

**FISICA a III - Prova in itinere - A.A. 2006/2007**

Mercoledì 20 Dicembre 2006 - ore 15

Problema 1

Scrivere la Lagrangiana per un sistema unidimensionale costituito da una massa  $m_0$  attaccata a una molla di lunghezza a riposo  $l_0$  e costante  $K$  il cui estremo non vincolato alla massa sia forzato a muoversi secondo una legge oraria assegnata  $x_0(t)$ .

1) Utilizzare le proprietà della Lagrangiana per scrivere il risultato in una forma dipendente esplicitamente soltanto da  $\ddot{x}_0$  ma non da  $\dot{x}_0$  (relatività galileiana).

2) Scrivere le equazioni del moto risultanti.

3) Risolvere le equazioni del moto nel caso in cui  $\ddot{x}_0 = a_0$ , dove  $a_0$  è una costante, e confrontare questa situazione con il caso di un sistema analogo nel quale l'estremo libero della molla sia fisso ma la molla sia disposta verticalmente in un campo di gravitazione uniforme e costante.

Problema 2

Per un sistema descritto da un'Hamiltoniana indipendente dal tempo  $H_0(q, p)$  si assuma nota, o comunque ricavabile, la soluzione delle equazioni del moto.

Considerare invece il sistema descritto dall'Hamiltoniana

$$H(p, q) = H_0(p, q) - \varepsilon q \sin \omega t,$$

dove  $\varepsilon$  e  $\omega$  sono costanti.

1) Determinare le nuove equazioni del moto. Sulla base del risultato ottenuto proporre un'interpretazione fisica del termine aggiuntivo.

2) Trovare una trasformazione canonica tale per cui la nuova Hamiltoniana  $K(Q, P)$  soddisfi la relazione  $K(Q, P) = H_0(q, p)$  (Si suggerisce di utilizzare funzioni generatrici di tipo  $F_2$ ).

3) Verificare direttamente che le nuove equazioni del moto coincidono con quelle dedotte alla domanda 1)