

Problema

In un contesto unidimensionale e in un particolare sistema di riferimento inerziale si assuma l'esistenza di una forza che agisce su ogni particella ed è caratterizzata dal fatto di essere proporzionale all'energia  $E$  della particella stessa, secondo la relazione  $F = E g/c^2$ , dove  $g$  è una costante assegnata.

1) Scrivere e risolvere l'equazione del moto (unidimensionale) prodotto da tale forza, con la condizione iniziale che una particella (di massa a riposo  $m_0$ ) sia ferma al tempo  $t = 0$  nel riferimento in cui vale la legge di forza data.

2) Calcolare la relazione che intercorre tra il tempo proprio della particella  $\tau$  (misurato a partire da quando la particella è ferma) e il tempo  $t$  del riferimento.

3) Ricavare la dipendenza della posizione della particella dal tempo proprio e calcolare le componenti della quadrivelocità in funzione di  $\tau$ .

4) Calcolare l'accelerazione della particella nel riferimento di quiete istantanea della stessa come funzione del tempo proprio.

5) Quanto tempo proprio sarà trascorso per la particella dopo un tempo  $t$  infinito dalla partenza?

Integrali utili:

$$\int \frac{dz}{\cosh z} = \arccos\left(\frac{1}{\cosh z}\right),$$

$$\int dz \tanh z = \ln(\cosh z).$$