

**FISICA a III+aIV - Prova scritta - A.A. 2009/2010**  
**Secondo appello - Sessione estiva**  
Lunedì 12 Luglio 2010 - ore 9

Ai fini del recupero della prova in itinere di relatività, la prova consiste nei problemi **R.1** e **R.2**. Il tempo a disposizione è di due ore. Ai fini del recupero della prova in itinere di statistica, la prova consiste nei problemi **S.1.** e **S.2.** Il tempo a disposizione è di due ore. Chi intenda recuperare entrambe le prove in itinere dovrà consegnarne una al termine delle prime due ore.

Ai fini dell'appello d'esame di Fisica a III, la prova consiste nei problemi **A.1, R.1, R.2**. Il tempo a disposizione è di tre ore.

Ai fini dell'appello d'esame di Fisica a IV la prova consiste nei problemi **S.1, S.2**. Il tempo a disposizione è di due ore.

Ai fini dell'appello d'esame integrato di Fisica a III+a IV la prova consiste nei problemi **A.1, R.1, S.1**. Il tempo a disposizione è di tre ore.

Problema A.1

Un sistema è costituito da due masse uguali  $m$ , libere di muoversi soltanto su un asse orizzontale e connesse da una molla di costante  $K$  e lunghezza a riposo  $l$ . Le due masse sono connesse mediante due aste rigide di lunghezza  $L$  e di peso trascurabile a uno stesso corpo di massa  $M$ , libero di muoversi su un piano verticale passante per l'asse su cui si trovano le masse, purché compatibilmente con il vincolo imposto dalle aste rigide.

- 1) Scrivere la Lagrangiana esatta del sistema
- 2) Assumere che valgano le condizioni  $l/L \ll 1$  e  $R \equiv Mg/KL \ll 1$ , e che pertanto le potenze superiori alla prima di tali rapporti siano trascurabili. In tale ipotesi determinare le posizioni di equilibrio stabile.
- 3) Nelle ipotesi di cui alla domanda 2) calcolare le frequenze proprie delle piccole oscillazioni mostrando che dipendono soltanto da  $K/m$  e da  $R$ .

Problema R.1

Una particella relativistica di massa  $m$  si muove liberamente all'interno di una scatola unidimensionale di lunghezza  $L$  e di massa  $M \gg m$ , rimbalzando elasticamente sulle pareti della scatola.

- 1) Calcolare (trascurando il rinculo della scatola) l'impulso (medio) trasferito per unità di tempo dalla particella alla scatola per effetto degli urti sulle pareti.
- 2) Se il sistema scatola-particella viene osservato in un sistema di riferimento nel quale la scatola si muove con velocità  $v$ , qual è l'impulso trasferito dalla particella alla scatola in ciascun singolo urto?
- 3) Nel caso della domanda 2), qual è l'impulso medio trasferito per unità di tempo dalla particella alle pareti della scatola? Confrontare con la risposta alla domanda 1) e giustificare il risultato dal punto di vista della dinamica relativistica.

### Problema R.2

Si consideri una particella relativistica di massa  $m$  libera di muoversi in una dimensione e soggetta, in un particolare riferimento inerziale, alla forza derivante dall'energia potenziale

$$U(x) = -\frac{mc^2}{\sqrt{1 - (A - Bx^2)^2}},$$

dove  $A$  e  $B$  sono costanti positive arbitrarie, con il solo vincolo  $A < 1$ .

1) Si calcoli il valore minimo che può essere assunto dall'energia totale della particella e se ne stabilisca il segno.

2) Si calcoli esplicitamente la soluzione delle equazioni del moto nel caso in cui l'energia totale sia esattamente uguale a zero e la posizione iniziale della particella sia  $x = 0$ .

3) Si esprima in forma di disuguaglianza tra i parametri del sistema la condizione per cui il moto nei casi in cui  $E \leq 0$  si potrebbe considerare in ogni istante non relativistico.

### Problema S.1

Si consideri un sistema costituito da  $N$  oggetti distinguibili che possiedono soltanto due stati, caratterizzati rispettivamente dalle energie  $0$  ed  $\epsilon$ .

1) Si calcoli nel formalismo microcanonico l'entropia come funzione dell'energia totale  $E$ , del numero di oggetti  $N$  e del parametro  $\epsilon$ .

2) Si ricavi la relazione che intercorre tra la temperatura (inversa)  $\beta = 1/kT$  e le variabili  $E$  ed  $N$

3) Si calcoli l'energia libera nel formalismo canonico come funzione di  $N$  e  $\beta$ .

4) Si ricavi la dipendenza di  $E$  da  $N$  e da  $\beta$  e si confrontino i risultati.

### Problema S.2

Un condensatore piano di volume  $V$  è mantenuto a una differenza di potenziale  $\Delta$ . All'interno del condensatore si trovano  $N$  particelle di massa  $m$  e carica  $q$ , all'equilibrio termico alla temperatura  $T$ .

1) Calcolare la funzione di partizione canonica e l'energia libera

2) Calcolare l'energia interna e la capacità termica