infatti, tra le affermazioni considerate, non c'è alcuna affermazione che dice che qualcuno è più alto di Gianni o di Fabrizio.

---

**APPENDICE 1 – Corsi di Laurea in Fisica — Classe L-30— e Corsi di Laurea  
Magistrale in Fisica e materie affini —Classi LM-17, LM-53 e LM-58— in Italia**

<b>CLASSE L-30 – Scienze e tecnologie fisiche</b>		
<b>ATENEIO</b>	<b>CORSO DI LAUREA (Sede)</b>	<b>DOCENTI</b>
Università degli Studi di Bari	Fisica Scienza dei materiali	53
Università degli Studi di Bologna	Astronomia Fisica Fisica atmosfera e Meteorologia	92
Università degli Studi di Cagliari	Fisica	32
Università degli Studi della Calabria	Fisica Scienza dei materiali innovativi	42
Università degli Studi di Camerino	Matematica e Fisica	20
Università degli Studi di Catania	Fisica	72
Università degli Studi di Ferrara	Fisica	34

Università degli Studi di Firenze	Fisica e Astrofisica Ottica e optometria	81
Università degli Studi di Genova	Fisica Scienza dei materiali	58
Università degli Studi dell'Aquila	Fisica	36
Università degli Studi di Lecce	Fisica Ottica e optometria	56
Università degli Studi di Messina	Fisica	36
Università degli Studi di Milano	Fisica	86
Università degli Studi di Milano-Bicocca	Fisica Ottica e optometria Scienze e tecnologie orafe	68
Università Cattolica del Sacro Cuore	Fisica (Brescia)	7
Università degli Studi di Modena e Reggio E.	Fisica (Modena)	28
Università degli Studi di Napoli "Federico II"	Fisica Ottica e optometria	124
Il Università degli Studi di Napoli	Fisica	1
Università degli Studi di Padova	Astronomia Fisica Ottica e optometria	87
Università degli Studi di Palermo	Scienze fisiche	47
Università degli Studi di Parma	Fisica	46
Università degli Studi di Pavia	Fisica	50
Università degli Studi di Perugia	Fisica	31
Università degli Studi del Piemonte Orientale "A. Avogadro"	Fisica (Alessandria) Scienza dei materiali (Novara)	15
Università di Pisa	Fisica	72
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"	Fisica Fisica e Astrofisica	124
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"	Fisica Fisica atmosfera e Meteorologia Scienza dei materiali	78
Università degli Studi di Roma Tre	Fisica Nanoscienze e nanotecnologie Ottica e optometria	43
Università degli Studi di Siena	Fisica e Tecnologie avanzate	8
Università degli Studi di Torino	Fisica Ottica e optometria	80
Università degli Studi di Trento	Fisica	32
Università degli Studi di Trieste	Fisica	48

<b>CLASSE LM-17 – Fisica</b>	
ATENEEO	CORSO DI LAUREA MAGISTRALE
Università degli Studi di Bari	Fisica
Università degli Studi di Bologna	Fisica
Università degli Studi di Cagliari	Fisica
Università degli Studi della Calabria	Fisica
Università degli Studi di Camerino	Fisica
Università degli Studi di Catania	Fisica
Università degli Studi di Ferrara	Fisica

Università degli Studi di Firenze	Scienze fisiche e astrofisiche
Università degli Studi di Genova	Fisica
Università degli Studi dell'Aquila	Fisica
Università degli Studi di Lecce	Fisica Nanotecnologie e nanoscienze
Università degli Studi di Messina	Fisica
Università degli Studi di Milano	Fisica
Università degli Studi di Milano-Bicocca	Fisica
Università Cattolica del Sacro Cuore	Fisica (Brescia)
Università degli Studi di Modena e Reggio E.	Fisica (Modena)
Università degli Studi di Napoli "Federico II"	Fisica
Università degli Studi di Padova	Fisica
Università degli Studi di Palermo	Fisica
Università degli Studi di Parma	Fisica
Università degli Studi di Pavia	Scienze fisiche
Università degli Studi di Perugia	Fisica
Università degli Studi del Piemonte Orientale	Fisica dei sistemi complessi
Università di Pisa	Fisica
Università degli Studi di Roma "Sapienza"	Fisica
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"	Fisica
Università degli Studi di Roma Tre	Fisica Nanoscienze e nanotecnologie fisiche
Università degli Studi di Torino	Fisica Fisica dei sistemi complessi
Università degli Studi di Trento	Fisica
Università degli Studi di Trieste	Fisica

