

## FISICA a III - Prova in itinere - A.A. 2007/2008

Mercoledì 19 Dicembre 2007 - ore 15

### Problema 1

Due masse  $m_1$  ed  $m_2$  sono libere di muoversi su due guide rettilinee prive di attriti, ma ognuna delle due masse non può uscire dalla propria guida. A loro volta le guide sono disposte in modo da formare un angolo retto tra loro, e formano entrambe un angolo di  $45^\circ$  con la verticale, definita dalla direzione del campo gravitazionale  $\mathbf{g}$ .

Le due masse sono connesse da una molla, di costante  $K$  e lunghezza a riposo nulla (o comunque trascurabile).

1) Scrivere la Lagrangiana del sistema e trovare le posizioni di equilibrio statico delle due masse.

2) Trovare le frequenze proprie delle piccole oscillazioni intorno all'equilibrio e i modi propri del sistema.

### Problema 2

Si considerino le trasformazioni canoniche di un sistema a  $N$  gradi di libertà generate rispettivamente dalle funzioni  $F_2(q_i, P_i) = \sum_{jk} P_j M_{jk} q_k$  e  $F_3(p_i, Q_i) = -\sum_{jk} p_j N_{jk} Q_k$ .

1) Si determini nei due casi la forma esplicita delle trasformazioni.

2) Si osservi che se le due trasformazioni devono coincidere allora deve risultare  $N_{ij} = (M^{-1})_{ij}$  e si dia una dimostrazione di questa affermazione tramite il calcolo diretto della trasformazione di Legendre che lega le due funzioni generatrici.

3) Si determini la condizione algebrica che si deve imporre sulla matrice  $M_{ij}$  affinché la trasformazione possa apparire come una rotazione, ovvero affinché la legge di trasformazione delle coordinate e dei momenti coniugati appaia formalmente la stessa (N.B.: fare attenzione all'ordine degli indici delle matrici).