FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2005/2006
Secondo appello - Sessione estiva
Venerdì 30 Giugno 2006 - ore 9

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **R.1, R.2** e **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di **tre** ore.

Problema R.1

Un'astronave parte da Terra all'istante terrestre $t = 0$ con velocità costante u, avendo sincronizzato il proprio orologio con quello terrestre.

Al tempo T un osservatore terrestre legge mediante un telescopio (ottico) l'orologio che viaggia sull'astronave. Quale valore leggerà?

Problema R.2

Un fascio di particelle di massa M e impulso fissato $\mathbf{P}$ è soggetto a decadimento in volo. Come risultato del decadimento vengono ogni volta osservate due particelle, di masse m_1 ed m_2, i cui impulsi rispettivi (di volta in volta differenti) sono genericamente indicati dai simboli $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$. Si nota tuttavia che in ognuno dei processi osservati risulta generalmente $\mathbf{p_1} + \mathbf{p_2} \neq \mathbf{P}$.

Come si può verificare, sulla base dei soli dati a disposizione (ovvero i valori di $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$ misurati nei vari decadimenti), l'ipotesi che il processo comporti anche la produzione di una terza particella, che però sfugge all'osservazione (ad esempio perché molto debolmente interagente)? Se l'ipotesi è corretta, quale sarà la massa di questa particella?

Problema A.1

Due molle elastiche, identiche, entrambe di costante elastica K e lunghezza a riposo L, sono fissate per un estremo in due punti distinti dello spazio, situati a distanza $2R$ l'uno dall'altro. L'estremo libero di entrambe le molle è agganciato a un singolo corpo, di massa M, per il resto libero di muoversi nello spazio.

Scrivere la Lagrangiana completa del sistema.

Scrivere la Lagrangiana che descrive il sistema nel regime di piccole oscillazioni intorno al punto medio tra le posizioni cui sono fissate le due molle, determinando la relazione che deve intercorrere tra L ed R affinché tale regime possa realizzarsi.

Invividuare le frequenze proprie e i modi normali del sistema nel regime di piccole oscillazioni, commentando il risultato per le frequenze alla luce della risposta data in precedenza in merito alla relazione tra L ed R.

Problema A.2

Nel movimento di una particella di massa m nel campo di forze generato da un potenziale di tipo centrale $V(r) = \frac{\alpha}{r}$ si conserva, oltre al momento angolare $\mathbf{L} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{p}$, anche il vettore di Lenz $\mathbf{M} = \frac{1}{m}\mathbf{p} \wedge \mathbf{L} + \alpha\frac{\mathbf{r}}{r}$.

Calcolare le parentesi di Poisson delle componenti di $\mathbf{M}$ con le componenti di $\mathbf{L}$ e commentare il risultato ottenuto alla luce del teorema relativo alle parentesi di Poisson di due quantità conservate.