

Problema 1

Data la Lagrangiana

$$L = -\sqrt{q^2(1 - \dot{q}^2)}$$

ricavare la corrispondente Hamiltoniana e risolvere le equazioni canoniche risultanti.
(fac.) Ricavare l'Hamiltoniana nel caso più generale in cui $L = -\sqrt{f^2(q)(1 - \dot{q}^2)}$.

Problema 2

a) Dimostrare l'identità

$$\{p, f(q)\}_{Q,P} = \{p, q\}_{Q,P} \frac{\partial f}{\partial q}$$

qualunque sia l'insieme di variabili canoniche P, Q .

Problema 3

Considerare un sistema descritto dall'Hamiltoniana

$$H(p, q) = \frac{p^2}{2m} + \frac{\alpha}{q^2}.$$

a) Studiare l'evoluzione temporale del prodotto pq e trovare $p(t)$ e $q(t)$ in funzione delle condizioni iniziali p_0, q_0 .

b) Calcolare la parentesi di Poisson

$$\{pq, H\}_{q_0, p_0}.$$

c) Usare il risultato b) e l'identità presentata nel testo del Problema 2 per calcolare

$$\{q, p\}_{q_0, p_0},$$

e interpretare poi il risultato ottenuto.