

**FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2006/2007**  
**Secondo appello - Sessione invernale**  
Venerdì 2 Febbraio 2007 - ore 15

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **R.1**, **R.2** e **A.1**. Il tempo a disposizione è di **tre** ore.

Ai fini del recupero della prima prova in itinere, la prova consiste nei problemi **R.1**, **R.2**. Il tempo a disposizione è di **due** ore.

Ai fini del recupero della seconda prova in itinere, la prova consiste nei problemi **A.1**, **A.2**. Il tempo a disposizione è di **due** ore.

Problema R.1

Due astronavi viaggiano nella stessa direzione (ma non necessariamente nello stesso verso) con velocità  $v_1$  e  $v_2$ . Entrambe sono in grado di emettere segnali che viaggiano a velocità  $w_0$  nel riferimento di quiete della propria sorgente.

1) Con quale velocità vengono ricevuti i segnali inviati da una delle due astronavi quando giungono all'altra?

2) Quali sono i valori (uguali e opposti) delle velocità di propagazione dei segnali stessi nel riferimento in cui le astronavi appaiono viaggiare con velocità uguali e opposte?

Problema R.2

Nel riferimento del laboratorio la particella proiettile di massa  $m_1$  è dotata di energia  $\epsilon_1$  mentre la particella bersaglio di massa  $m_2$  è in quiete. A seguito della collisione si osserva che la particella di massa  $m_1$  viaggia ad angolo retto rispetto alla direzione iniziale.

1) Determinare le energie  $\epsilon'_1$  ed  $\epsilon'_2$  possedute dalle due particelle dopo la collisione, come funzione delle masse e di  $\epsilon_1$ .

2) Determinare quale relazione deve intercorrere tra le due masse affinché il processo sia fisicamente possibile.

3) calcolare l'angolo  $\theta$  formato dalla direzione del moto di  $m_2$  con la direzione del moto iniziale di  $m_1$ .

Problema A.1

Quattro molle di costante elastica  $K$  e lunghezza a riposo  $l_0$  sono fissate a quattro punti disposti simmetricamente a distanza  $l_0$  dall'origine su due assi tra loro ortogonali e passanti per l'origine stessa. Agli estremi liberi delle molle è fissata una singola massa  $m$ , che può muoversi in tre dimensioni.

1) Scrivere la Lagrangiana esatta del sistema.

2) Calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni e individuare tre modi propri, discutendone il significato fisico.

Problema A.2

Data la trasformazione

$$q = Q^{\frac{1}{2}} e^{-P}, \quad p = Q^{\frac{1}{2}} e^P,$$

mostrare che essa è canonica e costruire le funzioni generatrici  $F_1$  e  $F_3$ .