### **CLASSE LM-53 – Scienza e ingegneria dei materiali**

<b>CLASSE LM-53 – Scienza e ingegneria dei materiali</b>	
ATENEIO	CORSO DI LAUREA MAGISTRALE
Università degli Studi di Bari	Scienza e tecnologie dei materiali
Università degli Studi della Calabria	Scienza e Ingegneria dei materiali innovativi
Università degli Studi di Milano-Bicocca	Scienza dei materiali
Università degli Studi di Padova	Scienza dei materiali
Università degli Studi di Parma	Scienza e tecnologia dei materiali innovativi
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"	Scienza e tecnologia dei materiali
Università degli Studi di Torino	Scienza dei materiali

### **CLASSE LM-58 – Scienze dell'Universo**

<b>CLASSE LM-58 – Scienze dell'Universo</b>	
ATENEIO	CORSO DI LAUREA MAGISTRALE
Università degli Studi di Bologna	Astrofisica e Cosmologia
Università degli Studi di Milano-Bicocca	Astrofisica e Fisica dello spazio

Università degli Studi di Napoli "Federico II"	Astrofisica e Scienze dello spazio
Università degli Studi di Padova	Astronomia
Università degli Studi di Roma "Sapienza"	Astronomia e Astrofisica
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"	Scienze dell'Universo
Università degli Studi di Trieste	Astrofisica e Cosmologia

## APPENDICE 2 – UNA RACCOLTA DI *FERMI PROBLEMS*

- 1) Stimare il numero totale di capelli che si hanno in testa
- 2) Stimare il numero di metri quadri di pizza consumati a Napoli in un trimestre.
- 3) Quanto è grande una cisterna che contiene l'acqua caduta sul tetto di una villa in un anno?
- 4) Qual è la quota del debito pubblico che ognuno di noi dovrebbe pagare se lo dividessimo in parti uguali? Si potrebbe ripagare il debito pubblico vendendo tutte le case italiane?
- 5) Quanto sarebbe alta una pila di banconote da 50 euro se il suo valore fosse pari al P.I.L.? Quale superficie coprirebbe?
- 6) Quanti metri lineari occupano i libri della Biblioteca Nazionale di Firenze? Quante stanze occupano?
- 7) Qual è la superficie dell'Antartide?
- 8) Quante canzoni trasmette ogni anno una radio *all music*?
- 9) Di quanti atomi è fatto il corpo umano?
- 10) Se la popolazione terrestre potesse continuare a raddoppiare ogni 25 anni, dopo quanto tempo ci sarebbe una persona ogni metro quadro? Quanto peserebbe l'intera umanità?
- 11) Quanti fagioli stanno in una bottiglia da un litro?
- 12) Quante palle da golf entrano in una valigia accettata da Ryanair come bagaglio a mano?
- 13) Quanti grammi di aria ci sono in una stanza?
- 14) Se in un giorno festivo un ingorgo colossale bloccasse tutta l'Autosole da Milano a Napoli, quante sarebbero le persone coinvolte?
- 15) Quanti litri d'acqua ci sono nell'Oceano Pacifico?
- 16) Quanti fotogrammi occorrono per fare un film d'animazione di due ore?
- 17) Quanti giri fa in tutto una ruota d'automobile?
- 18) Quante cellule ci sono nel corpo umano?
- 19) Quante tonnellate di benzina si consumano ogni giorno in Italia?
- 20) Quanti libri ha letto Umberto Eco?

### Suggerimenti

- 1) La distanza tra due bulbi piliferi è tra 0,5 e 1 mm.
- 2) Un napoletano mangia in media una pizza alla settimana.
- 3) La piovosità media mensile in Italia non è inferiore a 10 cm.
- 4) Il prodotto interno lordo. (P.I.L.) italiano vale circa 1.500 miliardi di euro.
- 5) Confrontare lo spessore di un libro con il numero delle pagine.

- 6) La Biblioteca Nazionale di Firenze possiede più di 6 milioni di volumi.
- 7) La costa dell'Antartide è assai prossima al Circolo Polare Antartico.
- 8) La durata di un brano di musica leggera va dai tre ai cinque minuti.
- 9) Il corpo umano è costituito prevalentemente da acqua.
- 10) Le terre emerse sono circa un quarto della superficie terrestre.
- 11) Un fagiolo è lungo circa 2 cm.
- 12) La massima lunghezza accettata per il bagaglio a mano è 55 cm.
- 13) L'aria è formata prevalentemente da azoto molecolare.
- 14) Nei giorni festivi non circolano i TIR.
- 15) La profondità media del Pacifico è di circa 4 Km.
- 16) La permanenza delle immagini sulla retina è circa 1/12 di secondo.
- 17) Un treno di gomme può durare al massimo 100.000 Km.
- 18) Una cellula tipica ha un diametro di circa 10 micron.
- 19) In Italia c'è un'automobile ogni due abitanti, e percorre in media 10.000 Km all'anno.
- 20) Un lettore veloce può leggere 50 pagine all'ora.