

FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2003/2004

Primo appello - Sessione estiva

Mercoledì 16 Giugno 2004 - ore 9

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **R.1**, **R.2** e **A.1**, **A.2**. Il tempo a disposizione è di **tre** ore.

Problema R.1

Un fascio di fotoni paralleli monocromatici è caratterizzato in un dato sistema di riferimento dalla frequenza ν e dall'intensità I , definita come numero di fotoni che nell'unità di tempo attraversano l'unità di superficie (in quiete) ortogonale al fascio. Poiché la superficie trasversa è invariante di Lorentz, è facile convincersi che I ha le stesse proprietà di trasformazione della frequenza.

Se tale fascio incide ortogonalmente su uno specchio mobile totalmente riflettente di superficie S che viaggia con velocità u nella stessa direzione e verso del fascio, dimostrare che la pressione esercitata dal fascio sullo specchio dipende da u , e nel limite in cui la massa dello specchio è infinita ha la forma $p = p_0 \frac{1-u/c}{1+u/c}$. Calcolare p_0 in funzione dei dati del problema.

Considerando esclusivamente trasformazioni di Lorentz nella direzione del moto del fascio e dello specchio, scrivere le leggi di trasformazione di ν , I ed u in funzione della velocità v del moto relativo. Sulla base dei risultati ottenuti determinare la legge di trasformazione della forza esercitata dal fascio sullo specchio e verificarne la covarianza.

Problema R.2

Un corpo di massa M in moto con velocità istantanea u è soggetto a una forza longitudinale della forma $F = \frac{F_0}{1+u/c}$.

Determinare la dipendenza temporale della velocità del corpo $u(t)$, assumendo la condizione iniziale $u(0) = 0$. Si consiglia di utilizzare la variabile rapidità θ , tale che $u/c = \tanh \theta$. Determinare la relazione tra il tempo proprio τ del corpo in moto e il tempo t del riferimento inerziale.

Calcolare la distanza che asintoticamente, per $t \rightarrow \infty$, separerà il corpo da un fotone che l'ha superato nell'istante iniziale.

Problema A.1

Sia data la Lagrangiana

$$\frac{1}{40}m^3\dot{x}^6 + \frac{1}{8}Km^2x^2\dot{x}^4 + \frac{3}{8}K^2mx^4\dot{x}^2 - \frac{1}{8}K^3x^6$$

Trovare le equazioni di Eulero-Lagrange del sistema e determinare con il formalismo Lagrangiano la legge di conservazione dell'energia, scrivendo il corrispondente integrale primo.

Trovare la soluzione generale delle equazioni del moto.

Problema A.2

Un punto materiale di massa m soggetto alla gravità è anche sottoposto al vincolo di muoversi restando sulla superficie di rivoluzione descritta in coordinate cilindriche dall'equazione $z = K\rho^2$.

Scrivere la Lagrangiana e le equazioni del moto, identificando gli integrali primi del sistema.

Calcolare in funzione di K , m e del valore degli integrali primi la frequenza delle piccole oscillazioni intorno alla soluzione per cui ρ rimane costante (corrispondente all'equilibrio dinamico).