FISICA a III - Prova in itinere - A.A. 2005/2006

Venerdì 15 Dicembre 2005 - ore 15

Problema 1

Si consideri un sistema costituito da un carrello di lunghezza L e massa M collocato su un binario orizzontale rettilineo privo di attrito. Una massa m è mantenuta tra i due estremi anteriore e posteriore del carrello da due molle orizzontali, entrambe di lunghezza a riposo $\frac{L}{2}$ e costante elastica K.

Scrivere la Lagrangiana del sistema, individuare una possibile coordinata ciclica, scrivere la funzione di Routh e sfruttarla per esprimere la legge di conservazione dell'energia del sistema in termini di una singola variabile dinamica.

Trovare la soluzione delle equazioni del moto per la condizione iniziale in cui sia il carrello che la massa sono fermi, ma la massa è accostata alla parete anteriore del carrello.

Problema 2

Scrivere le equazioni canoniche per l'Hamiltoniana

$$K(P,Q) = \frac{P^2}{2m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega Q} + \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega Q,$$

dove m, ω e A sono parametri di valore assegnato.

Mostrare che $Q(t) = t - t_0$ può essere una soluzione delle equazioni canoniche, e determinare la corrispondente legge oraria per $P(t)$.

Trovare la trasformazione canonica che corrisponde alla trasformazione di contatto $q = A \sin \omega Q$, e trovare la forma dell'Hamiltoniana $H(p,q)$ trasformata della precedente.

Interpretare la soluzione ottenuta per la prima Hamiltoniana alla luce delle proprietà delle soluzioni delle equazioni canoniche per l'Hamiltoniana trasformata.