FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2004/2005
Primo appello - Sessione estiva
Mercoledì 15 Giugno 2005 - ore 9

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **R.1, R.2** e **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di **tre** ore.

Problema R.1

I corpi lontani dell'Universo si allontanano da noi seguendo la ben nota legge di Hubble $\mathbf{v} = H\mathbf{r}$, dove $\mathbf{v}$ è la velocità, $\mathbf{r}$ è la posizione in un sistema di riferimento inerziale solidale con il centro della nostra Galassia, e H è una costante (che in realtà dipende dall'età dell'Universo).

Calcolare la relazione tra H e l'età dell'universo (tempo trascorso dal momento della partenza dall'origine).

Calcolare la distanza "apparente" r' di un corpo che si trova alla distanza reale r (ovvero la posizione in cui si trovava il corpo al momento dell'emissione del segnale che noi oggi osserviamo).

Calcolare in funzione della distanza r l'età del corpo (misurata in tempo proprio trascorso dopo la partenza dall'origine).

Calcolare, sempre in funzione della distanza r, la frequenza osservata ν' tenendo conto dell'effetto Doppler per un segnale emesso con frequenza ν nel riferimento di quiete della sorgente.

Problema R.2

Una particella relativistica può essere "formalmente" rappresentata come "stato composto" di due particelle a massa nulla che viaggiano in direzioni opposte.

Per una particella di massa M e impulso (unidimensionale) p determinare le caratteristiche delle corrispondenti "componenti a massa nulla". Esprimere tali caratteristiche (energie relativistiche) in funzione della rapidità θ della particella.

Studiare, sulla base delle proprietà di trasformazione di impulso ed energia per trasformazioni di Lorentz nella direzione del moto, la trasformazione delle suddette caratteristiche. Confrontare il risultato con la legge di trasformazione della frequenza di un fotone.

Problema A.1

Una particella di massa m soggetta alla gravità si muove senza attrito sulla superficie interna di un paraboloide di rotazione il cui asse è verticale (equazione della parabola: $z = A\rho^2$). Introdurre coordinate generalizzate e trovare

1) la Lagrangiana del sistema e le equazioni del moto;
2) i momenti generalizzati e l' Hamiltoniana;
3) la frequenza delle piccole oscillazioni.

Problema A.2

Le equazioni di trasformazione tra due insiemi di coordinate sono:

$$Q = \ln(1 + q^{\frac{1}{2}} \cos p),$$

$$P = 2(1 + q^{\frac{1}{2}} \cos p) q^{\frac{1}{2}} \sin p.$$

Mostrare direttamente a partire dalle equazioni suddette che se q e p sono coordinate canoniche allora anche Q e P lo sono.

Trovare la funzione generatrice $F_3(Q, p)$ per questa trasformazione.