

**FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2009/2010**

**Secondo appello - Sessione invernale**

Venerdì 5 Febbraio 2010 - ore 9

Ai fini del recupero della prima prova in itinere, la prova consiste nei problemi **A.1** e **A.2**. Il tempo a disposizione è di due ore. Ai fini dell'effettuazione della seconda prova in itinere, la prova consiste nel problema **R.1**. Il tempo a disposizione è di un'ora.

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **A.1**, **a.2**, **R.1**. Il tempo a disposizione è di tre ore.

Problema A.1

Considerare il sistema descritto dalla Lagrangiana

$$L = A\dot{x}^4 + Bx^2\dot{x}^2 - Cx^4,$$

dove  $A, B$  e  $C$  sono costanti.

- 1) Ricavare l'equazione del moto del sistema.
- 2) Ricavare una legge di conservazione per il sistema.
- 3) Determinare quale relazione deve intercorrere tra le costanti  $A, B$  e  $C$  affinché l'equazione del moto ammetta tra le proprie soluzioni moti di tipo armonico.
- 4) Calcolare la quantità conservata di cui al punto 2) nelle ipotesi di cui al punto 3), e mostrare che in questo caso essa assume una forma fattorizzata.
- 5) Stabilire se nel caso di cui ai punti precedenti possano esistere altre soluzioni, diverse dai moti armonici.

Problema A.2

Considerare le trasformazioni canoniche di un sistema a  $N$  gradi di libertà generate rispettivamente dalle funzioni  $F_1(q_i, Q_i) = \sum_{jk} Q_j R_{jk} q_k$  e  $F_4(p_i, P_i) = \sum_{jk} p_j S_{jk} P_k$ .

- 1) Si determini nei due casi la forma esplicita delle trasformazioni.
- 2) Si osservi che se le due trasformazioni devono coincidere allora deve risultare  $R_{ij} = (S^{-1})_{ij}$  e si dia una dimostrazione di questa affermazione tramite il calcolo diretto della trasformazione di Legendre che lega le due funzioni generatrici.

Problema R.1

- 1) Dimostrare che il prodotto scalare invariante di un quadrivettore di genere tempo con un quadrivettore di genere luce non può mai annullarsi.
- 2) Utilizzare il risultato precedente per dimostrare che nessun moto relativistico può essere descritto dalla legge oraria per la quadrirelatività:

$$U^\mu(\tau) = A^\mu + B^\mu\tau,$$

dove  $A^\mu$  e  $B^\mu$  sono quadrivettori costanti e  $\tau$  è il tempo proprio.

3) Mostrare che invece la legge oraria

$$U^\mu(\tau) = A^\mu + B^\mu\tau + C^\mu\tau^2$$

è fisicamente possibile e calcolare quanti sono i parametri dinamicamente indipendenti (a meno di rotazioni) che caratterizzerebbero una legge di questo genere.

4) Calcolare il modulo dell'accelerazione nel riferimento di quiete istantanea e mostrare che esso è indipendente dal tempo.