**FISICA a III - Prova scritta - A.A. 2004/2005**
**Primo appello - Sessione autunnale**
Martedì 13 Settembre 2005 - ore 15

Ai fini dell'appello d'esame, la prova consiste nei problemi **R.1, R.2** e **A.1, A.2**. Il tempo a disposizione è di **tre** ore.

## Problema R.1

Una sbarra di lunghezza a riposo $l_0$ forma un angolo $\theta_0$ con l'asse delle $x$ di un riferimento inerziale nel quale la sbarra è ferma.

Calcolare l'angolo $\theta$ formato dalla sbarra con l'asse delle $x$ di un secondo riferimento (con gli assi paralleli al quelli del primo), nel quale la sbarra si muove con velocità $u$ nella direzione $y$.

Calcolare, in funzione di $\theta$, l'angolo $\theta'$ formato dalla sbarra con l'asse delle $x'$ di un terzo riferimento (con gli assi paralleli al quelli del primo e del secondo), che si muove con velocità $v$ nella direzione $x$ rispetto al secondo.

## Problema R.2

Una particella la cui massa a riposo vale $m_0$, inizialmente ferma all'origine di un riferimento inerziale, si muove lungo l'asse delle $x$ sotto l'azione di una forza variabile, diretta anch'essa lungo l'asse delle $x$ e dipendente dalla posizione con la legge

$$f(x) = \frac{m_0 c^2}{2\sqrt{1+x}}.$$

Mostrare che la velocità della particella dipende dalla posizione con la legge

$$u(x) = c\sqrt{\frac{x}{1+x}}.$$

(facoltativo) Mostrare che, posto $x = \sinh^2\theta$, allora vale $c\,t = \theta + \sinh\theta\,\cosh\theta$.

## Problema A.1

Un punto materiale di massa $m$, soggetto alla forza di gravità, è vincolato all'estremità libera di un supporto a forma di L, di massa tracurabile, la cui estremità opposta è vincolata all'origine. Il braccio lungo del supporto, di lunghezza $a$, vincolato all'origine, puó ruotare liberamente sul piano orizzontale, formando con l'asse delle $x$ un angolo $\varphi$, mentre il braccio corto, di lunghezza $b$, all'estremità del quale si trova la massa, può ruotare intorno al braccio lungo, formando quindi con l'asse verticale un angolo $\theta$.

Scrivere la Lagrangiana per il sistema, utilizzando $\varphi$ e $\theta$ come gradi di libertà.

Determinare gli integrali primi del moto.

Scrivere l'Hamiltoniana del sistema in termini delle variabili canoniche.

Problema A.2

Dimostrare che la trasformazione

$$q_1 = \sqrt{\frac{2Q_1}{a_1}} \cos P_1 + \sqrt{\frac{2Q_2}{a_2}} \cos P_2,$$

$$q_2 = -\sqrt{\frac{2Q_1}{a_1}} \cos P_1 + \sqrt{\frac{2Q_2}{a_2}} \cos P_2,$$

$$p_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2Q_1 a_1} \sin P_1 + \frac{1}{2}\sqrt{2Q_2 a_2} \sin P_2,$$

$$p_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{2Q_1 a_1} \sin P_1 + \frac{1}{2}\sqrt{2Q_2 a_2} \sin P_2,$$

è canonica.

Determinare l'effetto di tale trasformazione sull'Hamiltoniana

$$H = p_1^2 + p_2^2 + \frac{1}{8} a_1^2 (q_1 - q_2)^2 + \frac{1}{8} a_2^2 (q_1 + q_2)^2.$$

Usare il risultato ottenuto per determinare la soluzione delle equazioni del moto dell'Hamiltoniana assegnata.