

Problema 1

Un'astronave parte da Terra allontanandosi con velocità v_1 . Una seconda astronave parte qualche tempo dopo la prima nella stessa direzione viaggiando con velocità $v_2 > v_1$. La seconda astronave raggiunge la prima a una distanza d da Terra (misurata nel riferimento terrestre).

Calcolare il tempo proprio trascorso sulla prima astronave dal momento della partenza a quello in cui viene raggiunta dalla seconda astronave.

Calcolare il tempo proprio lungo la linea d'universo della seconda astronave, a partire dal momento della partenza della prima e fino al momento dell'incontro.

Mostrare che, per qualunque scelta di v_1 e v_2 che soddisfi $v_2 > v_1$, il tempo proprio per la seconda astronave è minore che per la prima.

Problema 2

Una particella di massa m si muove soggetta a una forza $F^\mu \neq 0$.

Considerare il tensore momento angolare calcolato rispetto a \bar{x} :

$$L^{\mu\nu} \equiv (x - \bar{x})^\mu p^\nu - (x - \bar{x})^\nu p^\mu,$$

dove p^μ è il quadrimpulso della particella.

Ricavare l'equazione del moto soddisfatta da $L^{\mu\nu}$. Determinare la forma del più generale moto rettilineo che conserva $L^{\mu\nu}$. Determinare la forza associata a tale moto. (Si suggerisce di studiare le componenti $0i$ della derivata di $L^{\mu\nu}$ rispetto al tempo proprio)

Problema 3

Considerare una particella di massa M che decade in $n > 2$ fotoni.

Quanti sono i gradi di libertà non banali (dinamici) del sistema?

Studiare esplicitamente il caso $n = 3$ nel riferimento del centro di massa determinando le frequenze dei fotoni prodotti in funzione degli angoli fra le loro direzioni di volo.