

FISICA a III+aIV - Prova scritta - A.A. 2009/2010
Primo appello - Sessione estiva
Lunedì 21 Giugno 2010 - ore 9

Ai fini del recupero della prova in itinere di relatività, la prova consiste nei problemi **R.1** e **R.2**. Il tempo a disposizione è di due ore. Ai fini del recupero della prova in itinere di statistica, la prova consiste nei problemi **S.1** e **S.2**. Il tempo a disposizione è di due ore. Chi intenda recuperare entrambe le prove in itinere dovrà consegnarne una al termine delle prime due ore.

Ai fini dell'appello d'esame di Fisica a III, la prova consiste nei problemi **A.1**, **R.1**, **R.2**. Il tempo a disposizione è di tre ore.

Ai fini dell'appello d'esame di Fisica a IV la prova consiste nei problemi **S.1**, **S.2**. Il tempo a disposizione è di due ore.

Ai fini dell'appello d'esame integrato di Fisica a III+a IV la prova consiste nei problemi **A.1**, **R.1**, **S.1**. Il tempo a disposizione è di tre ore.

Problema A.1

1) Scrivere la Lagrangiana in coordinate cilindriche per il moto di una particella di massa m soggetta a una forza di tipo assiale (ossia diretta perpendicolarmente all'asse del cilindro), nel caso in cui il sistema di riferimento sia dotato di un moto di rotazione uniforme con frequenza ω intorno all'asse stesso.

2) Ricavare l'Hamiltoniana $H(q_i, p_i)$ del sistema, sempre in coordinate cilindriche ruotanti.

3) Nelle ipotesi dei punti 1) e 2) ricavare la funzione di Routh del sistema e la relativa equazione del moto.

4) Calcolare l'integrale sullo spazio delle fasi $\Pi_i dq_i dp_i$ della quantità $\exp -\beta H(q_i, p_i)$ nell'ipotesi che la forza agente sulla particella derivi invece da un'energia potenziale della forma

$$V(r, z) = 0 \quad \text{se} \quad 0 < r < R \quad \text{e} \quad 0 < z < L,$$

$$V(r, z) = \infty \quad \text{altrimenti.}$$

Problema R.1

All'istante $t = 0$ fotoni di frequenza ν sono inviati dall'origine nella direzione necessaria a raggiungere un'astronave che viaggia a velocità v su una retta parallela all'asse x e distante D dall'asse stesso nella direzione y ; all'istante $t = 0$ l'astronave incrocia l'asse y .

1) Scrivere il quadrivettore che rappresenta il quadrimpulso dei fotoni nel riferimento della sorgente e ricavare mediante una trasformazione di Lorentz la forma del quadrimpulso nel riferimento in cui l'astronave è in quiete.

L'astronave rinvia immediatamente verso l'origine fotoni che giungono con frequenza ν' nel riferimento della sorgente.

2) Scrivere i quadrimpulsi dei fotoni rinviati specificandone le componenti nei due sistemi di riferimento.

3) Se nel riferimento dell'astronave i fotoni ricevuti e rinviati hanno la stessa frequenza, che relazione intercorre tra ν e ν' ? (facoltativo) Confrontare il risultato con il rapporto tra i tempi di volo dei fotoni in arrivo e in partenza nel riferimento dell'astronave.

Problema R.2

Si consideri una particella relativistica di massa m libera di muoversi in una dimensione e soggetta, in un particolare sistema di riferimento inerziale, alla forza derivante dall'energia potenziale

$$U(x) = -\frac{mc^2}{\sqrt{\alpha^2 x^2 + \beta^2}},$$

dove α e β sono costanti arbitrarie, con il solo vincolo $\beta < 1$.

1) Si calcoli il valore minimo che può essere assunto dall'energia totale della particella e se ne stabilisca il segno.

2) Si calcoli la frequenza delle piccole oscillazioni intorno al minimo.

3) Si calcoli esplicitamente la soluzione delle equazioni del moto nel caso in cui l'energia totale sia esattamente uguale a zero, e si stabilisca una disuguaglianza tra il periodo del moto risultante e quello delle piccole oscillazioni.

Problema S.1

Si consideri un sistema di N particelle ciascuna delle quali può assumere soltanto due valori diversi dell'energia, ϵ_1 ed ϵ_2 . Il sistema è in contatto con un termostato a temperatura T .

Se le popolazioni di due livelli sono rispettivamente n_1 e n_2 , entrambi molto maggiori di 1, calcolare il numero degli stati microscopici e, sulla base della relazione di Boltzmann, il cambio di entropia risultante dal cambio di stato di una singola particella.

Calcolare la corrispondente variazione di entropia nel termostato.

Sulla base dei risultati precedenti calcolare il valore del rapporto n_2/n_1 all'equilibrio.

Problema S.2

Un gas ideale di N particelle di massa m è racchiuso in un cilindro di sezione S , con base alla quota $z = 0$ e altezza infinita, posto verticalmente in un campo gravitazionale di intensità g e all'equilibrio termico alla temperatura T .

Calcolare la funzione di partizione canonica, l'energia libera, l'energia media per particella e la capacità termica del sistema.