FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2004/2005
Secondo appello - Sessione estiva
Mercoledì 6 Luglio 2005 - ore 9

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **R.1, R.2** e **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di **tre** ore.

Problema R.1

Un fotone di frequenza ν collide elasticamente con un elettrone di massa m_e ed energia E_e che si trova in movimento nella stessa direzione del fotone ma in verso opposto (effetto Compton per elettrone in moto unidimensionale).

Determinare la dipendenza della frequenza ν' del fotone diffuso dall'energia E_e e dall'angolo di diffusione θ

Problema R.2

Considerare un moto relativistico unidimensionale caratterizzato, per $\tau > 0$, dalla seguente relazione tra rapidità θ e tempo proprio τ:

$$\theta = \frac{1}{3} \ln \omega\tau.$$

Determinare esplicitamente la legge oraria del moto $x = x(t)$ con condizioni iniziali tali per cui, quando $\tau \to 0$, anche $t \to 0$ e $x \to 0$.

Si suggerisce di determinare la soluzione nella forma parametrica $x(\tau), t(\tau)$ e di eliminare τ solo al termine del calcolo.

Problema A.1

Mostrare che la Lagrangiana

$$L(q, \dot{q}, t) = e^{2\gamma t} \left[\frac{1}{2} m \dot{q}^2 - V(q)\right]$$

descrive il moto di una particella soggetta a una forza conservativa e a una forza di frenaggio proporzionale alla velocità $\dot{q}$.

Calcolare il momento coniugato e l'Hamiltoniana $H(p, q, t)$.

Effettuare la trasformazione canonica generata da $F_2(q, P, t) = e^{\gamma t} q\, P$ e scrivere esplicitamente la nuova Hamiltoniana $K(P, Q, t)$.

Per quale forma di $V(q)$ la funzione K non dipende esplicitamente dal tempo? In questo caso particolare determinare la soluzione delle equazioni del moto $Q(t)$, $P(t)$ per condizioni iniziali arbitarie Q_0, P_0.

Problema A.2

Considerare una particella di massa m che si muove in una dimensione e possiede un'energia potenziale $V(x)$.

Dimostrare che, se $V(x)$ ha un massimo in x_0 con la proprietà che $V''(x_0) < 0$ ma finito, allora, quando l'energia totale della particella vale esattamente $E = V(x_0)$, se il corpo si trova inizialmente in $x < x_0$ con velocità $\dot{x} > 0$ esso impiegherà un tempo infinito per raggiungere la posizione x_0.