FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2006/2007
Primo appello - Sessione invernale
Venerdì 12 Gennaio 2007 - ore 15

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **R.1, R.2** e **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di tre ore e un quarto.

Ai fini del recupero della prima prova in itinere, la prova consiste nei problemi **R.1, R.2**. Ai fini del recupero della seconda prova in itinere, la prova consiste nei problemi **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di un'ora e tre quarti

Problema R.1

Due oggetti di massa differente, visti da un riferimento inerziale, appaiono viaggiare con velocità rispettive v_1 e v_2 (intese in senso algebrico, e quindi a valori positivi o negativi), lungo lo stesso asse.

1) Determinare, per via puramente cinematica, il valore V della velocità che deve avere un sistema di riferimento inerziale affinché in esso i due oggetti appaiano muoversi con velocità uguali in modulo e opposte in verso.

2) Ricordando che per definizione la rapidità θ è legata alla velocità v dalla relazione $v = c\,\tanh\theta$, dimostrare che vale la relazione $\theta(V) = (\theta_1 + \theta_2)/2$.

Problema R.2

Se il movimento relativistico avviene in una sola dimensione spaziale, calcolare le masse a riposo delle particelle prodotte nel decadimento a due corpi di una particella di massa a riposo M_0 che viaggiava nel laboratorio a velocità V, nel caso in cui i prodotti del decadimento abbiano nello stesso riferimento del laboratorio velocità v_1 e v_2.

Problema A.1

Tre molle uguali di costante K e lunghezza a riposo l_0 sono ancorate ai tre vertici di un triangolo equilatero di lato $\sqrt{3}\,l_0$, mentre le loro estremità libere sono tutte collegate a uno stesso punto materiale di massa m. Il moto avviene nel piano su cui giace il triangolo.

1) Scrivere la Lagrangiana completa del sistema

2) Determinare le frequenze delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio.

Problema A.2

Sia dato il sistema di equazioni

$$\dot{p} = -\alpha\, p^2 - \beta\, p\, q,$$
$$\dot{q} = \gamma\, p\, q + \delta\, q^2.$$

1) Trovare quale relazione deve intercorrere tra i parametri α, β, γ e δ affinché queste equazioni siano canoniche e, per tali valori dei parametri, trovare l'Hamiltoniana corrispondente alle equazioni.

2) Trovare la nuova forma dell'Hamiltoniana di cui alla domanda precedente dopo una trasformazione canonica tale che valga $Q = p\, q$.